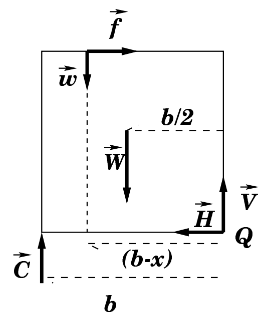
SOLUCION CONTROL No 4
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2002

Por: H. F. A. (5 de septiembre de 2002)

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Las fuerzas actuando sobre el tablón son: carga y roce de la moneda ($\vec{w}+\vec{f}$), contacto en Q ($\vec{C}$), contacto en el soporte ($\vec{V}+\vec{H}$) y su peso ($\vec{W}$).
• Podemos aplicar torque con respecto a P:

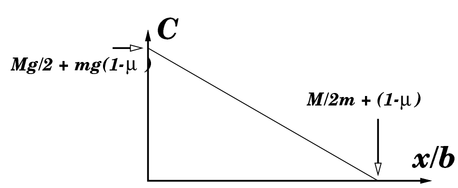
$$\tau_P(\vec{w})+\tau_P(\vec{f})+\tau_P(\vec{C})+\tau_P(\vec{V})+\tau_P(\vec{H})+\tau_P(\vec{W})=0$$

• Considerando torques positivos en sentido antihorario y usando $f=\mu mg$ para la moneda:

$$(b-x)mg-b\mu mg-bC+0+0+(b/2)Mg=0$$

• Despejando C y el gráfico correspondiente:

$$C=\frac{Mg}{2}+mg\left[1-\frac{x}{b}-\mu\right].$$

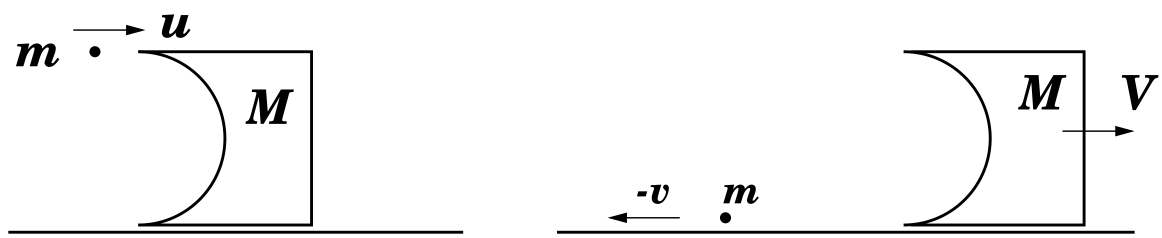


• La condición de que nunca vuelque el tablón la imponemos en el caso $x=b$ que corresponde al contacto más débil. En tal caso...

$$0=\frac{Mg}{2}+mg\left[1-\frac{b}{b}-\mu\right]\qquad\rightarrow m=\frac{M}{2\mu}$$

PUNTUACION: Si se desconoce el movimiento y consecuente fricción de la moneda sobre el tablón la nota MAXIMA en el problema es un 3.
$\boxed{\text{2Pt}}$ Ecuaciones correctas (torques y/o fuerzas) + $\boxed{\text{1Pt}}$ despeje correcto de C + $\boxed{\text{1Pt}}$ gráfico debidamente rotulado + $\boxed{\text{2Pt}}$ condición de no volcamiento
DESCUENTOS: -0.5Pt por error independiente; -1Pt por error dimensional.

PROBLEMA 2



• La colisión conserva energía mecánica (no hay fricción), y además la componente horizontal del momentum del par bloque⊕bolita se conserva pues no hay fuerza externa actuando según la horizontal. Sea $\boldsymbol{V}$ la rapidez del bloque después del contacto con la bolita. Conservación de energía mecánica:

$$\frac{1}{2}mu^2+mg(2R)=\left\{\frac{1}{2}mv^2+0\right\}+\frac{1}{2}MV^2 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{m(u^2-v^2)+4mgR=MV^2} \quad (1)$$

• Conservación de momentum según la horizontal:

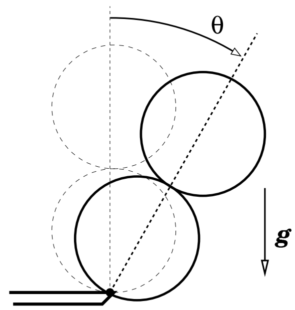
$$mu+0=-mv+MV \qquad \rightarrow \qquad \boxed{V=m(u+v)/M} \quad (2)$$

• Sustituyendo $\boldsymbol{V}$ de Ec. 2 en Ec. 1 tenemos:

$$m(u^2-v^2)+4mgR=M\frac{m^2(u+v)^2}{M^2} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{M=\frac{m(u+v)^2}{u^2-v^2+4gR}}$$

PUNTUACION:
$\boxed{\text{1Pt}}$ Conservación correcta de momentum + $\boxed{\text{1Pt}}$ conservación correcta de energía + $\boxed{\text{4Pt}}$ despeje correcto de M
DESCUENTOS: -1Pt por error independiente; -1Pt por error dimensional.

PROBLEMA 3



• Las fuerzas sobre el sólido son su peso y la reacción en el soporte. Esta última no trabaja puesto que el soporte no se mueve. Podemos conservar energía mecánica: $\boldsymbol{E_i = E}$, con $\boldsymbol{E = K + U_g}$. El centro de masas del cuerpo se ubica en el contacto entre las dos esferas. Inicialmente, éste se ubica a una altura $\boldsymbol{2R}$ del pivote.

• Inicialmente

$$\boldsymbol{E_i} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{K = 0} \\ \boldsymbol{U = (2M)g(2R)} \end{cases} \tag{3}$$

• Luego de rotar un ángulo $\boldsymbol{\theta}$, el CM se ubica a una altura $\boldsymbol{2R\cos\theta}$ del pivote. Tenemos:

$$\boldsymbol{E} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{K = \frac{1}{2}I_s\omega^2} \\ \boldsymbol{U = (2M)g(2R)\cos\theta} \end{cases} \tag{4}$$

• Falta calcular el momento de inercia de las dos esferas con respecto al eje que pasa por el pivote. Usando Steiner para cada esfera:

$$\boldsymbol{I_s = \left\{\frac{2}{5}MR^2 + MR^2\right\} + \left\{\frac{2}{5}MR^2 + M(3R)^2\right\} = \frac{4}{5}MR^2 + 10MR^2} \qquad \rightarrow \qquad \boldsymbol{I_s = \frac{54}{5}MR^2}$$

• Sustituyendo todos los términos en $\boldsymbol{(K + U_g)_i = (K + U_g)}$ tenemos:

$$\boldsymbol{0 + (2M)g(2R) = \frac{1}{2}I_s\omega^2 + (2M)g(2R)\cos\theta} \qquad \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{(1 - \cos\theta)(2M)g(2R) = \frac{1}{2}\left(\frac{54}{5}\right)MR^2\omega^2} \qquad \rightarrow \boldsymbol{\omega^2 = \frac{20g}{27R}(1 - \cos\theta)}$$

PUNTUACION: $\boxed{\text{2Pt}}$ momento de inercia correcto + $\boxed{\text{2Pt}}$ conservación de energía + $\boxed{\text{2Pt}}$ obtención del resultado.
DESCUENTOS: -1Pt por error independiente; -1Pt por error dimensional.