Introducción a la Física Newtoniana - Sección 05
Ejercicio N^o 1
Departamento de Física
Escuela de Ingeniería y Ciencias
Universidad de Chile

Prof. Rodrigo Soto
13 de marzo de 2006
Tiempo: 30 minutos

Haga sus deducciones con prolijidad. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta es correcta cuando tanto el método como el resultado son correctos. Cualquier método de solución correcto es válido.

Se sabe que los materiales sólidos, por muy rígidos que éstos sean, siempre se pueden deformar algo cuando fuerzas externas actúan sobre ellos. La rigidez de un sólido se mide por una propiedad que se llama el *módulo de Young* (Y) que tiene unidades de $[Y] = L^{-1}MT^{-2}$. Si un material tiene un móludo de Young grande, entonces se deforma poco.
Se toma una barra de radio R y largo L hecha de algún material y se coloca vertical apoyada en su base. Debido a su propio peso, la barra se comprime un poco, disminuyendo su altura en h.
Experimentalmente se sabe que la compresión es inversamente proporcional al módulo de Young y es proporcional a la densidad ρ de la barra y la aceleración de gravedad g. Además, se sabe que la deformación casi no depende del radio R por lo que esta dependencia se puede despreciar.

(a) ¿Determine cómo depende h de la altura de la barra? En particular suponga que depende como una potencia y encuentre el exponente. Escriba, salvo una constante adimensional, una expresión para h en términos de los parámetros del problema.

(b) Considerando la expresión anterior, estime la compresión en los distintos casos:

- Una barra de fierro de $L = 1m$, sabiendo que $Y_{\text{fierro}} \approx 190 \times 10^6 kg/ms^2$ y $\rho_{\text{fierro}} \approx 8000 kg/m^3$.
- Un edificio de concreto $L = 100m$, sabiendo que $Y_{\text{concreto}} \approx 30 \times 10^6 kg/ms^2$ y $\rho_{\text{concreto}} \approx 2500 kg/m^3$.

Solución:

Los resultados experimentales indican que h es inversamente proporcional al Y y es proporcional a ρ y g. Además, h no depende de R. Suponiendo una dependencia en potencia de L, se propone:

$$h = c\rho g L^x / Y \tag{1}$$

donde c es una constante adimensional y x es nuestra incógnita.

Aplicando dimiensiones a ambos lados de la ecuación se tiene:

$$[h] = [c][\rho][g][L^x]/[Y] \tag{2}$$

De los datos del problema o de los datos numéricos de la parte (b) se tiene que $[h] = L$, $[c] = 1$, $[\rho] = ML^{-3}$, $[g] = LT^{-2}$, $[L] = L$, $[Y] = L^{-1}MT^{-2}$. Luego

$$L = 1 \times ML^{-3} \times LT^{-2} \times L^x \times LM^{-1}T^2 \tag{3}$$
$$L = L^{-1+x} \tag{4}$$

de donde se obtiene que $1 = -1 + x$, o bien que $x = 2$.

En resumen, la ley que se obtiene es de la forma:

$$h = c\rho gL^2/Y \tag{5}$$

Para realizar la estimación numérica, suponemos que $c \approx 1$. De esta forma:

- para el fierro sale $h = 4 \times 10^{-4} m = 0{,}4mm$
- y para el concreto $h = 8m$.

El último valor es sospechosamente grande. En la realidad la compresión es mucho menor porque los edificios no son moles de concreto sino que tienen muchos espacios vacíos, por lo que su peso es menor.