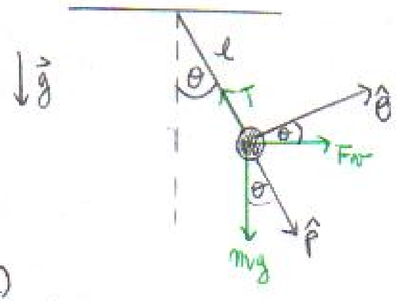
P1]

DCL:



a)

$$\sum \vec{F}_{\hat{\rho}} : \quad -T + mg\cos\theta + F_v \sin\theta = -m\frac{v^2}{R}$$

$$\sum \vec{F}_{\theta} : \quad -mg\sin\theta + F_v\cos\theta = m\,\alpha \cdot \ell$$

α: aceleración angular $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \ddot{\theta}$

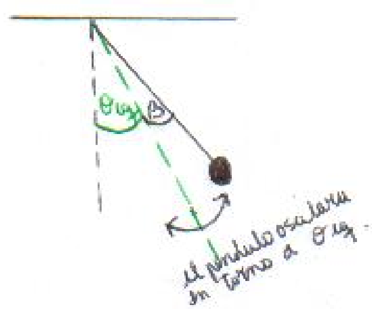
$$\Rightarrow -mg\sin\theta + F_v\cos\theta = m\ddot{\theta}\ell \quad (*)$$

Punto de equilibrio? Se impone aceleración $= 0$
$\Rightarrow \ddot{\theta} = v = 0$

de $(*)$ $\Rightarrow -mg\sin\theta_{eq} + F_v\cos\theta_{eq} = 0$
$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta_{eq} = \frac{F_v}{mg}$

$\Rightarrow$ posición de equilibrio $= \theta_{eq} = \operatorname{arctg}\left(\frac{F_v}{mg}\right)$

b) El péndulo oscilará entorno a su posición de equilibrio.



$\theta = \theta_{eq} + \beta \Rightarrow \ddot{\theta} = \ddot{\beta}$

de$(*)$ $\Rightarrow -mg\sin(\theta_{eq}+\beta) + F_v\cos(\theta_{eq}+\beta) = m\ddot{\beta}\ell$

$-mg\sin(\theta_{eq})\cos(\beta) - mg\cos(\theta_{eq})\sin(\beta) + F_v\cos(\theta_{eq})\cos(\beta) - F_v\sin(\theta_{eq})\sin(\beta) = m\ddot{\beta}\ell$

Las oscilaciones entorno a θ_{eq} son pequeñas $\Rightarrow \begin{matrix}\sin(\beta)\approx\beta\\ \cos(\beta)\approx 1\end{matrix}$

$\Rightarrow$
$-mg\sin(\theta_{eq})\cdot 1 - mg\cos(\theta_{eq})\cdot\beta + F_v\cos(\theta_{eq})\cdot 1 - F_v\sin(\theta_{eq})\cdot\beta = m\ddot{\beta}\ell$ ①

$\Rightarrow$

$$-mg\cos(\theta_{eq})\cdot\beta - F_r\,\mathrm{sen}(\theta_{eq})\cdot\beta + F_r\cos(\theta_{eq}) - mg\,\mathrm{sen}(\theta_{eq}) = m\ddot{\beta}\,l$$

$$\Rightarrow -\left[\frac{mg\cos(\theta_{eq}) + F_r\,\mathrm{sen}(\theta_{eq})}{ml}\right]\cdot\beta + \underbrace{\frac{F_r\cos(\theta_{eq}) - mg\,\mathrm{sen}(\theta_{eq})}{ml}}_{\text{constante}} = \ddot{\beta}$$

La ecuación es de la forma $-w^2\cdot\beta + cte = \ddot{\beta}$

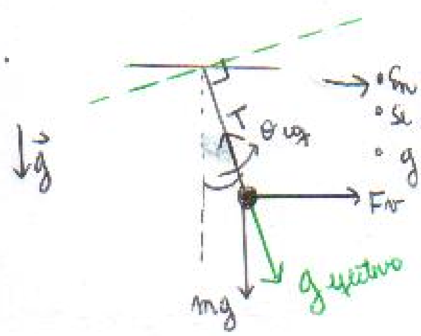
$$\Rightarrow w^2 = \frac{mg\cos(\theta_{eq}) + F_r\,\mathrm{sen}(\theta_{eq})}{ml}$$

