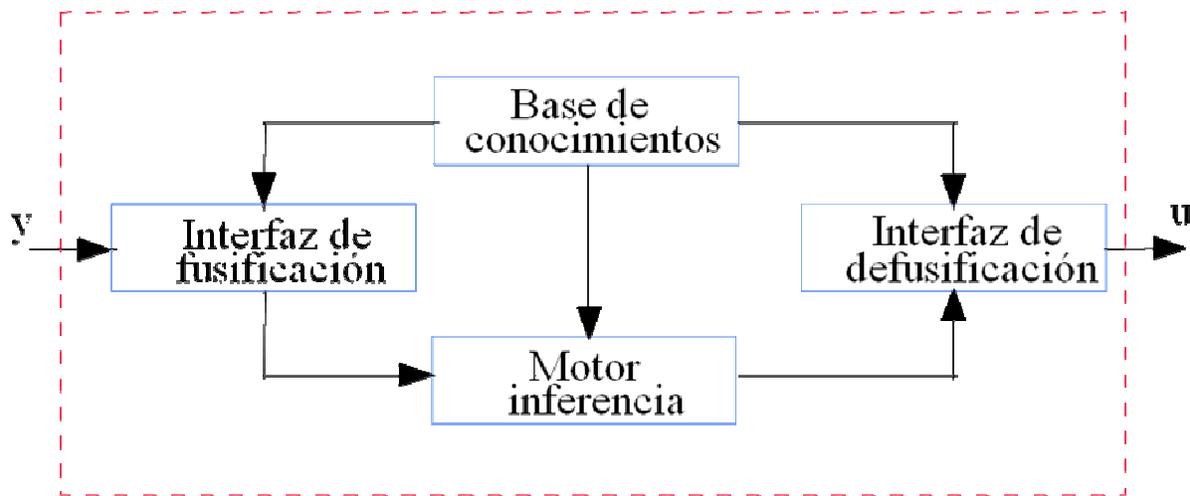


CONTROL DIFUSO MANDAMI

Estos modelos se basan en un conjunto de reglas heurísticas donde las variables lingüísticas de las entradas y salidas se representan por conjuntos difusos.

La siguiente figura muestra las principales componentes de un controlador difuso: interfaz de fusificación, base de conocimientos, motor de inferencia e interfaz de defusificación (Lee, 1990).



Interfaz de fusificación. Este elemento transforma las variables de entrada del modelo (y) en variables difusas. Para esta interfaz se deben tener definidos los rangos de variación de las variables de entrada y los conjuntos difusos asociados con sus respectivas funciones de pertenencia.

Base de conocimientos. Contiene las reglas lingüísticas del control y la información referente a las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos.

Estas reglas lingüísticas, tienen típicamente la siguiente forma:

D. Sáez, EL5205. Apuntes Control Difuso. Dpto. Ing. Eléctrica, U. Chile.

Si x_1 es A y x_2 es B entonces u es C

donde A, B y C son los conjuntos difusos de las variables de entrada x_1 y x_2 , y de la variable de salida u respectivamente.

Existen varias formas de derivar las reglas (Lee, 1990), entre las que destacan las basadas en:

- La experiencia de expertos y el conocimiento de ingeniería de control. La base de reglas se determina a partir de entrevistas con el operador o a través del conocimiento de la dinámica del proceso.
- La modelación del proceso. Los parámetros de la base de conocimiento se obtienen a partir de datos de entrada y salida del proceso.

Motor de inferencia. Realiza la tarea de calcular las variables de salida a partir de las variables de entrada, mediante las reglas del controlador y la inferencia difusa, entregando conjuntos difusos de salida.

Por ejemplo, dada una base de conocimiento con n reglas del tipo:

Si u_1 es A_i y u_2 es B_i entonces y es C_i

la secuencia de cálculos que realiza el motor de inferencia incluye:

- Determinar el grado de cumplimiento W_i de cada regla a partir de los grados de pertenencia de las variables de entrada obtenidos en la etapa de fusificación, es decir,

$$W_i = \min(u_{A_i}, u_{B_i})$$

debido a que las premisas de la reglas están unidos por operadores AND, definidos como la intersección de conjuntos difusos.

- Para cada regla se tiene una consecuencia "y es C_i ", que tiene asociado una función de pertenencia u_{C_i} . Por lo tanto, se tiene un conjunto de salida C'_i , cuya función de pertenencia es:

$$u_{C'_i} = \min (W_i, u_{C_i})$$

donde W_i es el grado de cumplimiento para la regla i .

- Para evaluar el conjunto total de reglas, se unen los conjuntos difusos C'_i resultantes de cada regla, generándose un conjunto de salida con la siguiente función de pertenencia:

$$u_{C'} = \max(u_{C'_i}) \quad i = 1, \dots, n$$

De esta forma, se obtiene una salida difusa del controlador, con una función de pertenencia $u_{C'}$.

Interfaz de defusificación. Este elemento provee salidas discretas y determinísticas a partir de los conjuntos difusos C' obtenidos como resultado de la inferencia.

Existen diferentes métodos de defusificación, algunos de los cuales se describen a continuación:

- Método del máximo. La salida corresponde al valor para el cual la función de pertenencia $u_{C'}$ alcanza su máximo.

- Media del máximo. La salida es el promedio entre los elementos del conjunto C' que tienen un grado de pertenencia máximo.

