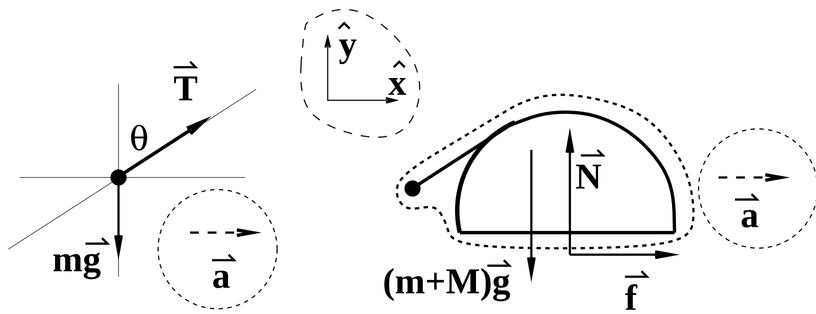
SOLUCION CONTROL No 2
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2001

Por: H. F. A.

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



- Las fuerzas que actúan sobre la carga: tensión $\vec{T}$ y peso $m\vec{g}$. La aceleración $\vec{a}$ es horizontal.
- Ecuación de movimiento y proyecciones según $\hat{x}$ e $\hat{y}$:

$$\begin{aligned} \vec{T} + m\vec{g} &= m\vec{a} \qquad \Rightarrow & (1)\\ T\sin\theta &= ma \quad \text{(según } \hat{x}\text{)} & (2)\\ T\cos\theta - mg &= 0 \quad \text{(según } \hat{y}\text{)} & (3) \end{aligned}$$

- De la ecuacion (3) se obtiene

$$T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

- Podemos despejar la aceleración:

$$\underline{\underline{\overline{\overline{a = g\tan\theta}}}} \qquad (4)$$

- Para la parte B consideramos "tortuga⊕carga" como UN cuerpo. Las interacciones desde el exterior son: peso $(m+M)\vec{g}$, contacto con el piso (normal $\vec{N}$ y roce $\vec{f}$).
- La ecuacion del movimiento (del cuerpo de masa M+m) y sus proyecciones según $\hat{x}$ e $\hat{y}$:

$$\begin{aligned} (m+M)\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} &= (m+M)\vec{a} \qquad \Rightarrow & (5)\\ 0 + 0 + f &= (m+M)a \quad \text{(según } \hat{x}\text{)} & (6)\\ -(m+M)g + N + 0 &= 0 \quad \text{(según } \hat{x}\text{)} & (7) \end{aligned}$$

- Tracción a punto de resbalar (ó resbalando)$\Rightarrow f = \mu N \Rightarrow \boxed{a = \mu g}$; combinando con resultado para la aceleración $\boxed{a = g\tan\theta)}$ se obtiene:

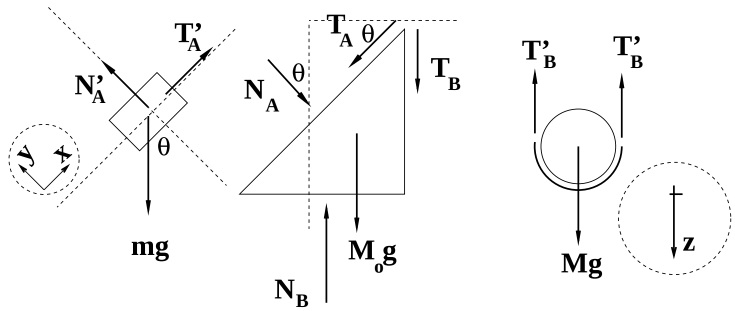
$$g\tan\theta = \mu g \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\overline{\overline{\tan\theta_{max} = \mu}}}}\ ,$$

que determina el ángulo máximo θ_{max}.

- En el caso $\theta \to \pi/2$ se ve que $T = \frac{mg}{\cos\theta} \to \infty$. O sea, si la cuerda queda horizontal la tensión es infinitamente grande. Ello ocurre si la tortuga pudiese acelerar infinitamente (necesitaría zapatillas de atletismo!).

PUNTUACION: 1Pto DCL correcto + 1Pto ecuaciones correctas + 1Pto despeje de T correcto + 1Pto DCL y ecuaciones correctas para sist compuesto + 1Pto ángulo max + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 2



• Sobre el cubo actúan tension de la cuerda $\vec{T}'_A$ (de magnitud T), el peso del cubo $m\vec{g}$ y la normal de la cuña sobre el cubo N'_A (magnitud N). Ecuación del movimiento (considerando aceleración $\vec{a}_c$ de componente según el plano a) y proyecciones:

$$\begin{aligned} \vec{T}'_A + m\vec{g} + N'_A &= m\vec{a}_c \qquad \Rightarrow & (8)\\ \text{Según } \hat{x})\quad T - mg\sin\theta + 0 &= ma \quad \rightarrow \quad T - mg\sin\theta = ma & (9)\\ \text{Según } \hat{y})\quad 0 - mg\cos\theta + N &= 0 \quad \rightarrow \quad N = mg\cos\theta & (10)\end{aligned}$$

• Sobre la cuña actúan el contacto con el cubo (normal $\vec{N}_A$ de magnitud N), la cuerda en el canto de la cuña (tensiones $\vec{T}_A$ oblicua y $\vec{T}_B$ vertical, ambas de magnitud T), gravedad sobre la cuña ($M_\circ\vec{g}$), y normal con el piso ($\vec{N}_B$ de magnitud N_B. Ecuación del movimiento (reposo) y proyección según la horizontal:

$$\begin{aligned} \vec{N}_A + \vec{T}_A + \vec{T}_B + M_\circ\vec{g}\vec{N}_B &= 0 \qquad \Rightarrow & (11)\\ -N\sin\theta + T\cos\theta + 0 + 0 + 0 &= 0 \qquad \rightarrow T\cos\theta = N\sin\theta & (12)\end{aligned}$$

