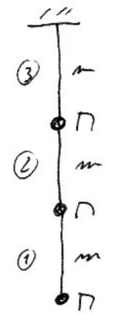
SOLUCIÓN CONTROL 5

P1) ACA LAS TENSIONES SON DIFERENTES EN CADA CUERDA.

LAS MASAS m DE CADA CUERDA NO AFECTAN LA TENSIÓN AL INTERIOR DE CADA CUERDA.

LAS TENSIONES SE OBTIENEN POR ANÁLISIS ESTÁTICO DE FZAS



EL PRIMER CALCULO DICE QUE:

$$T_1 = Mg$$
$$T_2 = 2Mg$$
$$T_3 = 3Mg$$

- TAMBIÉN SE PUEDE DECIR QUE CADA CUERDA SOSTIENE TODO EL PESO BAJO ELLA, Y EN ESE CASO SE OBTIENE

$$T_1 = Mg$$
$$T_2 = (M+m)g$$
$$T_3 = (M+2m)g$$

AMBOS RESULTADOS (Y OTRAS VARIACIONES SIMILARES) SON VÁLIDAS EN LA APROX $m \ll M$.

PARA SIMPLIFICAR SE CONSIDERA EL PRIMER RESULTADO:
$T_1 = Mg$; $T_2 = 2Mg$; $T_3 = 3Mg$

a) LA VEL DE LA ONDA EN CADA CUERDA ES:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad ; \quad \rho = \frac{m}{L} \qquad m: \text{MASA DE LA CUERDA}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{MgL}{m}} \quad ; \quad v_2 = \sqrt{\frac{2MgL}{m}} \quad ; \quad v_3 = \sqrt{\frac{3MgL}{m}}$$

EL PULSO VIAJA CON VEL v EN CADA CUERDA, UNA DISTANCIA L

$$\Rightarrow t_1 = \frac{L}{v_1} \; ; \quad t_2 = \frac{L}{v_2} \quad ; \quad t_3 = \frac{L}{v_3}$$

SOLUCIÓN CONTROL 5

EL TIEMPO TOTAL:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = L\sqrt{\frac{m}{ngL}} + L\sqrt{\frac{m}{2ngL}} + L\sqrt{\frac{m}{3ngL}}$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{mL}{ng}}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$$

b) LA FRECUENCIA DEL MODO FUNDAMENTAL, CON EXTREMO FIJO, ES

ANGULAR

$$\omega = v\frac{\pi}{L}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_1 = \pi\sqrt{\frac{ng}{mL}} \quad ; \quad \omega_2 = \pi\sqrt{\frac{2ng}{mL}} \quad ; \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{3ng}{mL}}\,\pi}$$

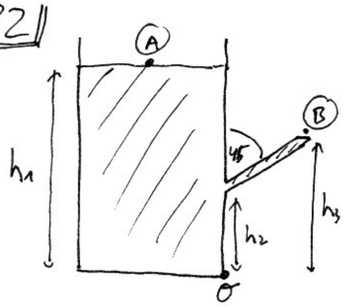
LA FRECUENCIA ES:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\boxed{f_1 = \sqrt{\frac{ng}{mL}}\,\frac{1}{2} \quad ; \quad f_2 = \sqrt{\frac{2ng}{mL}}\,\frac{1}{2} \quad ; \quad f_3 = \sqrt{\frac{3ng}{mL}}\,\frac{1}{2}}$$

SOLUCIÓN CONTROL 5

P2



SE APLICA BERNOULLI ENTRE A Y B

$$B = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p$$

$$B_A = \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_1 + P_{ATM} \quad ; \quad v_A \approx 0$$

$$= \rho g h_1 + P_{ATM}$$

$$B_B = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_3 + P_{ATM}$$

$$B_A = B_B$$

$$\Rightarrow \rho g h_1 + P_{ATM} = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_3 + P_{ATM}$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2g(h_1 - h_3)}}$$

EL CHORRO EN B SALE CON $v_B = \sqrt{2g(h_1 - h_3)}$

LUEGO HACE MOV PARABÓLICO.
PONEMOS COORDENADAS EN O

$$\Rightarrow \text{C.I.}: \quad X_0 = (h_3 - h_2)\,\text{sen}(\pi/4) = (h_3 - h_2)\sqrt{2}/2$$

$$Y_0 = h_3$$

$$v_{x0} = v_B\,\text{sen}(\pi/4) = \sqrt{2g(h_1 - h_3)}\,\sqrt{2}/2 = \sqrt{g(h_1 - h_3)}$$

