

EL7025/EL761/CI6308

Control Inteligente para Problemas  
Dinámicos de Transporte

**Dra. Doris Sáez,**

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Universidad de Chile

**Dr. Cristián Cortés**

Departamento de Ingeniería Civil – Transporte

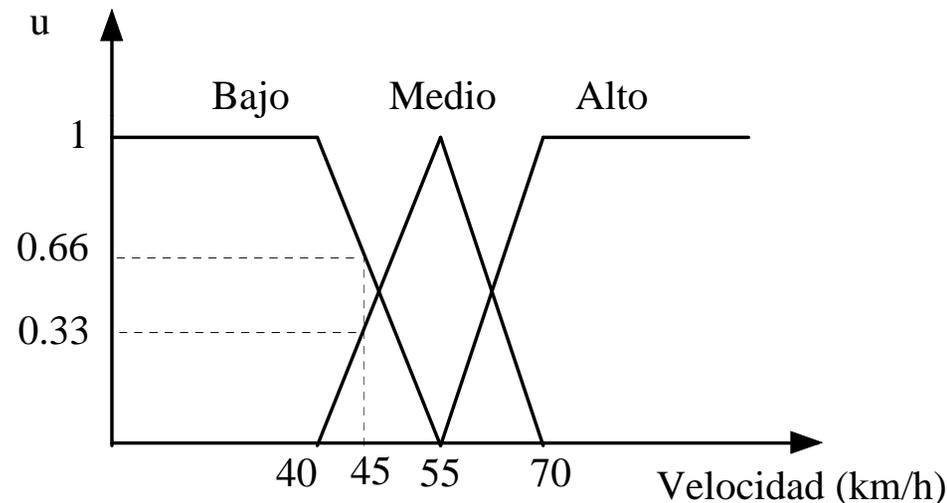
Universidad de Chile

# FUNDAMENTOS DE LA LÓGICA DIFUSA

- ◆ La lógica difusa asocia incertidumbre a la estructura de un conjunto de datos (Zadeh, 1965). Los elementos de un conjunto difuso son pares ordenados que indican el valor del elemento y su grado de pertenencia.
- ◆ Para un conjunto difuso, se tiene que el elemento  $x$  pertenece al conjunto  $A$  con un grado de pertenencia  $u_A(x)$ , que puede variar entre 0 y 1. Por lo tanto, una variable puede ser caracterizada por diferentes valores lingüísticos, cada uno de los cuales representa un conjunto difuso.

# FUNDAMENTOS DE LA LÓGICA DIFUSA

Por ejemplo, la velocidad puede ser caracterizada por valores lingüísticos como "Bajo", "Medio" y "Alto", que representan "una velocidad aproximadamente menor que 40 km/h", "una velocidad cercana a 55 km/h" y "una velocidad sobre 70 km/h aprox." respectivamente. Estos términos se asocian a conjuntos difusos con funciones de pertenencia como las mostradas en la siguiente figura.



Por lo tanto, si la velocidad es 45 km/h, existen grados de pertenencia 0.6, 0.3 y 0 a los conjuntos difusos "Bajo", "Medio" y "Alto" respectivamente.

# Operaciones básicas de lógica difusa

Dados dos conjuntos difusos A y B en el mismo universo X, con funciones de pertenencia  $u_A$  y  $u_B$  respectivamente, se pueden definir las siguientes operaciones básicas:

