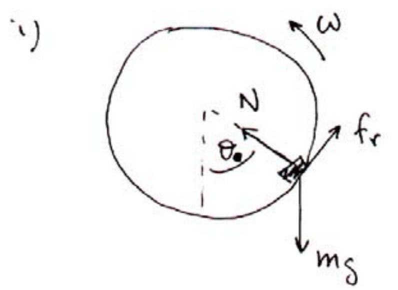
SOLUCIÓN CONTROL RECUPERATIVO

PROBLEMA 1

i)



NO HAY ACELERACIÓN TANGENCIAL

$$0 = f_r - mg \operatorname{sen}\theta$$

ACELERACIÓN NORMAL

$$m\omega^2 R = N - mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad N = mg\cos\theta + m\omega^2 R$$

Empieza a deslizar si $\quad f_r = \mu_e N$

$$\Rightarrow \quad mg \operatorname{sen}\theta_c = \mu_e (mg\cos\theta_c + m\omega^2 R)$$

$$\mu_e \frac{\omega^2 R}{g} = \operatorname{sen}\theta_c - \mu_e\cos\theta_c \quad (*)$$

(3 puntos)

ii) Si $\tan\theta_e = \mu_e \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_e = \dfrac{\mu_e}{\sqrt{1+\mu_e^2}}$ y $\cos\theta_e = \dfrac{1}{\sqrt{1+\mu_e^2}}$

entonces de (*)

$$\frac{\mu_e}{\sqrt{1+\mu_e^2}}\frac{\omega^2 R}{g} = \cos\theta_e \operatorname{sen}\theta - \operatorname{sen}\theta_e\cos\theta$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\mu_e}{\sqrt{1+\mu_e^2}}\frac{\omega^2 R}{g} = \operatorname{sen}\theta_e \frac{\omega^2 R}{g} = \operatorname{sen}(\theta - \theta_e)$$

SOLUCIÓN CONTROL RECUPERATIVO

Como $|\operatorname{sen}(\theta - \theta_e)| \leq 1$ tenemos que :

a) $\frac{\omega^2 R}{g} < \frac{1}{\operatorname{sen}\theta_e}$ => el bloque desliza $\theta = \theta_c$ de i)

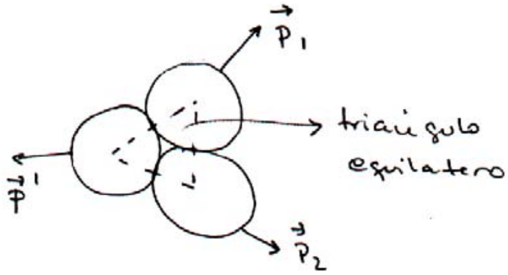
b) $\frac{\omega^2 R}{g} > \frac{1}{\operatorname{sen}\theta_e}$ => el bloque queda pegado al cilindro y puede dar una vuelta completa

(3 puntos)

SOLUCIÓN CONTROL RECUPERATIVO

PROBLEMA 2

i)

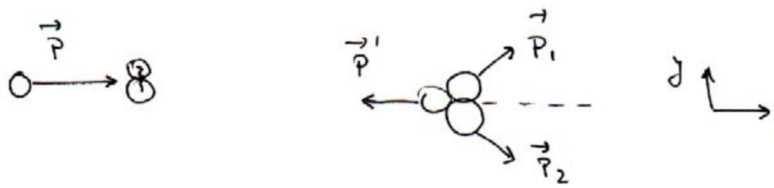


(MOMENTO DE LA COLISIÓN)

$\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$ forman un ángulo de 30° con el eje $\hat{x}$ (1 pto)

$\vec{p}\,'$ forma un ángulo de 0° con el eje $\hat{x}$

ii)



CONS. DE MOMENTUM

x) $\quad p = -p' + p_1 \cos\theta + p_2 \cos\theta \quad$ con $\theta = 30°$

y) $\quad 0 = p_1 \sin\theta - p_2 \sin\theta \Rightarrow \boxed{p_1 = p_2}$

CHOQUE ELÁSTICO $\Rightarrow$ CONS. DE ENERGÍA CINÉTICA

$p = mv \Rightarrow E_{cinética} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$

Entonces

$$\frac{1}{2}\frac{p^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{p'^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{p_1^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{p_2^2}{m}$$

$$p^2 = p'^2 + 2p_1^2 \quad (*)$$

SOLUCIÓN CONTROL RECUPERATIVO

usando cons. de momentum se tiene

$$P' = 2P_1 \underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} - P = \sqrt{3}\,P_1 - P$$

reemplazando en (*)

$$P^2 = (\sqrt{3}P_1 - P)^2 + 2P_1^2$$

$$\cancel{P^2} = 3P_1^2 - 2\sqrt{3}P_1 P + \cancel{P^2} + 2P_1^2$$

$$P_1(5P_1 - 2\sqrt{3}P) = 0$$

si $P_1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad 5P_1 - 2\sqrt{3}P = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_1 = \frac{2\sqrt{3}}{5}P}$

Luego

$$P' = \sqrt{3}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{5}P - P \quad \Rightarrow \quad \boxed{P' = \frac{1}{5}P}$$

iii) Para el sistema formado por los 2 discos unidos por el resorte

$$E_i = \frac{P_1^2}{2m} + \frac{P_2^2}{2m} = \frac{P_1^2}{m} = \frac{12}{25}\frac{P^2}{m} \qquad (1 \text{ pto})$$

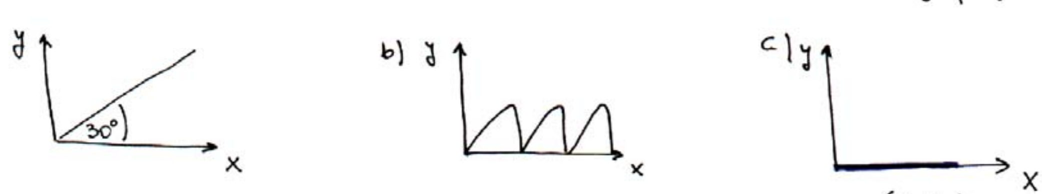
cuando la elongación del resorte es máxima

$$E_f = \frac{1}{2}k\Delta^2$$

$$\therefore \quad \frac{12}{25}\frac{P^2}{m} = \frac{1}{2}k\cdot\Delta^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta^2 = \frac{24}{25}\frac{P^2}{km}}$$

(1 pto)

iv) a) b) c)



(1 pto)

SOLUCIÓN CONTROL RECUPERATIVO

PROBLEMA 3

i) sátelite en órbita circular de radio R

$$\frac{GMm}{R^2} = m\frac{v_0^2}{R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \qquad (1\ \text{pto})$$

ii) Conservación de momentum antes y después de la eyección

$$m v_0 = \alpha m v' + (1-\alpha) m \cdot 0 \Rightarrow v_0 = \alpha v'$$

el resto del satélite queda detenido (1 pto)

La parte del satélite que sale eyectada hacia adelante escapa de la atracción gravitacional de saturno

$\Rightarrow$ alcanza el infinito con energía cinética cero

entonces por conservación de energía

$$\frac{1}{2}\alpha m v'^2 - \frac{GM\alpha m}{R} = 0 \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \qquad (2\ \text{ptos})$$

Por lo tanto,

$$\underbrace{v_0}_{\sqrt{\frac{GM}{R}}} = \alpha\sqrt{\frac{2GM}{R}} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}} \qquad (1\ \text{pto})$$

iii) Energía de eyección $= K_{DESPUES} - K_{ANTES}$

$$= \frac{1}{2}\alpha m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{2}-1) m v_0^2$$

(1 pto)