Introducción a la Física Newtoniana - Sección 05
Ejercicio N^o 2
Departamento de Física
Escuela de Ingeniería y Ciencias
Universidad de Chile

Prof. Rodrigo Soto
27 de marzo de 2007
Tiempo: 30 minutos

Haga sus deducciones con prolijidad. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta es correcta cuando tanto el método como el resultado son correctos. Cualquier método de solución correcto es válido.

Se tienen dos autos A y B que, partiendo del mismo lugar y al mismo instante, que recorren una distancia L. El auto A lo hace con un movimiento uniforme a velocidad v. El auto B, por otra parte, recorre la primera mitad a velocidad $v+\Delta v$ y la segunda mitad a velocidad $v-\Delta v$, con $\Delta v > 0$ y $\Delta v \ll v$.

(a) Determine la diferencia de tiempo que tardan en llegar los dos autos. Considere sólo la aproximación de primer orden.

(b) Grafique la trayectoria de los dos autos en el mismo gráfico. Indique claramente cuál es la trayectoria de cada auto.

(c) Si $L = 1\mathrm{km}$, $v = 20\mathrm{m/s}$ y $\Delta v = 5\mathrm{m/s}$, calcule la máxima separación entre los autos. Indique claramente los pasos que se deben seguir para calcular este tiempo.

Solución:

El auto A se mueve con velocidad uniforme a velocidad v y recorre una distancia L, de manera que su tiempo total de viaje es:

$$t_A = \frac{L}{v}$$

El auto B recorre $L/2$ a velocidad $v+\Delta v$, tardando un tiempo $t = \frac{L/2}{v+\Delta v}$ y los otros $L/2$ a velocidad $v-\Delta v$, tardando $t = \frac{L/2}{v-\Delta v}$. Luego el tiempo total para recorrer la distancia total es

$$t_B = \frac{L/2}{v+\Delta v} + \frac{L/2}{v-\Delta v}$$

La diferencia de tiempo es:

$$\begin{aligned}
\Delta t &= t_B - t_A \\
&= \frac{L/2}{v+\Delta v} + \frac{L/2}{v-\Delta v} - \frac{L}{v} \\
&= \frac{L/2}{v(1+\Delta v/v)} + \frac{L/2}{v(1-\Delta v/v)} - \frac{L}{v}
\end{aligned}$$

Usando que

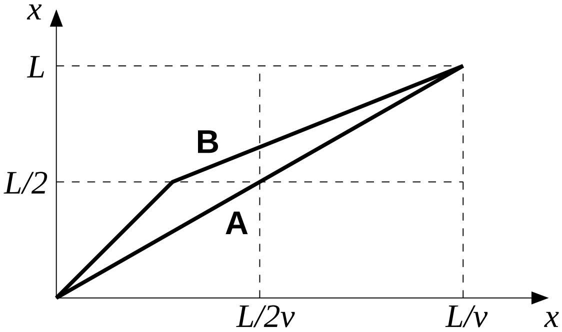
$$\frac{1}{1+x} = (1+x)^{-1} \approx 1 - x$$

si $x \ll 1$, se puede aproximar la expresión para la diferencia de tiempos.

$$\begin{aligned}
\Delta t &= \frac{L/2}{v(1+\Delta v/v)} + \frac{L/2}{v(1-\Delta v/v)} - \frac{L}{v} \\
&\approx \frac{L/2}{v}(1-\Delta v/v) + \frac{L/2}{v}(1+\Delta v/v) - \frac{L}{v} \\
&\approx 0
\end{aligned}$$

Es decir, en aproximación de primer orden, no hay diferencia de tiempos entre los dos vehículos.

(b) El gráfico de las trayectorias es el siguiente:



donde se indica claramente el momento en que los autos atraviezan la mitad del recorrido. La pendiente de la trayectoria de A es constante, mientras que la de B es más grande en la primera mitad del recorrido. Finalmente para $t = L/v$ ambos llegan simultáneamente al destino.

(c) De acuerdo al gráfico, la máxima separación ocurre cuando B pasa por $L/2$, $x_B = L/2$. Para determinar esta separación, se debe determinar la posición de A. Para eso, primero se debe determinar cuándo B pasa por $L/2$, lo fue calculado en la parte (a) dando

$$t = \frac{L/2}{v+\Delta v}$$

La posición de A en ese instante es:

$$\begin{aligned}
x_A &= vt \\
&= v\frac{L/2}{v+\Delta v} \\
&= \frac{L/2}{1+\Delta v/v} \\
&\approx \frac{L}{2}(1-\Delta v/v)
\end{aligned}$$

Luego, la máxima separación es:

$$\text{dist} = X_B - X_A = \frac{L}{2}\frac{\Delta v}{v}$$

Reemplazando los datos numéricos:

$$\begin{aligned}
\text{dist} &= \frac{1000\text{m}}{2}\frac{5\text{m}/\text{s}}{20\text{m}/\text{s}} \\
&= 125\text{m}
\end{aligned}$$