**Unión.** La función de pertenencia de la unión de A y B se define como:

$$u_{A \cup B} = \max\{u_A(x), u_B(x)\}$$

**Intersección.** La función de pertenencia de la intersección de A y B es:

$$u_{A \cap B} = \min\{u_A(x), u_B(x)\}$$

**Complemento.** La función de pertenencia del complemento de A se define como:

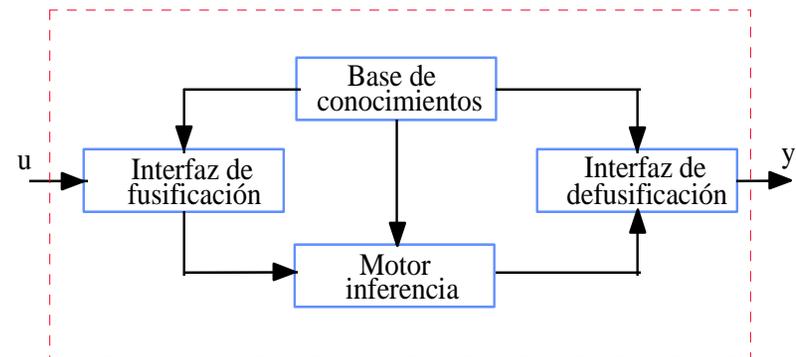
$$u_{\bar{A}}(x) = 1 - u_A(x)$$

# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

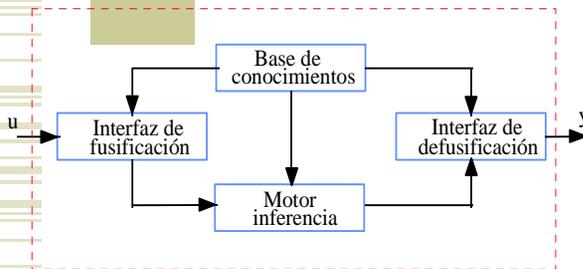
Se basan en un conjunto de reglas heurísticas donde las variables lingüísticas de las entradas y salidas se representan por conjuntos difusos.

Las principales componentes de un modelo difuso lingüístico (Lee, 1990):

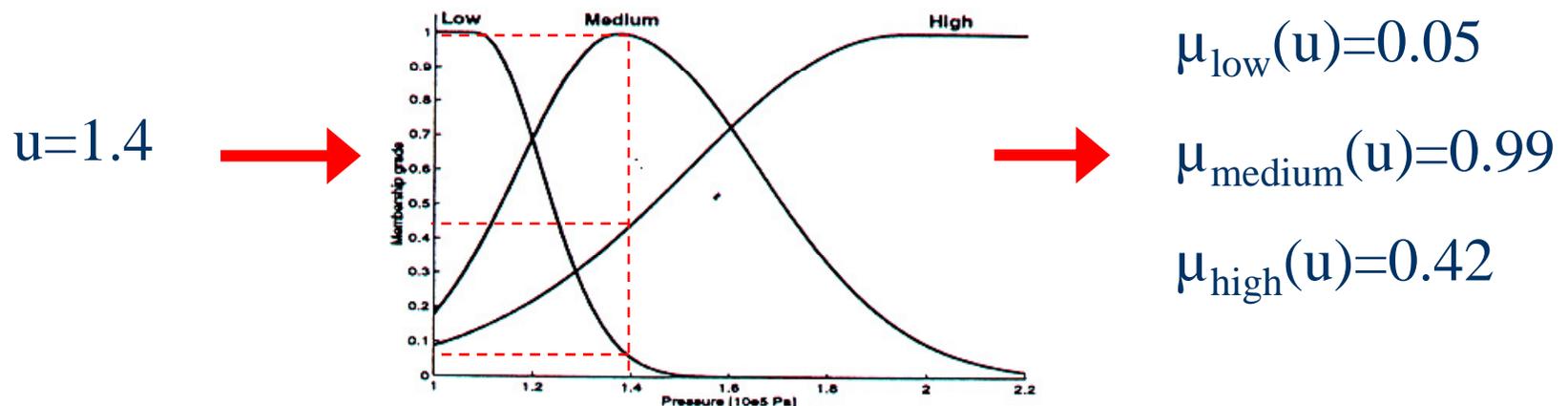
- ◆ interfaz de fusificación
- ◆ base de conocimiento
- ◆ motor de inferencia
- ◆ interfaz de defusificación



# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS



**Interfaz de fusificación.** Este elemento transforma las variables de entrada del modelo ( $u$ ) en variables difusas. Para esta interfaz se deben tener definidos los rangos de variación de las variables de entrada y los conjuntos difusos asociados con sus respectivas funciones de pertenencia.



# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

**Base de conocimientos.** Contiene las reglas lingüísticas del control y la información referente a las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos.

