SOLUCION CONTROL No 5
INTRODUCCION A LA FISICA – PRIMAVERA 2000

Por: H. F. A.

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1

• **Satélite de masa m en orbita circunferencial con rapidez $v_\circ$:**

$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v_\circ^2}{R} \qquad \Longrightarrow \qquad v_\circ^2 = G\frac{M}{R} \tag{1}$$

• **Conservación de momentum antes y despues de la eyección a lo largo de la tangente en P; resto del satélite de masa $(1-\lambda)m$ queda detenido:**

$$mv_\circ = (\lambda m)v' + (1-\lambda)m0 \qquad \Longrightarrow \qquad v_\circ = \lambda v' \tag{2}$$

• **Porción eyectada de masa λm y rapidez v' escapa el campo terrestre → alcanza el '∞' con energía cinética ínfima (nula) y energía potencial cero. O sea:**

$$\frac{1}{2}(\lambda m)v'^2 - \frac{GM(\lambda m)}{R} = 0 - 0 \qquad \Longrightarrow \qquad v'^2 = \frac{2GM}{R} \tag{3}$$

• **De la Ec. (2) se tiene $v_\circ^2 = \lambda^2 v'^2$; sustituyendo Ecs. 1 y 3 para velocidades:**

$$\frac{GM}{R} = \lambda^2\frac{2GM}{R} \qquad \Longrightarrow \qquad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

• **Le energía en la eyección corresponde a la diferencia de la energía cinética $K_{desp} - K_{antes} \equiv \Delta K$**

$$\Delta K = \left[\frac{1}{2}\lambda m v'^2 + 0\right] - \frac{1}{2}mv_\circ^2 = \frac{1}{2}\lambda m(v_\circ/\lambda)^2 - \frac{1}{2}mv_\circ^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{2}-1)mv_\circ^2 \tag{5}$$

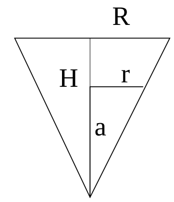
PUNTUACION: 1Pto órbita circunferencial (determinación R) + 1 Pto cons mtum + 2 Ptos vel escape v' + 1 Pto cálculo λ + 1 Pto cálculo ΔK.

PROBLEMA 2

• **Determinación del peso W_c del cono. Considerar cono sin carga → peso=empuje:**

$$W_c = \rho g\frac{1}{3}(\pi r^2)a \tag{6}$$

donde r corresponde al radio del sector circular a ras con el agua.



• **Geometría simple** $\rightarrow r/a = R/H$. **Por lo tanto:**

$$W_c = \rho g \frac{1}{3}\pi (\frac{aR}{H})^2 a \qquad \Longrightarrow \qquad W_c = \rho g \pi \frac{a^3 R^2}{H^2} \tag{7}$$

• **El cono es llenado con arena hasta un nivel x por determinar. Nuevamente carga=empuje, donde la carga es la suma del peso del cono y peso de la arena (W_a).**

$$W_c + W_a = E \tag{8}$$

• **El peso de la arena de densidad $\beta\rho$ hasta nivel x:**

$$W_a = \beta \rho g \pi \frac{x^3 R^2}{H^2} \tag{9}$$

• **Empuje sobre cono cuando está hasta el borde:**

$$E = \rho g \pi \frac{H^3 R^2}{H^2} \tag{10}$$

• **Sustituyendo en Ec. (8):**

$$\rho g \pi \frac{a^3 R^2}{H^2} + \beta \rho g \pi \frac{x^3 R^2}{H^2} = \rho g \pi \frac{H^3 R^2}{H^2} \tag{11}$$

• **Simplificando:**

$$a^3 + \beta x^3 = H^3 \qquad \Longrightarrow \qquad x^3 = \frac{H^3 - a^3}{\beta} \tag{12}$$

PUNTUACION: 2Ptos peso cono + 1Pto peso arena a nivel x + 1Pto empuje correcto cono al borde + 2Ptos resultado correcto.

PROBLEMA 3

• **Fuerzas sobre el globo: tensión + peso + empuje; la tensión es radial según la cuerda.**
• **El empuje (sentido $-\vec{g}$):**

$$\vec{E} = -\rho_\circ V \vec{g} \tag{13}$$

• **El peso $\vec{W}$ contempla material del globo (masa $m_\circ$) y gas: del globo (masa $m_\circ$)**

$$\vec{W} = m_\circ \vec{g} + \rho_G V \vec{g} = (m_\circ + \rho_G V)\vec{g} \tag{14}$$

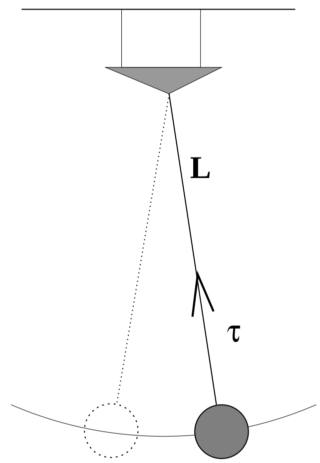
• **Fuerza neta:**

$$\vec{F} = \vec{\tau} + (m_\circ + \rho_G V)\vec{g} + (-)\rho_\circ V\vec{g} \tag{15}$$

Agrupando términos:

$$\vec{F} = \vec{\tau} + (m_\circ + \rho_G V - \rho_\circ V)\vec{g} \tag{16}$$

- **El problema se reduce a péndulo simple como se muestra en la figura.**



- **En el problema del péndulo simple tomamos la solución vista en clases: ω^2 =fuerza hacia abajo/(masa×L)**

$$\omega^2 = \frac{\mathcal{W}}{mL} \rightarrow \frac{(\rho_\circ V - m_\circ - \rho_G V)g}{(m_\circ + \rho_G V)L} = \frac{g}{L}\left(\frac{\rho_\circ V}{(m_\circ + \rho_G V)} - 1\right) \tag{17}$$

- **Despejamos ρ_G:**

$$\rho_G V = \frac{\rho_\circ V g}{\omega^2 L + g} - m_\circ \tag{18}$$

- **La tensión es igual a la fuerza hacia 'abajo' (oscilaciones pequeñas):**

$$\tau = (\rho_\circ V - m_\circ - \rho_G V)g$$

PUNTUACION: 2Ptos identificación y expresión correcta de fuerzas sobre el globo (empuje+peso neto) + 2 Ptos identificación ω con datos del problema + 2 Ptos obtensión ρ_G y τ.