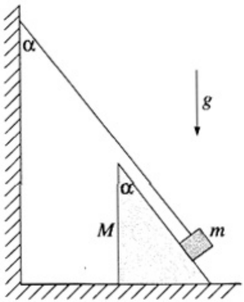
Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas
y Matemáticas.
Universidad de Chile

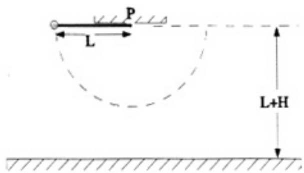
FI10A-CONTROL Sustitutivo
Profs. V. Fuenzalida, F. Lund, D. Mardones
A. Meza, C. Romero, R. Soto y R. Tabensky
7 de Agosto de 2006
Tiempo: 2 hrs. 30 min.

1. Una cuña de masa M que tiene un ángulo superior α tal como indica la figura, está apoyada sobre una superficie horizontal con coeficientes de roce estático μ_e y cinético μ_c. Sobre la superficie lisa (sin roce) de la cuña se apoya un bloque de masa m, el cual está sujeta por una cuerda ideal. El otro extremo de la cuerda está unido a una superficie vertical de manera que el ángulo que forma la cuerda con la vertical también es α.

Determine el valor máximo de m para que la cuña no deslice sobre la superficie si $\cos\alpha = 0.8$, $\mu_c = 0.4$ y $\mu_e = 0.5$.

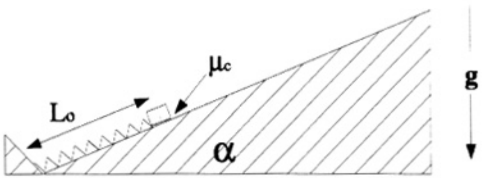


2. Un péndulo simple de largo L y masa m se suelta desde el reposo cuando forma un ángulo $\pi/2$ con la vertical. La cuerda se corta en el punto de la trayectoria donde la tensión alcanza el valor máximo. Calcule a qué distancia del pivote, medida en la *dirección horizontal, choca la partícula contra el suelo.*



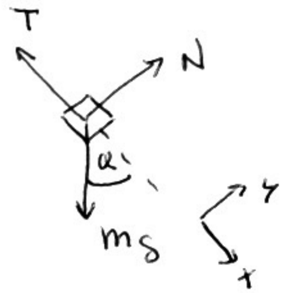
3. La figura muestra un plano inclinado en un ángulo α. Sobre el plano se coloca un resorte de constante K y largo natural L_0. El resorte está fijo a la cuña en su extremo inferior y en su extremo superior tiene unida una masa m. Se conoce el coeficiente de roce cinético μ_c entre el bloque y el plano.

Considere que inicialmente la masa se empuja hasta comprimir completamente el resorte, y luego se lo suelta repentinamente. Suponiendo que la fuerza ejercida por el resorte comprimido es capaz de vencer el roce estático, determine la altura máxima que alcanza el bloque, con respecto a la base de la cuña.



P1)

DCL bloque



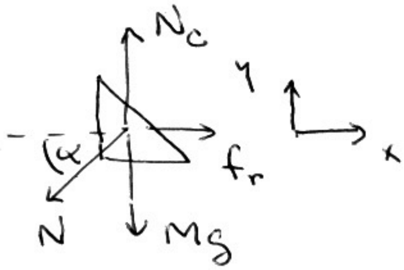
$\hat{x})\quad mg\cos\alpha - T = 0$

$\hat{y})\quad N - mg\,\text{sen}\,\alpha = 0$

$\Rightarrow \quad T = mg\cos\alpha$

$\quad\quad N = mg\,\text{sen}\,\alpha \quad (1)$

DCL cuña



$\hat{x})\quad f_r - N\cos\alpha = 0$

$\hat{y})\quad N_c - Mg - N\,\text{sen}\,\alpha = 0$

$f_r \leq \mu_e N_c$ (roce estático)