Estas reglas lingüísticas, tienen típicamente la siguiente forma:

*“Si  $u_1$  es  $A$  y  $u_2$  es  $B$  entonces  $y$  es  $C$ ”*

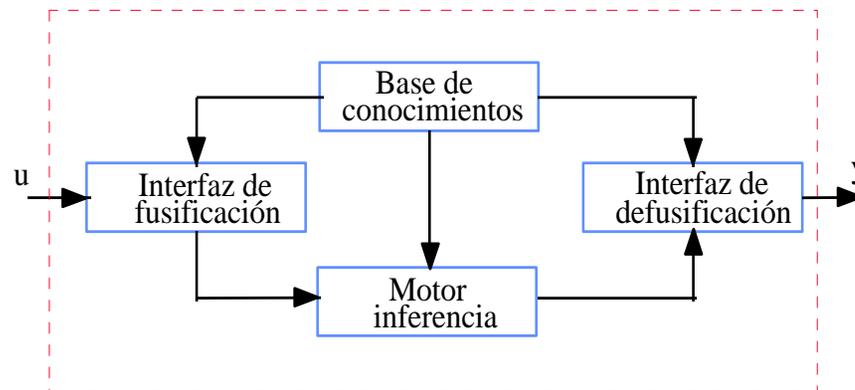
donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son los conjuntos difusos de las variables de entrada  $u_1$  y  $u_2$ , y de la variable de salida  $y$  respectivamente.

Estas reglas se pueden obtener:

- De la experiencia de expertos y el conocimiento de ingeniería de control.
- De la modelación del proceso.

# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

**Motor de inferencia.** Calcular las variables de salida a partir de las variables de entrada, mediante las reglas del controlador y la inferencia difusa, entregando conjuntos difusos de salida.



# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

Por ejemplo, dada una base de conocimiento con  $n$  reglas del tipo:

*Si  $u_1$  es  $A_i$  y  $u_2$  es  $B_i$  entonces  $y$  es  $C_i$*

la secuencia de cálculos que realiza el motor de inferencia incluye:

1) Determinar grado de cumplimiento  $W_i$  de cada regla  $i$  a partir de los grados de pertenencia de las variables de entrada obtenidos en la etapa de fusificación, es decir,

$$W_i = \min(\mu_{A_i}(u_1), \mu_{B_i}(u_2))$$

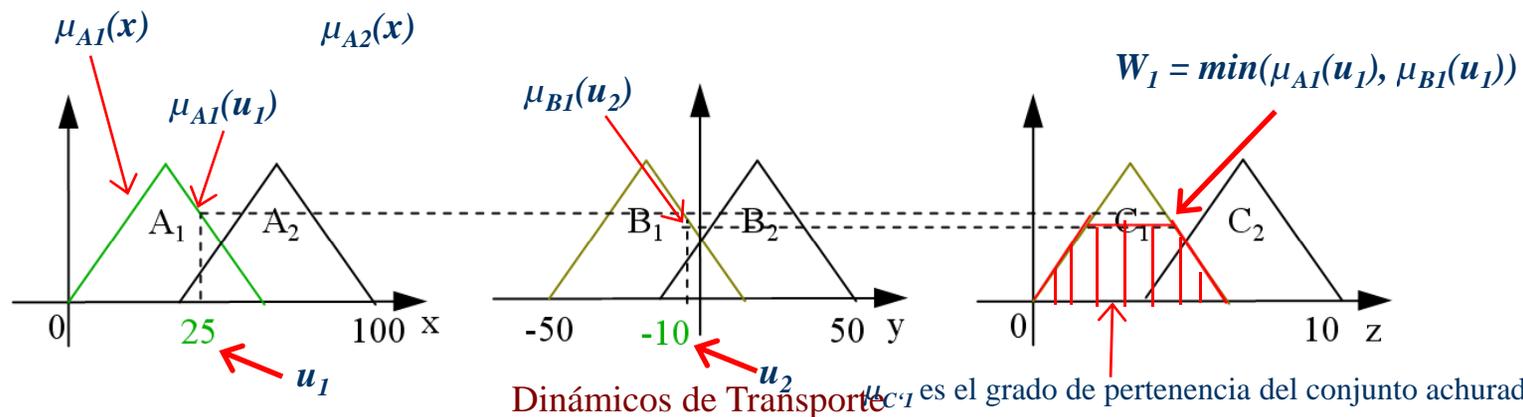
# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

2) Para cada regla se tiene una consecuencia "y es  $C_i$ ", que tiene asociado una función de pertenencia  $\mu_{C_i}(y)$ . Se genera en este paso conjunto de salida  $C_i$ , cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{C_i} = \min (W_i, \mu_{C_i}(y))$$

donde  $W_i$  es el grado de cumplimiento para la regla  $i$ .

