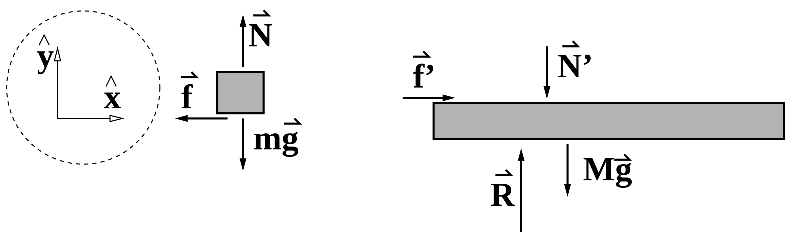
SOLUCION CONTROL RECUPERATIVO
INTRODUCCION A LA FISICA – OTOÑO 2002

Por: H. F. A. (julio 29 de 2002)

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile

PROBLEMA 1



• Aislamos los dos objetos: bloque y tablón. Las fuerzas actuando sobre el bloque son su peso ($m\vec{g}$), fuerza normal ($\vec{N}$) y roce con el tablón ($\vec{f} = -\mu N\hat{x}$). Llamemos $\vec{a}_1 = a_{1x}\hat{x}$ la aceleración del bloque. La ecuación del movimiento y proyecciones según x e y:

$$\begin{array}{lrcll} & m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} & = & m\vec{a}_1 & \\ \text{según y} & -mg + N + 0 & = & 0 \quad \rightarrow & \underline{\underline{\overline{\overline{N = mg}}}} \qquad (1) \\ \text{según x} & 0 + 0 - \mu N & = & ma_{1x} \quad \rightarrow & \underline{\underline{\overline{\overline{a_{1x} = -\mu g}}}} \qquad (2) \end{array}$$

• Las fuerzas actuando sobre el tablón son su peso ($M\vec{g}$), contacto con el bloque ($\vec{f}' = -\vec{f}$ y $\vec{N}' = -\vec{N}$), y contacto con el piso ($\vec{R}$). Llamemos $\vec{a}_2 = a_{2x}\hat{x}$ la aceleración del tablón:

$$\begin{array}{lrcll} & M\vec{g} + \vec{N}' + \vec{f}' + \vec{R} & = & M\vec{a}_2 & \\ \text{según y} & -Mg - mg + 0 + R & = & 0 & \\ \text{según x} & 0 + 0 + \mu mg + 0 & = & Ma_{2x} \quad \rightarrow & \underline{\underline{\overline{\overline{a_{2x} = \mu\frac{m}{M}g}}}} \qquad (3) \end{array}$$

• Dadas las aceleraciones tenemos las velocidades. El bloque parte con rapidez $v_\circ$ y tiene aceleración a_{1x}. El tablón parte del reposo y tiene aceleración a_{2x}. Dejan de resbalar cuando las velocidades igualan:

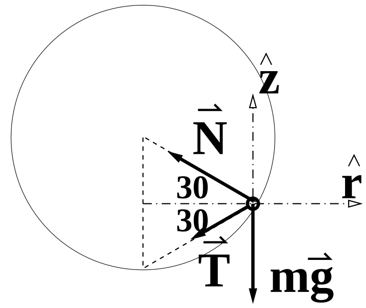
$$\begin{array}{rcll} v_1 & = & v_\circ - \mu g t & \\ v_2 & = & \mu(m/M)gt & \\ v_1 & = & v_2 \quad \Rightarrow & \underline{\underline{\overline{\overline{t \rightarrow t^* = \frac{v_\circ}{\mu g(1 + m/M)}}}}} \qquad (4) \end{array}$$

• La velocidad terminal:

$$v^* = \mu(m/M)gt^* \rightarrow \underline{\underline{\overline{\overline{v^* = mv_\circ/(m + M)}}}}$$

PUNTUACION :
$\boxed{\text{1Pt}}$ DCL's correctos bloque y tablón + $\boxed{\text{1Pt}}$ ecuaciones de movimiento correctas + $\boxed{\text{1Pt}}$ obtención de aceleraciones correctas + $\boxed{\text{1Pt}}$ obtención de t^* correcto + $\boxed{\text{2Pt}}$ determinación de velocidad terminal (conservación de momentum tambien puede ser usado).

