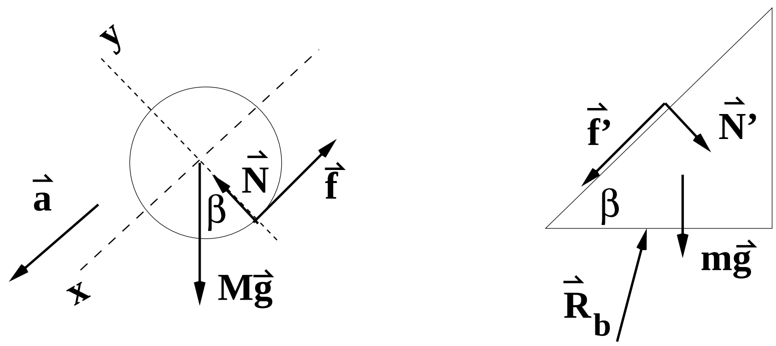
SOLUCION del CONTROL RECUPERATIVO 2do SEMESTRE (por HFA)
INTRODUCCION A LA FISICA – PRIMAVERA 2000

Profesores: H. F. Arellano, R. Garreaud, L. González, F. Méndez, R. Tabensky y N. Zamorano

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

PROBLEMA 1



MOVIMIENTO DE LA RUEDA:

- **Ecuacion de movimiento del CM de la rueda:**

$$\vec{f} + \vec{N} + M\vec{g} = m\vec{a}$$

- **Proyectando según eje x:**

$$-f + 0 + Mg\sin\beta = Ma \quad \rightarrow \quad -f + Mg\sin\beta = Ma \tag{1}$$

- **Proyectando según eje y:**

$$0 + N - Mg\cos\beta = 0 \quad \rightarrow \quad N = Mg\cos\beta \tag{2}$$

- **Ecuacion de torques para rotación con respecto al CM (∘):**

$$\tau_\circ(\vec{f}) + \tau_\circ(\vec{N}) + \tau_\circ(M\vec{g}) = I\alpha$$

- **Def: signo +'vo de rotaciones en el sentido antihorario:**

$$Rf + 0 + 0 = I\alpha \quad \rightarrow \quad Rf = I\alpha \tag{3}$$

- **Sólido no resbala →** $\alpha = a/R$**. Sustituyendo en Ec. (3):** $R^2 f = Ia \rightarrow a = R^2 f/I$**. Reemplazando en Ec. (1) se obtiene la fuerza de roce:**

$$-f + Mg\sin\beta = MR^2 f/I \quad \rightarrow \quad f = \frac{Mg\sin\beta}{1 + \frac{MR^2}{I}} \tag{4}$$

• De ecuación (2) se tiene la normal N:

$$N = Mg\cos\beta \tag{5}$$

ESTATICA DE LA CUÑA:

• La cuña no se mueve:

$$\vec{N}' + \vec{f}' + m\vec{g} + \vec{R}_b = \vec{0}$$

donde $\vec{N}' = -\vec{N}$, $\vec{f}' = -\vec{f}$ y $\vec{R}_b$ es la reacción de la balanza sobre la cuña. La componente vertical de $\vec{R}_b$ es lo que marca la balanza (N_b).

• Proyectando la Ec. anterior según la vertical, considerando signos positivos hacia arriba:

$$-N\cos\beta - f\sin\beta - mg + N_b = 0 \tag{6}$$

• Despejando:

$$N_b = N\cos\beta + f\sin\beta + mg \rightarrow N_b = Mg\cos^2\beta + \frac{Mg\sin^2\beta}{1+\frac{MR^2}{I}} + mg \tag{7}$$

PROBLEMA 2

SATELITE A

• Conservación de energía:

$$\frac{1}{2}m_A v_A^2 - G\frac{m_A M}{R} = \frac{1}{2}m_A v_A'^2 - G\frac{m_A M}{\lambda R} \tag{8}$$

• Conservación de momentum (afelio-perihelio):

$$R_A v_A = (\lambda R_A)v_A' \quad \rightarrow \quad v_A' = \frac{v_A}{\lambda} \tag{9}$$

• Combinando ecuaciones:

$$\frac{1}{2}v_A^2\left(1-\frac{1}{\lambda^2}\right) = \frac{GM}{R}\left(1-\frac{1}{\lambda}\right) \tag{10}$$

• Limpiando (usar $g = GM/R^2$)

$$v_A^2 = \frac{2\lambda g R}{1+\lambda} \tag{11}$$

.

SATELITE B

• Conservación de energía (lanzamiento radial):

$$\frac{1}{2}m_B v_B^2 - G\frac{m_B M}{R} = 0 - G\frac{m_B M}{\lambda R} \tag{12}$$

• **Despejando:**

$$v_B^2 = \frac{2gR(\lambda - 1)}{\lambda} \tag{13}$$

.

COMPARACION

• **Puesto que**

$$\frac{\lambda}{1+\lambda} \geq \frac{\lambda - 1}{\lambda}$$

(y ciertamente $\lambda \geq 1$) entonces $v_A \geq v_B$

PROBLEMA 3

• **El peso que registra la balanza consisten en agua (masa $\rho_a V_a$) con hielo (masa m_h, volumen V_h):**

$$P = \rho_a V_a g + m_h g \quad \rightarrow \quad m_h = \frac{P}{g} - \rho_a V_a$$

• **Puesto que la densidad del hielo es ρ_h, podemos calcular su volumen:**

$$V_h = \frac{m_h}{\rho_h} \quad \rightarrow \quad V_h = \frac{P}{g\rho_h} - V_a \frac{\rho_a}{\rho_h}$$

• **Se analiza estática del cubo retenido por la cuerda. Fuerzas hacia abajo: peso ($m_h g$) y tensión (T). Fuerza hacia arriba: empuje ($\rho_a V_h g$). O sea:**

$$m_h g + T = \rho_a V_h g$$

• **Sustituyendo valores de m_h y V_h tenemos:**

$$T = \rho_a \left(\frac{P}{g\rho_h} - V_a \frac{\rho_a}{\rho_h}\right) g - (P - \rho_a V_a g)$$

• **Limpiando ecuaciones:**

$$T = P\left(\frac{\rho_a}{\rho_h} - 1\right) - \rho_a V_a g \left(\frac{\rho_a}{\rho_h} - 1\right) = (P - \rho_a V_a g)\left(\frac{\rho_a}{\rho_h} - 1\right)$$