Sea la regla 1: **Si  $u_1$  es  $A_1$  y  $u_2$  es  $B_1$  entonces y es  $C_1$ :**

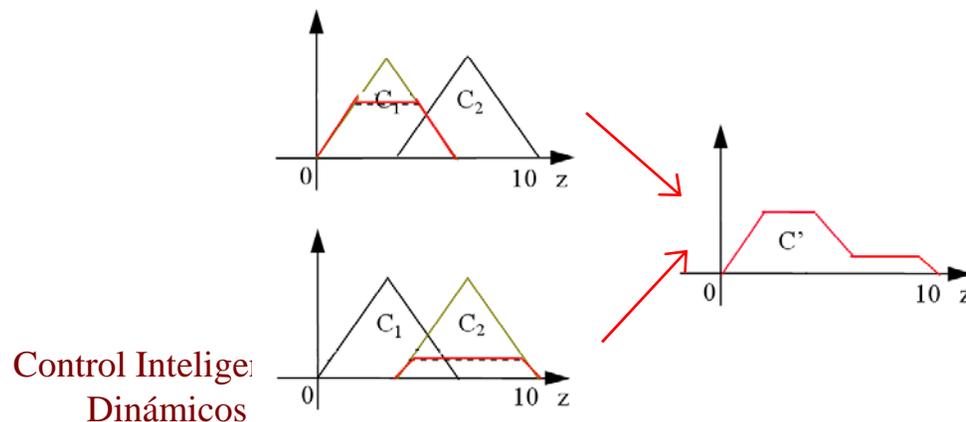


# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

3) Para evaluar el conjunto total de reglas, se unen los conjuntos difusos  $C_i$  resultantes de cada regla, generándose un conjunto de salida con la siguiente función de pertenencia:

$$\mu_{C'} = \bigcap_{i=1}^n \mu_{C'_i} = \max \{ \mu_{C'_1}, \dots, \mu_{C'_2}, \dots, \mu_{C'_n} \}$$

De esta forma, se obtiene una salida difusa del controlador, con una función de pertenencia  $\mu_{C'}$



# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

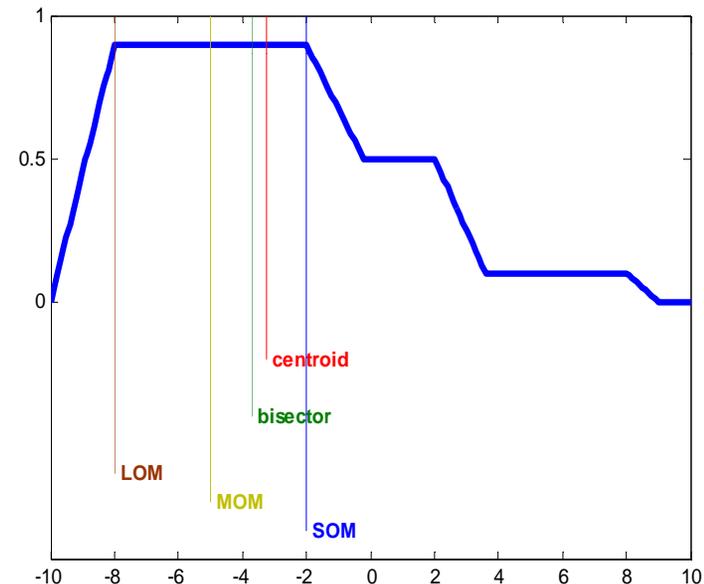
**Interfaz de defusificación.** Provee salidas determinísticas a partir de los conjuntos difusos  $C'$  obtenidos.

## **Métodos de defusificación:**

- Centro de área (centroide). Genera como salida el valor correspondiente al centro de gravedad de la función de pertenencia del conjunto de salida  $C'$ .
- Bisección. Genera como salida el valor correspondiente al punto en el cual se divide en dos áreas iguales la función de pertenencia del conjunto de salida  $C'$ .

# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

- Método del máximo. La salida corresponde al valor para el cual la función de pertenencia  $\mu_C$  alcanza su máximo. Se ocupa la media del máximo (MOM), mínimo del máximo (LOM) o el mayor del máximo (SOM), donde la salida es el promedio, el menor y el mayor valor entre los elementos de  $C$  que tienen un grado de pertenencia máximo.



