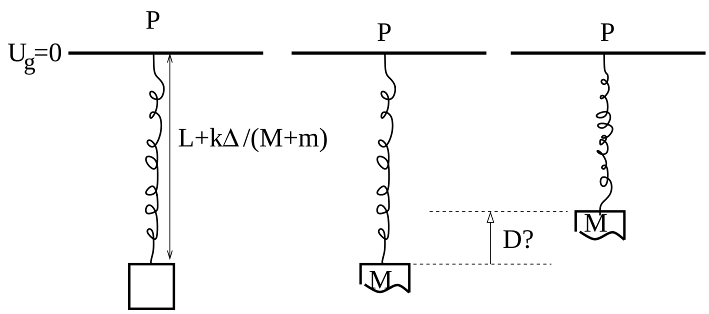
SOLUCION CONTROL No 2
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2002

Por: H. F. A. (junio 27 de 2002)

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Sean $\boldsymbol{L}$ la longitud natural del resorte y $(\boldsymbol{M}+\boldsymbol{m})$ la masa total del bloque; en la situación estática la elongación del resorte es $\boldsymbol{\Delta=(M+m)g/k}$.
• Conservamos energía para el 'resorte $\oplus$ trozo adherido' de masa $\boldsymbol{M}$. El nivel cero de energía potencial gravitacional se toma en P.
• Energía inicial: $\boldsymbol{E_i = K + U_g + U_e = 0 - Mg(L+\Delta) + \frac{1}{2}k\Delta^2}$
• Energía final: $\boldsymbol{E_f = K + U_g + U_e = 0 - Mg(L+\delta) + \frac{1}{2}k\delta^2}$
• Conservación $\boldsymbol{E_i = E_f} \rightarrow$ ecuación cuadrática para $\boldsymbol{\delta}$:

$$\frac{1}{2}k\delta^2 - Mg\delta + \left(Mg\Delta - \frac{1}{2}k\Delta^2\right) = 0$$

• Despejamos $\boldsymbol{\delta}$:

$$\delta = \frac{Mg \pm \sqrt{(Mg)^2 - 4\frac{1}{2}k(Mg\Delta - \frac{1}{2}k\Delta^2)}}{k} = \frac{Mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{Mg}{k}\right)^2 - 2\left(\frac{Mg}{k}\right)\Delta + \Delta^2}$$

• Simplificando y reemplazando $\boldsymbol{\Delta = (m+M)g/k}$:

$$\delta = \frac{Mg}{k} \pm \left|\frac{Mg}{k} - \Delta\right| \rightarrow \frac{Mg}{k} - \frac{mg}{k}$$

• El ascenso lo podemos escribir $\boldsymbol{D = y_f - y_i = (-L-\delta) - (-L-\Delta) = \Delta - \delta} \rightarrow$

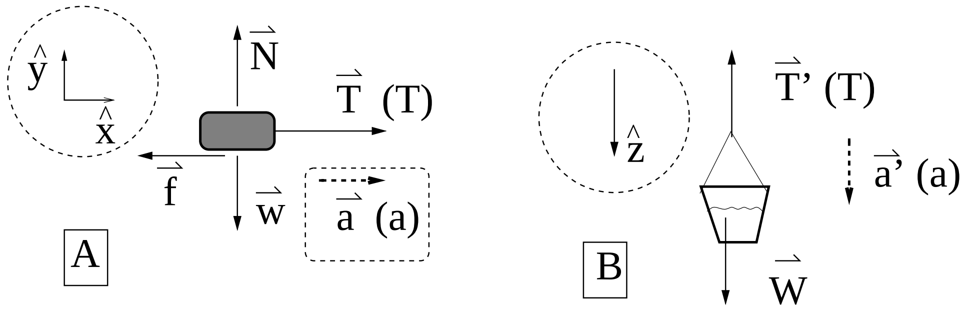
$$D = \frac{(M+m)g}{k} - \frac{Mg}{k} + \frac{mg}{k} \rightarrow \boxed{D = \frac{2mg}{k}}$$

PUNTUACION:

Si se impone condición ESTATICA inicial y final (peso=fza resorte) el resultado da mg/k. En tal caso la nota MAXIMA en el problema es un 2.

$\boxed{\text{1Pt}}$ elongación inicial y definiciones claras + $\boxed{\text{2Pt}}$ conservación de energía (correcta) + $\boxed{\text{1Pt}}$ despeje correcto de elongación final + $\boxed{\text{2Pt}}$ desplazamiento $\boldsymbol{D}$ (en función de datos)

PROBLEMA 2



• Analizamos BLOQUE A de masa $\boldsymbol{m}$ (por determinar); interacciones: gravedad ($\vec{\boldsymbol{w}}$), contacto con roce ($\vec{\boldsymbol{N}} + \vec{\boldsymbol{f}}$) y cordel ($\vec{\boldsymbol{T}}$). Ecuación vectorial del movimiento y proyecciones según x,y:

$$
\begin{array}{lrcll}
\texttt{vectorial} & \vec{w}+\vec{N}+\vec{f}+\vec{T} & = & m\vec{a} & \\
\texttt{según y} & -mg+N+0+0 & = & 0 & \rightarrow \overline{\overline{\underline{\underline{N=mg}}}} \quad (1)\\
\texttt{según x} & 0+0-f+T & = & ma & \rightarrow \overline{\overline{\underline{\underline{T-f=ma}}}} \quad (2)
\end{array}
$$