ENTONCES

$$f_r = N\cos\alpha \leq \mu_e\left[Mg + N\,\text{sen}\,\alpha\right]$$

$(1) \Rightarrow$

$$m\cancel{g}\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha \leq \mu_e\left[M\cancel{g} + m\cancel{g}\,\text{sen}^2\alpha\right]$$

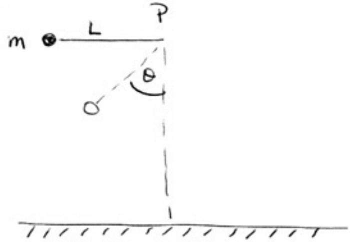
$$m\,\text{sen}\,\alpha\left[\cos\alpha - \mu_e\,\text{sen}\,\alpha\right] \leq \mu_e M$$

$$m \leq \frac{\mu_e M}{\text{sen}\,\alpha\left[\cos\alpha - \mu_e\,\text{sen}\,\alpha\right]}$$

si $\mu_e = 0.5$, $\cos\alpha = 0.8 \Rightarrow \text{sen}\,\alpha = 0.6$ SE TIENE

$$m \leq \frac{5}{3}M$$

P2



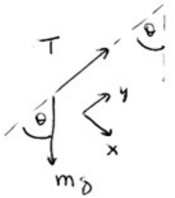
CONSERVACIÓN DE ENERGÍA

$E_i = 0$

$E_f = -mgL\cos\theta + \frac{1}{2}mv^2$

$\Delta E = 0 \Rightarrow v = \sqrt{2gL\cos\theta}$ (1)

DCL



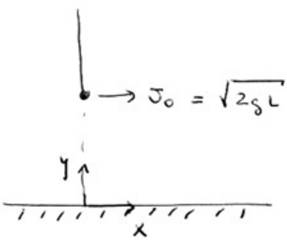
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \hat{y})\quad T - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{L}$$

$$(1) \Rightarrow \quad T = mg\cos\theta + \frac{m}{\cancel{L}}2g\cancel{L}\cos\theta$$

$$T = 3mg\cos\theta$$

T_{max} CUANDO $\theta = 0$

MOVIMIENTO PARABOLICO



$$x = v_0 t$$

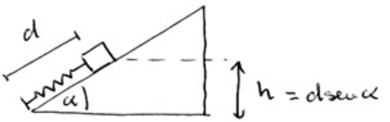
$$y = H - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

ENTONCES

$$x = \sqrt{2gL}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}} = 2\sqrt{HL}$$

P3|



$$E_i = \frac{1}{2} k L_o^2$$

$$E_f = \frac{1}{2} k \delta^2 + mgh$$

$$W_{roce} = -\mu mg \cos\alpha \, d$$

$$d = L_o + \delta \quad \Rightarrow \quad \delta = d - L_o$$

↑ ESTIRAMIENTO DEL RESORTE C/r LARGO NATURAL

$$\Delta E = W \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} k \delta^2 + mgh - \frac{1}{2} k L_o^2 = -\mu mg \cos\alpha \, d$$

ENTONCES

$$k\left[d^2 - 2dL_o + \cancel{L_o^2}\right] + 2mgh - \cancel{kL_o^2} = -2\mu mg\cos\alpha \, d$$

$$kd^2 - 2kL_o d + 2mg \operatorname{sen}\alpha \, d + 2\mu mg \cos\alpha \, d = 0$$

$$d\left[kd - 2kL_o + 2mg\operatorname{sen}\alpha + 2\mu mg\cos\alpha \, d\right] = 0$$

$\Rightarrow$ $d = 0$ solución trivial

$$d = 2L_o - \frac{2mg}{k}\left[\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha\right]$$

$\therefore$ ALTURA MÁXIMA $= h = 2\operatorname{sen}\alpha\left[L_o - \frac{mg}{k}(\operatorname{sen}\alpha + \mu\cos\alpha)\right]$