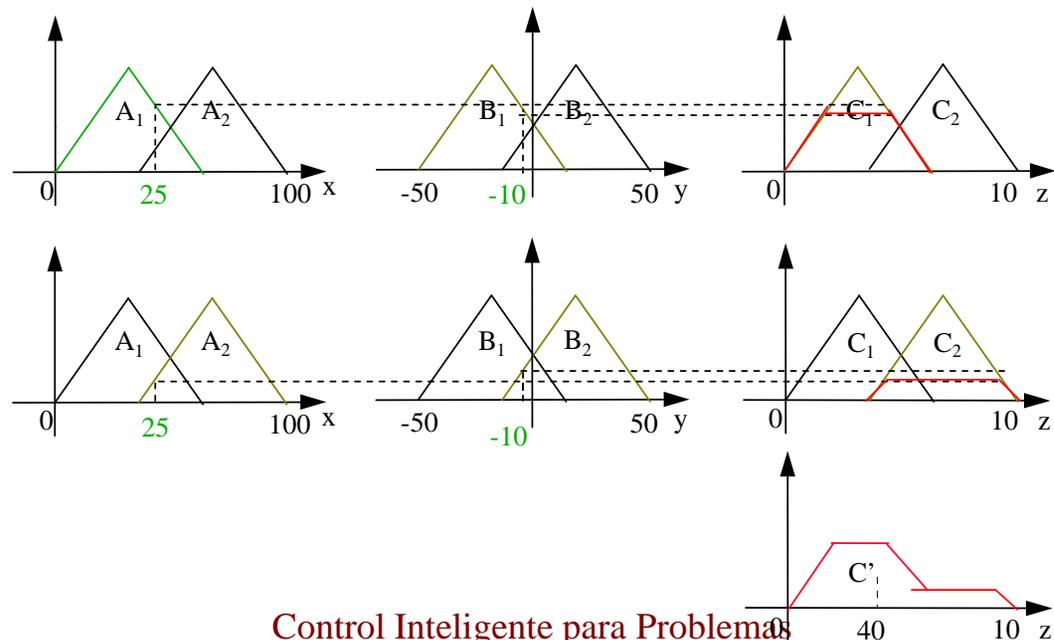
# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

Ejemplo, 2 reglas:

R1 Si  $x$  es  $A_1$  e  $y$  es  $B_1$  entonces  $z$  es  $C_1$

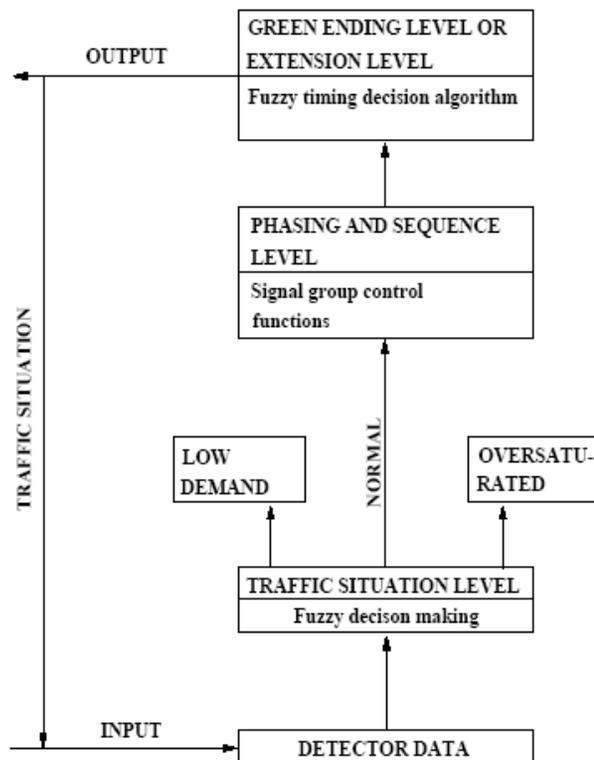
R2 Si  $x$  es  $A_2$  e  $y$  es  $B_2$  entonces  $z$  es  $C_2$

Si en algún momento  $x = 25$   $y = -10$ , ¿cuanto vale  $z$ ?



# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

Ejemplo, Control difuso de señales de tráfico:



Bajo condiciones normales de operador, se plantea una estrategia multinivel.