Como $\mathrm{tg}\,\theta_{eq} = \frac{F_r}{mg} \Rightarrow$ constante $= \frac{F_r\cos(\theta_{eq}) - mg\,\mathrm{sen}(\theta_{eq})}{ml} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{-w^2\beta = \ddot{\beta}}$$

Solución alternativa :

- Se sabe que la frecuencia con la cual oscila un péndulo es $\sqrt{g/l} = w$
- El péndulo del problema no oscila entorno a $\theta_{eq} = 0$ sino que entorno a $\theta_{eq} = \mathrm{arctg}\left(\frac{F_r}{mg}\right)$



- En equilibrio el péndulo adquiere esta forma.
- Se calcula un g efectivo, ya que el péndulo es "rotado".
- g efectivo debe ser tal que:

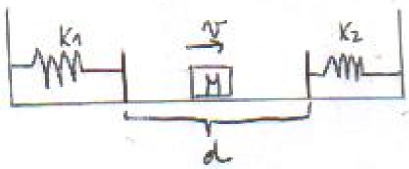
$$\vec{F_r} + m\vec{g} = m\vec{g}_{efectivo}$$

$$\Rightarrow |g_{eq}| = \sqrt{\frac{F_r^2}{m^2} + g^2} = \sqrt{\left(\frac{F_r}{m}\right)^2 + g^2}$$

Por lo tanto $w = \sqrt{\frac{g_{efectivo}}{l}}$

$$\Rightarrow w^2 = \frac{\sqrt{\left(\frac{F_r}{m}\right)^2 + g^2}}{l}$$

P2]



El tiempo que demora el bloque en estar en contacto con un resorte es $t = \frac{T}{2}$.

El bloque se despega del resorte cuando pasa por lo ya que el resorte va a tratar de comprimirse a partir de ese instante disminuyendo su velocidad. En cambio el bloque seguirá moviéndose con rapidez v.

La frecuencia de un resorte es $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = \pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

Por lo tanto, el tiempo que demora en realizar un ciclo es:

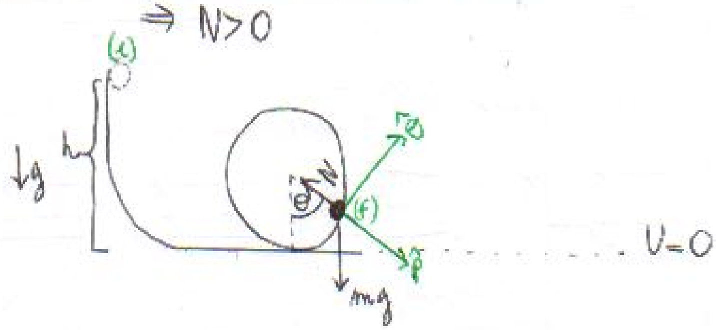
$$t = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} + \frac{2d}{v}$$

$$t = \pi\sqrt{\frac{m}{K_1}} + \pi\sqrt{\frac{m}{K_2}} + \frac{2d}{v}$$

P3|

Para asegurar que m llegue a C, basta con imponer que la masa m no se cae del rizo circular, es decir, nunca pierde contacto mientras pasa por él.

$\Rightarrow N > 0$



$$\sum \vec{F}\,\hat{\rho} = -N + mg\cos\theta = -m\frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow N = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{R} \qquad (*)$$

Utilizando conservación de energía entre los instantes (i) y (f)

$$E_i = mgh$$

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + mg(R - R\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta)$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \cancel{m}gR(1-\cos\theta) \qquad /\cdot 2$$

$$2gh = v^2 + 2gR(1-\cos\theta)$$

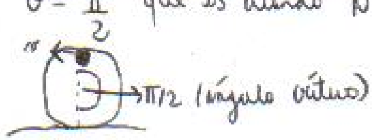
$$\Rightarrow v^2 = 2gh - 2gR(1-\cos\theta)$$

