

Pauta P2 Ejercicio 1**Sistemas Newtonianos**

Por Ignacio Andrade

Primero debemos escoger nuestro sistema de referencia (signos para la rotación, desplazamientos horizontales y desplazamientos verticales). Recuerden que éstos son totalmente arbitrarios (a gusto del estudiante). Probemos con: giro a la derecha es positivo, movimiento horizontal (en $\hat{x}$) positivo hacia la derecha y movimiento vertical (en $\hat{y}$) positivo hacia abajo (siguiendo la trayectoria de la cuerda).

Primero: ecuación de torque (respecto al punto de contacto) (1,0 pts.).

$$\tau_T = RT = I\alpha \quad (1)$$

Segundo: condición de no resbalamiento (1,0 pts.).

$$2R\alpha = a_{\text{carretilla}} \quad (2)$$

Recuerden que nuestro ' a ' se escribe tal cual, positivo, puesto que a priori no conocemos su signo (no sabemos si el sistema acelerará hacia la izquierda o a la derecha); el signo lo obtendremos de las ecuaciones.

Tercero: DCL para la masa M (1,0 pts.).

$$Mg - T = Ma_{\text{masa}} \quad (3)$$

Notemos que si hubiesemos escogido otro sistema de referencia (digamos, positivos son: giro a la izquierda, horizontal a la derecha, vertical hacia arriba) nuestras ecuaciones habrán quedado:

$$\tau_T = -RT = I\alpha \quad (4)$$

$$2R\alpha = -a_{\text{carretilla}} \quad (5)$$

$$T - Mg = Ma_{\text{masa}} \quad (6)$$

En este caso hubiesemos obtenido las mismas aceleraciones anteriores, pero con signo contrarios de acuerdo a nuestro nuevo sistema.

Volvamos a nuestro sistema anterior. Nos falta una relación entre $a_{\text{carretilla}}$ y a_{masa} . Notemos que la carretilla girará hacia la derecha enrollándose el hilo. Si la carretilla (su centro de masa) avanza $x = 2R\theta$, el hilo se enrolla $\frac{x}{2} = R\theta$, lo cual se obtuvo viendo la relación entre los radios de la carretilla. Entonces, lo que baja la masa M será lo que avanzó la carretilla menos el

tramo de cuerda que se enrolló, ie, $\frac{x}{2} = R\theta$. Por lo tanto la relación entre las aceleraciones es. (1,0 ptos.)

$$a_{carretilla} = 2a_{masa} \quad (7)$$

Reemplazando en (3)

$$\Rightarrow Mg - T = \frac{1}{2}a_{carretilla}M \quad (8)$$

Ahora viene despejar nuestra aceleración (1,0 ptos.). De (1) y (2) tenemos que $2R^2T = I\alpha$,

$$\Rightarrow T = \frac{Ia_{carretilla}}{2R^2} \quad (9)$$

Reemplazando (9) en (8)

$$\Rightarrow a_{carretilla} = \frac{Mg}{\left(\frac{M}{2} + \frac{I}{2R^2}\right)} \quad (10)$$

Ahora sólo nos falta el momento de inercia (con respecto al punto de contacto). Primero: el momento de inercia ($\sum_1^N m_i \rho_i^2$) es aditivo (0,5 ptos.):

$$\Rightarrow I_{carretilla} = I_{cilindro} + 2I_{disco} \quad (11)$$

El momento de inercia de un disco es $I_{disco} = \frac{1}{2}mR^2$. El momento de inercia del cilindro que rota respecto a su eje vertical es el mismo que el de un disco (imaginen muchos discos pequeños pegados de masa dm , los suman, y obtienen el cilindro). Reemplazando con los radios correspondientes calculamos el momento con respecto al centro de masa (0,5 ptos.):

$$I_{carretilla} = \frac{(2m)R^2}{2} + 2\frac{m(2R)^2}{2} \quad (12)$$

$$= 5mR^2 \quad (13)$$

Por Steiner debemos sumar $4m(2R)^2$

$$I_o = 5mR^2 + 4m(2R)^2 = 21mR^2 \quad (14)$$

Reemplazando en (10)

$$a_{carretilla} = \frac{2Mg}{(M + 21m)} \quad (15)$$