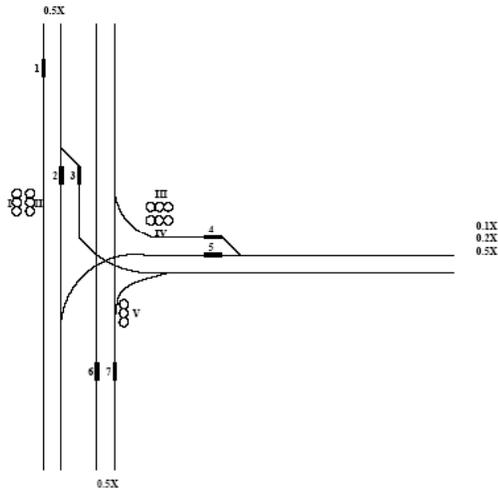
- En el primer nivel se encuentra el selector de fase y nivel de secuencia.
- En el segundo nivel el extendedor de verde.

Referencia: J. Niittymaki, R. Nevala, E. Turumen, “Fuzzy Traffic Signal Control and a new inference method – Maximal fuzzy similarity”.

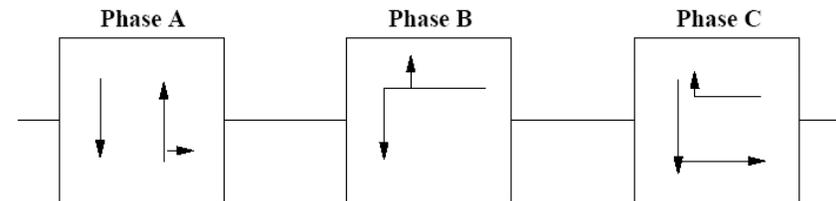
# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

## Selector de fase difuso:

Determina el orden de fases mas adecuado. Esto está asociado a la selección del siguiente verde.



Detector No.	Controlled Signal Grp.	Distance (meters)
1	I	100
2	I	40
3	II	40
4	III	40
5	IV	40
6	V	100
7	V	100



El ciclo normal es A-B-C-A, pero podría ser cambiado por A-C-A-B dependiendo de la condición de tráfico.

Cuando la fase A está por terminar, el controlador difuso debe seleccionar cual fase será la siguiente, por ejemplo podría ser B o C.

# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

La inferencia se realiza basada en pesos para cada fase  $W(A)$ ,  $W(B)$  y  $W(C)$ , que pueden estar relacionados al número de vehículos esperando, o por el tiempo de espera total de los vehículos.

La base de reglas se puede diseñar basados en la fase con mayor demanda de tiempo de verde. Si fase A acaba de terminar, las reglas pueden ser las siguientes:

IF $W(B)$ is high	AND $W(C)$ is any	THEN next phase is phase $B$
IF $W(B)$ is medium	AND $W(C)$ is over saturated	THEN next phase is phase $C$
IF $W(B)$ is low	AND $W(C)$ is more than medium	THEN next phase is phase $C$
IF $W(B)$ is less than low	AND $W(C)$ is more than medium	THEN next phase is phase $C$

En el caso de que el valor de salida no sea único (fase B y C tienen igual importancia), se puede obtener la siguiente fase minimizando el tiempo total de espera de todos los vehículos directamente (sin fuzificar).

# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS



## **Extendedor de verde difuso:**

La idea es maximizar la capacidad de la intersección, optimizando los tiempos entre verdes de las señales. El extendedor de verde intenta encontrar la duración adecuada de cada verde con extensiones de distinto largo, o terminando con la fase actual.

El principio básicos es que cada señal tiene un verde mínimo. Una vez pasado este mínimo se puede prolongar la señal de verde en función de la demanda en verde versus la demanda que enfrenta un rojo.

# MODELOS DIFUSOS LINGÜÍSTICOS

Las entradas al sistema de inferencia son dos:

- A será el número de vehículos en el grupo que tiene verde.
- Q el número de vehículos que tienen rojo.

La salida de este controlador será la extensión del verde (puede estar entre 0 y 12 segundos). La extensión del verde se aplica una vez que la extensión previa terminó. La fase actual termina si ya no hay extensiones de verde. También se puede fijar el número máximo de extensiones.

