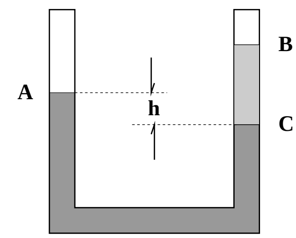
INTRODUCCION A LA FISICA – 2000
RESOLUCION del EXAMEN 2^{da} FECHA (por HFA)

Prof: H.F. Arellano, R. Garreaud, L. González, F. Méndez, R. Tabensky y N. Zamorano

Departamento de Física, FCFM, Universidad de Chile (Diciembre 29 - 2000)

SOLUCION PROBLEMA 1



• Sean ρ la densidad del líquido y ρ_m la densidad del mercurio. La presión en el contacto líquido-mercurio (C) partiendo de A y B ($p_\circ$ en la superficie):

$$p_\circ + \rho_m g h = p_\circ + \rho g H$$

• La altura H de líquido se obtiene de su volumen:

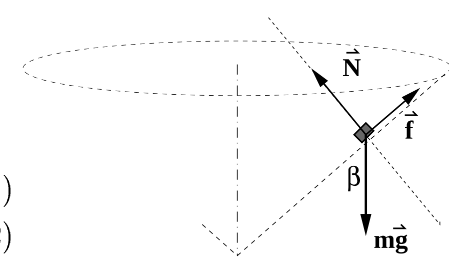
$$V_\circ = HS$$

• Combinando las ecuaciones anteriores:

$$\rho_m g h = \rho g (\frac{V_\circ}{S}) \quad \Rightarrow \rho = \rho_m \frac{hS}{V_\circ}$$

SOLUCION PROBLEMA 2

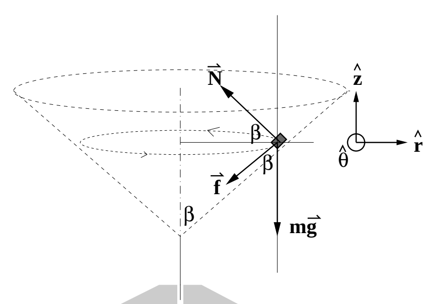
• Primero se determina el coeficiente de roce a partir de la situación crítica. Las fuerzas que participan: roce, peso y normal.
• Estática: $\vec{f} + \vec{N} + m\vec{g} = \vec{0}$
• Proyectando según superficie y normal:



$$\begin{aligned} -f + 0 + mg\cos\beta &= 0 \quad \rightarrow \quad f = mg\cos\beta & (1) \\ 0 + N - mg\sin\beta &= 0 \quad \rightarrow \quad N = mg\sin\beta & (2) \end{aligned}$$

• A punto de resbalar $\Rightarrow f = \mu N$, entonces $\boxed{\mu = \cot\beta}$.

• Estudiamos la rotación. Las fuerzas son las mismas pero en la situación crítica el roce apunta en la dirección mostrada en la figura.
• Ecuación de movimiento:



$$\vec{f} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

• Proyectando según $\hat{r}$ y $\hat{z}$:

$$\begin{aligned} -f\sin\beta - N\cos\beta + 0 &= -m\omega^2 R & (3) \\ -f\cos\beta + N\sin\beta - mg &= 0 & (4) \end{aligned}$$

• Nuevamente a punto de resbalar $\Rightarrow f = \mu N$; además reconocemos $\mu = \cot\beta$. Reemplazando:

$$\begin{aligned} -\cot\beta N\sin\beta - N\cos\beta + 0 &= -m\omega^2 R & (5) \\ -\cot\beta N\cos\beta + N\sin\beta &= mg & (6) \end{aligned}$$

• Despajando y simplificando ω^2:

$$\omega^2 R = g\frac{2\cos\beta}{-\cos^2\beta/\sin\beta + \sin\beta} = g\frac{2\sin\beta\cos\beta}{-\cos^2\beta + \sin^2\beta} = -g\frac{\sin 2\beta}{\cos 2\beta}$$

• COMENTARIO: $\omega^2 > 0$ para $\beta > \pi/4$. Si el plato es muy 'agudo' ($\beta < \pi/4$) entonces el cubo no sale disparado; si el plato es mas bien plano ($\beta > \pi/4$) entonces ω está limitada por un valor máximo.

SOLUCION PROBLEMA 3

• El sistema conserva energía: $(K + U_g)_{inic} = (K + U_g)_\theta$

• Se necesita momento de inercia del sólido.

$$I_{sist} = I_{cil} + I_{barra}$$

• Momento del cilindro: $I_{cil} = MR^2/2$

• Momento de la barra c/r eje del cilindro (usar Steiner): $I_{barra} = mL^2/12 + m(R + L/2)^2$

• Para el sistema:

$$I_{sist} = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}mL^2 + m(R + L/2)^2$$

• Sea nivel cero de energía potencial al nivel del eje. Conservamos K+U:

$$0 + 0 = \frac{1}{2}I_{sist}\omega^2 - mg(R + \frac{L}{2})\sin\theta$$

• Despejando:

$$\omega^2 = 2mg\frac{(R + \frac{L}{2})\sin\theta}{I_{sist}}$$

o sea:

$$\omega^2 = 2mg\frac{(R + \frac{L}{2})\sin\theta}{\frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{12}mL^2 + m(R + L/2)^2}$$