• Sobre la carga (y pedazo de cuerda en contacto con ella) actúan la tensión $\vec{T}'_B$ en ambas puntas (magnitud T) y el peso de la carga ($M\vec{g}$); la aceleración de la carga es $\vec{a}_\circ$ de magnitud $a/2$. La ecuación del movimiento y proyección según z:

$$\begin{aligned} \vec{T}'_B + \vec{T}'_B + M\vec{g} &= M\vec{a}_\circ \qquad \Rightarrow & (13)\\ -2T + Mg &= M(a/2) \qquad \rightarrow 2Mg - 4T = Ma & (14)\end{aligned}$$

• Buscamos ángulo θ. Primero usar Ec. 10 para N en Ec. 12 ...

$$T\cos\theta = (mg\cos\theta)\sin\theta \quad \rightarrow \quad T = mg\sin\theta \tag{15}$$

• Sustituir este valor para T en Ec. 9 para T ...

$$(mg\sin\theta) - mg\sin\theta = ma \quad \rightarrow \quad \boxed{a = 0}. \tag{16}$$

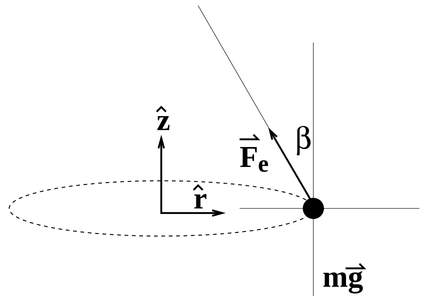
• Reemplazar $a = 0$ y $T = mg\sin\theta$ en Ec. 14 ...

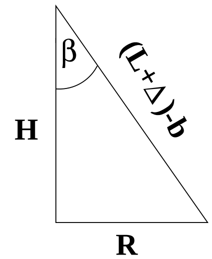
$$2Mg - 4(mg\sin\theta) = m0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\sin\theta = \frac{M}{2m}} \tag{17}$$

• Caso $\theta \sim \pi/2 \Rightarrow \sin\theta \sim 1 \Rightarrow M \sim 2m$. Este caso corresponde a bloque suspendido por carga en polea. En tal caso la aceleración nula sólo es compatible con $M \sim 2m$.

PUNTUACION: (0.6 + 0.7 + 0.6) Ptos por DCL's correctos + 2Ptos ecuaciones correctas (con proyecciones) + 1Pto por despeje (correcto) de a y $\sin\theta$ + 1Pto discusión aceptable.

PROBLEMA 3





• Considerando la bolita como el objeto a estudiar, las fuerzas sobre ésta son: fuerza del elástico ($\vec{F}_e$; magnitud $k\Delta$) y el peso $m\vec{g}$. Ecuación de movimiento y proyecciones según $\hat{r}$ y $\hat{z}$:

$$\begin{aligned} \vec{T} + m\vec{g} &= m\vec{a} \qquad \Rightarrow & (18)\\ -k\Delta \sin\beta &= -m\omega^2 R \quad (\text{según } \hat{r}) & (19)\\ k\Delta\cos\beta - mg &= 0 \quad (\text{según } \hat{z}) & (20) \end{aligned}$$

• R es el radio de la órbita. El tramo de elástico fuera del tubo es $L + \Delta - b$; el radio es $(L + \Delta - b)\sin\beta$. Sustituyendo en las ecuaciones 19 y 20 se tiene

$$\begin{aligned} k\Delta &= m\omega^2(L + \Delta - b) & (21)\\ k\Delta\cos\beta &= mg & (22) \end{aligned}$$

• Combinando estas dos últimas ecuaciones obtenemos:

$$\omega^2 = \frac{mg/\cos\beta}{m(L + mg/k\cos\beta - b)} \quad \rightarrow \quad \boxed{\omega^2 = \frac{g}{(L-b)\cos\beta + mg/k}} \tag{23}$$

• Para la energía mecánica total E consideramos: $E = K + U_g + U_e$

• Energía cinética K

$$K = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2 = \frac{1}{2}mg\left[(L-b)\cos\beta + \frac{mg}{k}\right]\tan^2\beta \tag{24}$$

• Energía elástica U_e: Utilizando $\Delta = mg/k\cos\beta$,

$$U_e = \frac{1}{2}k\Delta^2 = \frac{1}{2}mg\left(\frac{mg}{k}\right)\frac{1}{\cos^2\beta} \tag{25}$$

• Energía gravitacional U_g Sea H la profundidad de la bolita c/r boca del tubo y $H_\circ$ la misma profundidad pero con bolita colgando, entonces:

$$\begin{aligned} H &= (L + \Delta - b)\cos\beta & (26)\\ H_\circ &= (L + \Delta_\circ - b) = (L + mg/k - b)\ , & (27) \end{aligned}$$

Con ésto la energía gravitacional es

$$U_g = -mg(L + \Delta - b)\cos\beta + mg(L + mg/k - b) = mg(L-b)(1 - \cos\beta) \tag{28}$$

• Si $k \to \infty$ entonces la velocidad angular $\omega^2 \to g/(L-b)\cos\beta$; si además $\beta \to \pi/2$ entonces $\omega^2 \to \infty$. Se trata entonces de una cuerda ideal que para estar horizontal debe rotar con velocidad angular infinita.

PUNTUACION: 1Pto DCL correcto + 1Pto ecuaciones correctas (con proyecciones) + 1Pto despeje de ω^2 correcto + 2/3 Pto por cada termino de energía + 1Pto discusión aceptable.