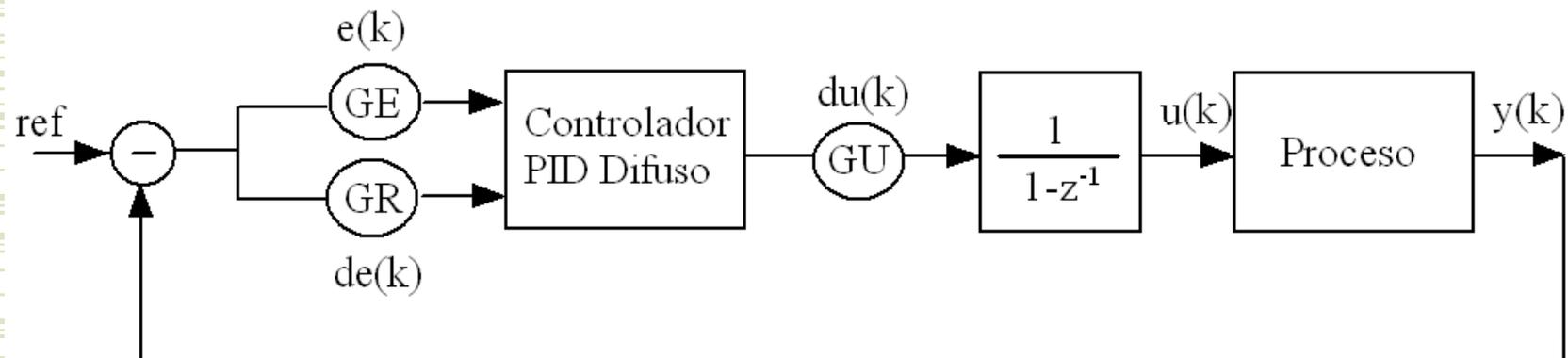
4<sup>th</sup> RULE SET:

After 3<sup>rd</sup> extension (minimum green + 1<sup>st</sup> ext. + 2<sup>nd</sup> ext. + 3<sup>rd</sup> ext.):

IF <i>A</i> is zero	AND <i>Q</i> is any	THEN <i>EXTENSION</i> is zero (terminate current phase)
IF <i>A</i> is more than few	AND <i>Q</i> is less than medium	THEN <i>EXTENSION</i> is short
IF <i>A</i> is medium	AND <i>Q</i> is less than medium	THEN <i>EXTENSION</i> is medium
IF <i>A</i> is many	AND <i>Q</i> is less than few	THEN <i>EXTENSION</i> is long
IF <i>A</i> is any	AND <i>Q</i> is too long	THEN <i>EXTENSION</i> is none (terminate current phase)

# PID-Difuso

La Figura presenta un diagrama de un controlador PID difuso, donde las entradas son el error  $e(k)$  y su tasa de cambio  $de(k)$ , y la salida es el cambio incremental en la variable manipulada  $du(k)$ .

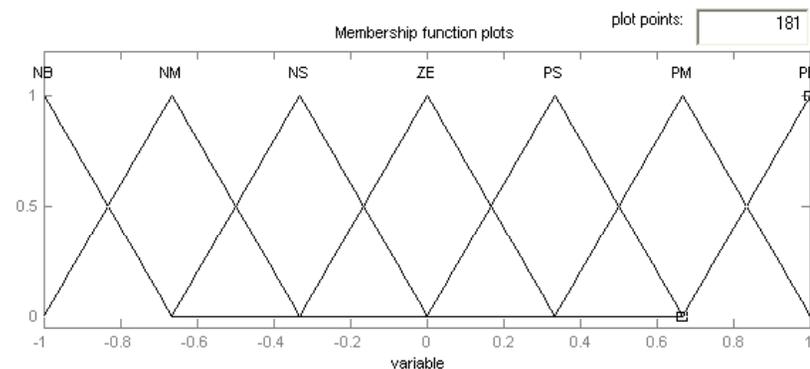


Los parámetros del controlador son las ganancias  $GE$ ,  $GR$  y  $GU$ , que multiplican a  $e(k)$ ,  $de(k)$  y  $du(k)$  respectivamente