Reemplazando en (*) $\quad N = mg\cos\theta + \frac{m}{R}[2gh - 2gR(1-\cos\theta)]$

$$N = mg\cos\theta + 2mg\frac{h}{R} - 2mg + 2mg\cos\theta$$

$$N = 3mg\cos\theta - 2mg + 2mg\frac{h}{R}$$

N debe ser mayor que 0 para todo θ, en especial, para el ángulo crítico $\theta = \frac{\pi}{2}$ que es cuando N alcanza su mínimo.



$$N>0 \Rightarrow 3mg\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2mg + 2mg\frac{h}{R} > 0$$

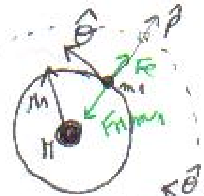
$$-3\cancel{mg} - 2\cancel{mg} + 2\cancel{mg}\frac{h}{R} > 0$$

$$\Rightarrow \boxed{h > \frac{5R}{2}} \qquad \text{(ojo } h > 2R\text{ !!)}$$

P4)

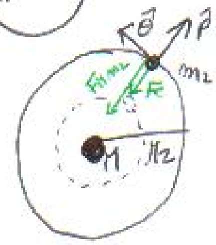
Para m_1:

$$\sum \vec{F}\hat{\rho} : \quad K(r_2 - r_1) - \frac{GMm_1}{r_1^2} = -m_1 \omega^2 r_1 \quad (1)$$



Para m_2:

$$\sum \vec{F}\hat{\rho} : \quad -K(r_2 - r_1) - \frac{GMm_2}{r_2^2} = -m_2 \omega^2 r_2 \quad (2)$$



de (1) $\quad -K\frac{(r_2 - r_1)}{r_1}\frac{1}{m_1} + \frac{GM}{r_1^3} = \omega^2$

de (2) $\quad +K\frac{(r_2 - r_1)}{r_2}\frac{1}{m_2} + \frac{GM}{r_2^3} = \omega^2$

(−)

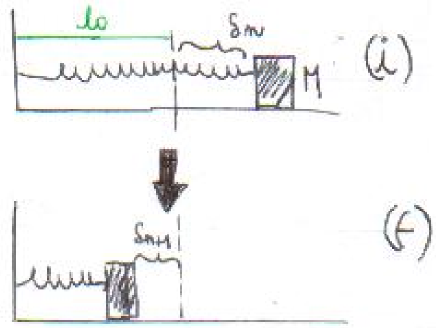
$$K\frac{(r_2 - r_1)}{r_2}\frac{1}{m_2} + K\frac{(r_2 - r_1)}{r_1}\frac{1}{m_1} + \frac{GM}{r_2^3} - \frac{GM}{r_1^3} = 0$$

$$K\left[\frac{1}{r_2 m_2} + \frac{1}{r_1 m_1}\right](r_2 - r_1) = \frac{GM}{r_1^3} - \frac{GM}{r_2^3}$$

$$K = \frac{\left(\frac{GM}{r_1^3} - \frac{GM}{r_2^3}\right)}{\left[\frac{1}{r_2 m_2} + \frac{1}{r_1 m_1}\right](r_2 - r_1)}$$

C

P5)



$$E_i = \frac{1}{2} K \delta_n^2$$

$$E_f = \frac{1}{2} K \delta_{n+1}^2$$

$$W_{FORCE} = -\mu N (\delta_n + \delta_{n+1})$$
$$W_{FORCE} = -\mu M g (\delta_n + \delta_{n+1})$$

$$E_f - E_i = \frac{1}{2} K \delta_{n+1}^2 - \frac{1}{2} K \delta_n^2 = -\mu M g (\delta_n + \delta_{n+1})$$

$$\frac{1}{2} K \delta_{n+1}^2 - \frac{1}{2} K \delta_n^2 = -\mu M g \delta_n - \mu M g \delta_{n+1}$$

$$-\mu M g \cancel{(\delta_{n+1} + \delta_n)} = \frac{1}{2} K \cancel{(\delta_{n+1} + \delta_n)} (\delta_{n+1} - \delta_n)$$

$$-\mu M g = \frac{1}{2} K (\delta_{n+1} - \delta_n)$$

$$\Rightarrow \delta_{n+1} = \delta_n - \frac{2 \mu M g}{K}$$