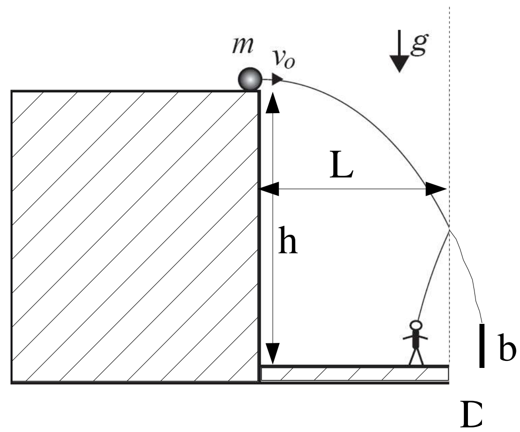
Problema 1



Solución 1 Debido a que el rebote es elástico, el problema tiene simetría y equivale a un lanzamiento de proyectil sin rebote con el futbolista a una distancia D a la *derecha* del muro. Se trata entonces de un lanzamiento horizontal para el cual:

$x=v_ot$ e $y=h-(gt^2)/2$

El impacto se produce en "t" si se dan las siguientes dos condiciones:

i) $x=L+D=v_ot \Rightarrow t=(L+D)/v_o$

ii) $y=h-gt^2=h-g[(L+D)/v_o]^2/2=b$

de donde se despeja $v_o^2=g(L+D)^2/[2(h-b)]$

Puntaje: Reconocer correctamente la simetría: 2 puntos

Parte i) 2 puntos

Parte ii) 2 puntos

Solución 2

Si no se usa la simetría, el problema se separa en dos tramos.

hasta el rebote:

$x_1(t) = v_ot$

$y_1(t) = h - (gt^2)/2$

de donde la colisión ocurre en $t_1 = L/v_o$, $x_1=L$, $y_1=h-1/2\, g(L/v_o)^2$ y

la velocidad en el instante de la colisión es $v_x = v_o$, $v_y = -gL/v_o$.

Después de la colisión

$x_2(t) = L - v_ot$

$y_2(t) = h-g(L/v_o)^2/2 - g(L/v_o)t -gt^2/2.$

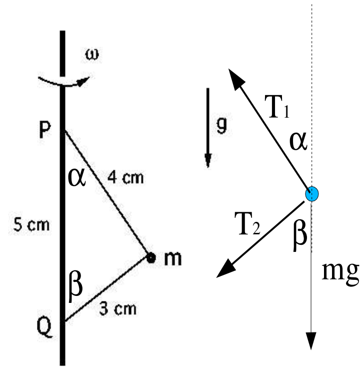
Imponiendo $x_2(t_2) = L - D$, el tiempo en que llega a la cabeza es $t_2 = D/v_o$.

Luego, $y_2(t_2) = b$ de donde se despeja $v_o^2 = g(L+D)^2/(2(h-b))$.

- escribir x(t) e y(t) para primera parte 1 pt
- imponer colisión en pared 1 pt
- imponer condición de choque elástico 2 pt
- escribir x(t) e y(t) para segunda parte 1 pt
- despejar correctamente 1 pt

Problema 2

De las longitudes se verifica que $5^2=4^2+3^2$ y el triángulo de la figura es rectángulo, por lo que $\alpha+\beta=\pi/2$.



Eje y: la masa no sube ni baja, luego $\Sigma F^y=0$, es decir

$$T^1\cos\alpha-T^2\cos\beta=mg \qquad \text{(I)}$$

Eje x: $\Sigma F^x=m\omega^2R$ donde Res el radio de giro, luego

$$T^1\text{sen}\alpha+T^2\text{sen}\beta=Rm\omega^2 \qquad \text{(II)}$$

$$\text{(I)}\cos\beta - \text{(II)}\text{sen}\beta \Rightarrow$$

$T_1(\cos\alpha\cos\beta-\text{sen}\alpha\,\text{sen}\beta)-T_2(\cos^2\beta+\text{sen}^2\beta)=mg\cos\beta-m\omega^2R\,\text{sen}\beta$

pero $\cos\alpha\cos\beta-\text{sen}\alpha\,\text{sen}\beta=\cos(\alpha+\beta)=0$ porque $\alpha+\beta=\pi/2$, con lo que

$T_2=m\omega^2R\,\text{sen}\beta-mg\cos\beta$.

La condición crítica para que la cuerda inferior esté tirante es que la tensión se anule, lo que ocurre si $g\cos\beta-\omega^2R\,\text{sen}\beta=0$ o bien $\omega^2 =g\cos\beta/R\,\text{sen}\beta$

El resto del problema es trigonométrico:

$\text{sen}\beta=4/5$

$\cos\beta=3/5$

Luego $\omega^2 =3g/4R$

donde $R=3\text{ cm} \times \text{sen}\beta =3\text{ cm} \times 4/5=12/5\text{ cm}= 0{,}12/5\text{m}$

(Hasta aquí el problema se considera resuelto)

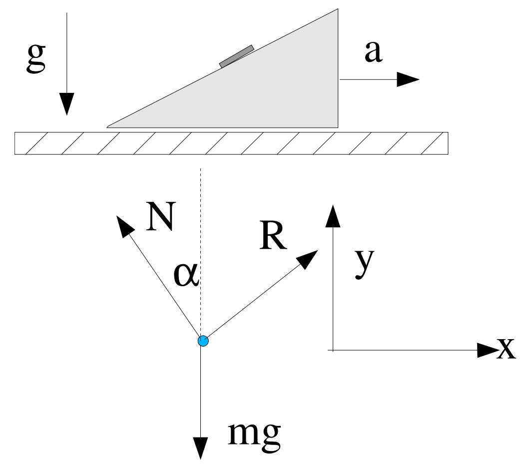
Luego $\omega^2=15g/0{,}48\text{m}=306\ (\text{rad/s})^2 =306\ \text{s}^{-2}$

$\omega=17{,}5$ rad/s $=17{,}5\ \text{s}^{-1}$ (2,7 revoluciones por segundo)

Puntajes

-Diagrama de cuerpo libre	1 punto
-Condición $\Sigma F_y=0$	1 punto
-Condición $\Sigma F_x=m\omega^2R$	1 punto
-Condición crítica (se anula la tensión de la cuerda inferior):	2 puntos
-Condiciones trigonométricas	1 punto

<u>Problema 3</u> En el diagrama de cuerpo libre N es la reacción normal, R la reacción tangencial (roce estático) y mg el peso.



$\Sigma F^y=0$

$N\cos\alpha+R\,\mathrm{sen}\alpha-mg=0$

$\Sigma F^x=ma$ donde m es la masa de la moneda

$R\cos\alpha-N\,\mathrm{sen}\alpha=ma$

De ambas ecuaciones se despeja

$R=mg\,\mathrm{sen}\alpha+ma\cos\alpha$

$N=mg\cos\alpha-ma\,\mathrm{sen}\alpha$

La condición crítica está dada por $R=\mu^e N$

de donde se despeja

$a=g(3^{1/2}\mu_e-1)/(3^{1/2}+\mu_e)$

Puntajes

-Diagrama de cuerpo libre	1,5 punto
-Condición $\Sigma F^y=0$	1,0 punto
-Condición $\Sigma F^x=ma$	1,0 punto
-Despejar N y R	1,5 punto
-Condición crítica $R=\mu^e N$	1,0 punto