# PID-Difuso

## Características:

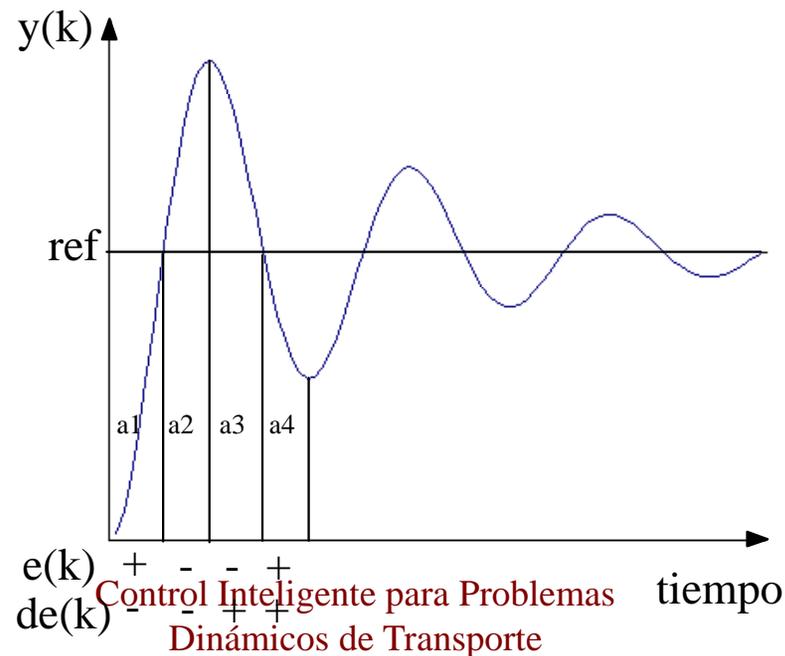
- Dos o siete conjuntos difusos para las variables de entrada
- Tres o siete conjuntos difusos para la variable de salida
- Funciones de pertenencia triangulares
- Implicación utilizando operador min
- Defusificación por el método de la media de los máximos



Dinámicos de Transporte

# PID-Difuso

Las reglas de este controlador se derivan a partir del comportamiento deseado del sistema en lazo cerrado. En la siguiente figura se aprecia la respuesta típica de un sistema controlado, donde las entradas al controlador son  $e(k)$  y  $de(k)$ , y la salida es  $du(k)$ .

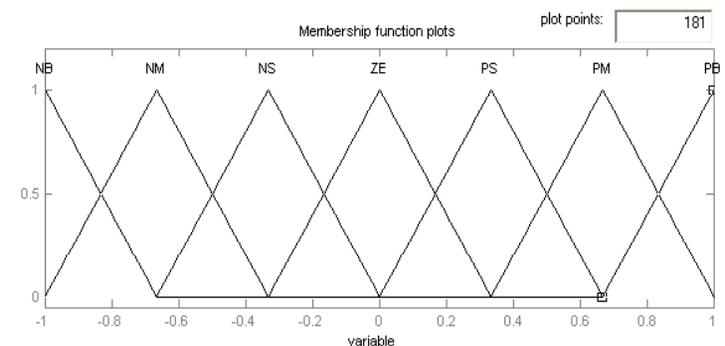


# PID-Difuso

Los incrementos en la variable manipulada, se definen a partir de la proposición de MacVicar-Whelan (1976). Por ejemplo, para el elemento de la tercera fila y sexta columna (PID-Difuso de 49 reglas), la regla de control se interpreta como:

*"Si el error es negativo pequeño y la variación incremental del error es positiva mediana, entonces hacer positiva pequeña la variación incremental en el control".*

		de(k)						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
e(k)	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NM	NS	NS	ZE	<b>PS</b>	PM
	ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
	PS	NM	NS	ZE	PS	PS	PM	PB
	PM	NS	ZE	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB



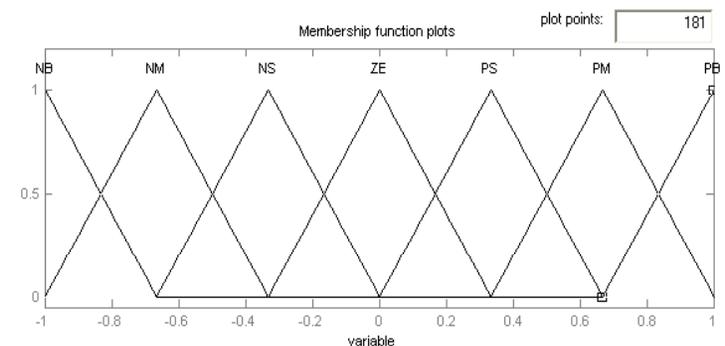
oblemas

# PID-Difuso

Los incrementos en la variable manipulada, se definen a partir de la proposición de MacVicar-Whelan (1976). Por ejemplo, para el elemento de la tercera fila y sexta columna (PID-Difuso de 49 reglas), la regla de control se interpreta como:

*"Si el error es negativo pequeño y la variación incremental del error es positiva mediana, entonces hacer positiva pequeña la variación incremental en el control".*

		de(k)						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
e(k)	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NM	NS	NS	ZE	<b>PS</b>	PM
	ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
	PS	NM	NS	ZE	PS	PS	PM	PB
	PM	NS	ZE	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB



oblemas