PROBLEMA 2



• **Sobre la bolita actúan su peso ($m\vec{g}$), la cuerda ($\vec{T}$) y el contacto con la superficie ($\vec{N}$). El movimiento es crcunferencial de radio $R\cos 30°$ y aceleración angular de magnitud $\omega^2 R\cos 30°$. La ecuación del movimiento y proyecciones según $\hat{r}$ y $\hat{z}$ (se usa que $\sin 30° = 1/2$):**

$$\begin{aligned} & m\vec{g} + \vec{T} + \vec{N} &= &\ m\vec{a} \\ \text{según } \hat{z} \quad & -mg - T\sin 30° + N\sin 30° &= &\ 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N - T = 2mg} \quad (5) \\ \text{según } \hat{r} \quad & 0 - T\cos 30° - N\cos 30° &= &\ -m\omega^2 R\cos 30° \\ & & \Rightarrow &\ \boxed{T + N = m\omega^2 R} \quad (6) \end{aligned}$$

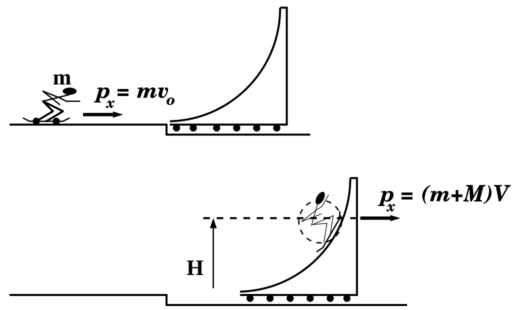
• **Combinando las ecuaciones (5) y (6) para despejar T se obtiene:**

$$\boxed{T = m(\omega^2 R/2 - g)}$$

PUNTUACION :

1Pt DCL correcto para bolita + 3Pt ecuaciones y proyecciones correctas + 2Pt resultado final LIMPIO (se descuenta 1 Punto por error en esta parte)

PROBLEMA 3



- Si el sistema consiste en {skater$\oplus$rampla}, entonces no hay fuerzas externas según la horizontal. Por lo tanto el momentum del sistema según la horizontal se conserva. Además, cuando el skater alcanza el punto más alto éste no se mueve con respecto a la rampla. Por lo tando, en ese instante, su velocidad es igual a la de la rampla (V). Podemos escribir entonces:

$$mv_\circ + 0 = mV + MV \Rightarrow V = \frac{mv_\circ}{(m+M)} \tag{7}$$

- En el sistema no hay fricción, de modo que la energía mecánica total se conserva:

$$\begin{aligned} (K_{\text{skater}} + K_{\text{rampla}} + U_g)_{\text{antes}} &= (K_{\text{skater}} + K_{\text{rampla}} + U_g)_{\text{arriba}} \\ \frac{1}{2}mv_\circ^2 + 0 + 0 &= \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV^2 + mgH \\ &\Rightarrow (m+M)V^2 = mv_\circ^2 - mgH \end{aligned} \tag{8}$$

- Combinando las ecuaciones (7) y (8) despejamos H y obtenemos:

$$H = \frac{v_\circ^2}{2g}\left(\frac{M}{m+M}\right)$$

- En el caso $M \gg m$ entonces

$$H = \frac{v_\circ^2}{2g}\left(\frac{M}{m+M}\right) = \frac{v_\circ^2}{2g}\left(\frac{1}{1+m/M}\right) \to \frac{v_\circ^2}{2g}\ ,$$

resultado conocido cuando objeto de masa arbitraria asciende un plano inclinado sin roce.

PUNTUACION :
$\boxed{\text{1Pt}}$ conservación de mtum horizontal + $\boxed{\text{1Pt}}$ identificación de V igual para ambos + $\boxed{\text{1Pt}}$ conservación de energía + $\boxed{\text{2Pt}}$ manipulación correcta + $\boxed{\text{1Pt}}$ análisis caso extremo $M \gg m$.