$$v_{y0} = \text{''} = \sqrt{g(h_1 - h_3)}$$

$$X = (h_3 - h_2)\sqrt{2}/2 + \sqrt{g(h_1 - h_3)}\,t$$

$$Y = h_3 + \sqrt{g(h_1 - h_3)}\,t - g t^2/2$$

SOLUCIÓN CONTROL 5

LLEGA AL SUELO CUANDO $Y=0$

$$h_3 + \sqrt{g(h_1-h_3)}\, t - gt^2/2 = 0$$

$$\frac{g}{2}t^2 - \sqrt{g(h_1-h_3)}\, t - h_3 = 0$$

$$t = \frac{\sqrt{g(h_1-h_3)} \pm \sqrt{g(h_1-h_3) + 2gh_3}}{g}$$

VALE LA SOL +

$$t = \frac{\sqrt{g(h_1-h_3)} + \sqrt{g(h_1+h_3)}}{g} = \sqrt{\frac{h_1-h_3}{g}} + \sqrt{\frac{h_1+h_3}{g}}$$

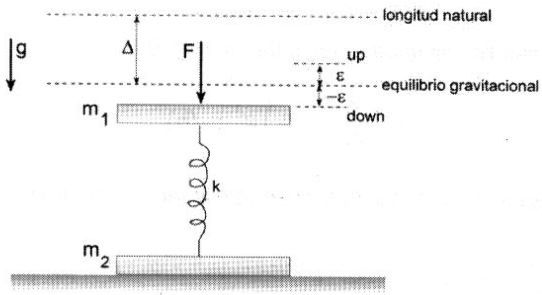
EN X: $d = (h_3-h_2)\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{g(h_1-h_3)}\left(\sqrt{\frac{h_1-h_3}{g}} + \sqrt{\frac{h_1+h_3}{g}}\right)$

$$\boxed{d = (h_3-h_2)\frac{\sqrt{2}}{2} + (h_1-h_3) + \sqrt{h_1^2-h_3^2}}$$

SOLUCIÓN CONTROL 5

P3

Considere el siguiente diagrama



Existen dos distancias relevantes:

- $\Delta =$ distancia m_1 desde el largo natural del resorte hasta alcanzar la posición de equilibrio gravitacional
- $\varepsilon =$ distancia que recorre m_1 hacia arriba y hacia abajo desde la posición de equilibrio gravitacional

Consideremos el régimen en que m_2 está pegado a la mesa y m_1 oscila alrededor del equilibrio gravitacional con amplitudes iguales tanto hacia arriba como hacia abajo. En la situación de equilibrio antes de aplicar la fuerza F

$$m_1 g = k\Delta \qquad (1)$$

Al aplicar la fuerza F

$$F + m_1 g = k(\Delta + \varepsilon) \qquad (2)$$

Combinando (1) y (2)

$$F = k\varepsilon \qquad (3)$$

Consideremos la posición de la masa m_1 cuando está en la posición "up"; la fuerza sobre m_1 del resorte es hacia arriba y se puede escribir

$$F_{up} = k(\Delta - \varepsilon) \qquad (4)$$

y considerando un diagrama de cuerpo libre sobre m_1, en la posición "up"

$$k(\Delta - \varepsilon) = m_1 g - F \qquad (5)$$

Lo que relaciona las distancias relevantes con la masa y la fuerza aplicada. Para m_2 haciendo un diagrama de cuerpo libre

$$N - k(\Delta - \varepsilon) + F - m_2 g = 0$$

y usando (5)

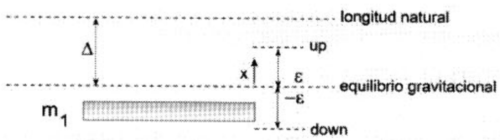
$$N - m_1 g + F - m_2 g = 0$$

,es decir, finalmente tomando el caso límite $N = 0$

$$\boxed{F = (m_1 + m_2)\, g} \qquad \textbf{(b)}$$

SOLUCIÓN CONTROL 5

Considere el siguiente diagrama, para el movimiento oscilatorio de m_1



Se puede escribir $\forall t \quad con \quad -\varepsilon \leq x \leq \varepsilon$

$$x = -\varepsilon \cos\left(k/m_1\right)^{1/2} t \qquad (*)$$

Considerando un diagrama de cuerpo libre sobre m_2

$$N = k(\Delta - x) + m_2 g = k\Delta - kx + m_2 g \qquad (6)$$

y usando (*) y (1)

$$N = (m_1 + m_2)g + k\varepsilon \cos\left(k/m_1\right)^{1/2} t$$

y finalmente usando (3)

$$\boxed{N = (m_1 + m_2)g + F\cos\left(k/m_1\right)^{1/2} t}$$

El gráfico correspondiente es:

(a)