• Analizamos el BALDE B de masa $\boldsymbol{M}$ (por determinar); interacciones: gravedad ($\vec{\boldsymbol{W}}$) y cordel ($\vec{\boldsymbol{T}}'$). Ecuación vectorial del movimiento y proyección según z:

$$
\begin{array}{lrcll}
\texttt{vectorial} & \vec{W}+\vec{T}' & = & M\vec{a}' & \\
\texttt{según z} & +Mg-T & = & Ma & \rightarrow \overline{\overline{\underline{\underline{Mg-T=Ma}}}} \quad (3)
\end{array}
$$

• A PUNTO DE RESBALAR $\boldsymbol{a=0}$ y $\boldsymbol{f=\mu_e N}$. Las Ecs. (1-3) se escriben $\boldsymbol{T=f=\mu_e N=\mu_e mg}$, y $\boldsymbol{T=Mg}$. Por lo tanto:

$$M=\mu_e m \qquad \rightarrow \overline{\overline{\underline{\underline{\mu_e = M/m.}}}}$$

• RESBALANDO: en este caso $\boldsymbol{f=\mu_c mg}$. Sumamos ecuaciones (2) y (3) y tenemos

$$Mg-\mu_c mg = ma+Ma \qquad \rightarrow (M/m-\mu_c)g=(1+M/m)a$$

• Reemplazando valor de M/m obtenemos:

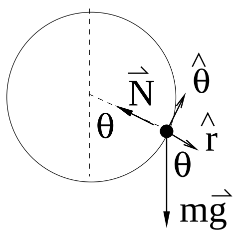
$$a=\frac{\mu_e-\mu_c}{1+\mu_e}g$$

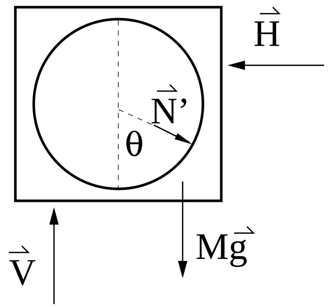
• El balde baja con la aceleración $\boldsymbol{a}$; para encontrar su rapidez al cabo de recorrer una distancia $\boldsymbol{H}$ usamos: $\boldsymbol{v^2-0^2=2aH}$. Entonces:

$$\overline{\overline{\underline{\underline{v^2=2\left(\frac{\mu_e-\mu_c}{1+\mu_e}\right)gH}}}}$$

Puntuación :
$\boxed{\text{1Pt}}$ DCL y <u>ecuaciones correctas</u> para bloque A + $\boxed{\text{1Pt}}$ DCL y <u>ecuaciones correctas</u> para bloque B + $\boxed{\text{1Pt}}$ planteamiento y relaciones correctas en caso estático + $\boxed{\text{1Pt}}$ planteamiento y relaciones correctas en caso de resbalamiento + $\boxed{\text{1Pt}}$ determinación correcta de la aceleración + $\boxed{\text{1Pt}}$ determinación correcta de la rapidez del balde

PROBLEMA 3 (por RTR)





• En el movimiento de la bolita intervienen el peso ($m\vec{g}$) y el contacto normal ($\vec{N}$). El movimiento es circunferencial y la aceleración (en polares) es $\vec{a} = -(v^2/R)\hat{r} + a_\theta\hat{\theta}$. La ecuación vectorial de movimiento y proyecciones según $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$:

$$
\begin{array}{lrcl}
\texttt{vectorial} & m\vec{g} + \vec{N} & = & m\left[-(v^2/R)\hat{r} + a_\theta\hat{\theta}\right] \\
\text{según } \hat{\theta} & -mg\sin\theta + 0 & = & ma_\theta \\
\text{según } \hat{r} & mg\cos\theta - N & = & -m\dfrac{v^2}{R} \quad \rightarrow \boxed{N = m\dfrac{v^2}{R} + mg\cos\theta}
\end{array} \tag{4}
$$

• Conservación de energía entre el punto más bajo ($U_g = 0$) y ubicación θ:

$$\frac{1}{2}mv_\circ^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1-\cos\theta) \qquad \rightarrow \qquad v^2 = v_\circ^2 - 2gR(1-\cos\theta)$$

• Sustituyendo en expresión para N (Ec. 4) y simplificando:

$$\boxed{N = \frac{mv_\circ^2}{R} - 2mg + 3mg\cos\theta} \tag{5}$$

• Para que la bolita se mantenga en contacto y no levante el cubo implica exigir que en el punto más alto ($\theta = \pi$) la normal cumpla $0 \le N \le Mg$, o sea

$$0 \le \frac{mv_\circ^2}{R} - 2mg - 3mg \le Mg \qquad \rightarrow \qquad \boxed{5gR \le v_\circ^2 \le \left(5 + \frac{M}{m}\right)gR}$$

PUNTUACION: $\boxed{\text{1Pt}}$ DCL y ecuaciones correctas para la bolita + $\boxed{\text{1Pt}}$ relación rapidez-posición para la bolita + $\boxed{\text{1Pt}}$ expresión correcta para $N(\theta)$ (Ec. 5) + $\boxed{\text{1Pt}}$ determinación de $v_\circ$ mínima + $\boxed{\text{2Pt}}$ determinación de $v_\circ$ máxima.