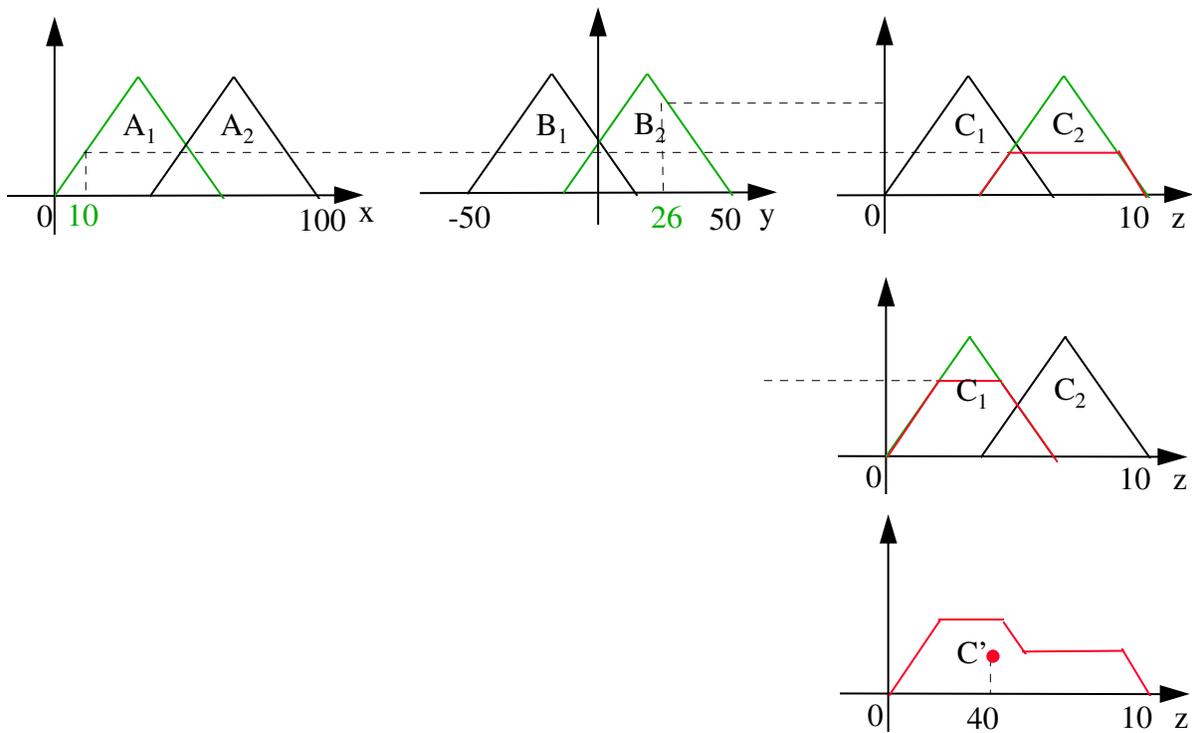
- Centro de área. Genera como salida el valor correspondiente al centro de gravedad de la función de pertenencia del conjunto de salida C' .

Ejemplo

Reglas Si x es A e y es B entonces z es C

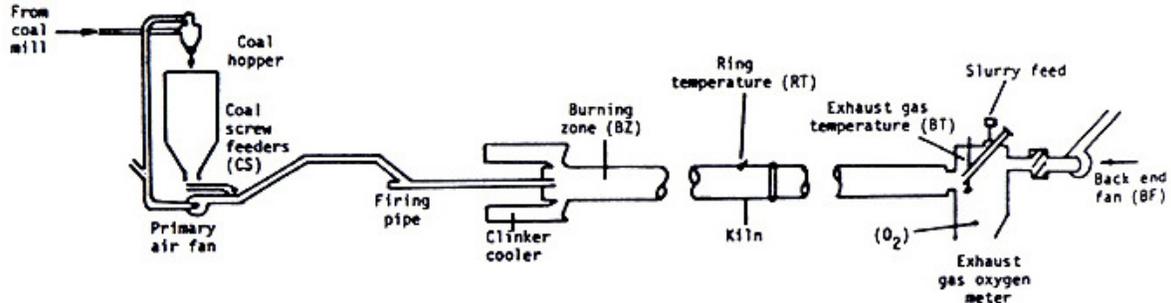
R_1 Si x es A_1 e y es B_2 entonces z es C_2

$x = 10$ $y = 26$ $z?$

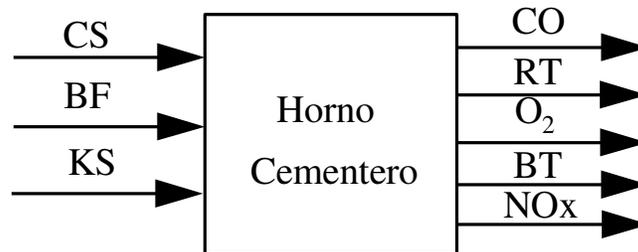


Ejemplo 2 Modelación de las acciones de control de un operador de un horno cementero.

En la siguiente figura se presenta un diagrama del proceso, donde el carbón proveniente de un molino, alimenta una tolva y es transportado hacia el horno. El ventilador primario sirve para mantener la llama en la zona de cocción.



La mezcla, que permite la formación de los compuestos del cemento, se desplaza desde la parte posterior del horno (derecha de la figura) en contracorriente al flujo de calor, calcinándose y cociéndose, hasta obtenerse el clinker o producto final del horno que pasa posteriormente al enfriador. El ventilador de inducción sirve para succionar los gases producidos en la combustión.



El diagrama muestra las variables de entrada y de salida del proceso:

- el flujo de alimentación del carbón (CS),
- la velocidad del ventilador de inducción (BF) y
- la velocidad del horno (KS).

- el porcentaje de monóxido de carbono en los gases (CO),
- la temperatura de los gases en la zona intermedia (RT),
- el porcentaje de oxígeno en los gases (O₂),
- la temperatura de los gases en la zona posterior (BT) y
- el porcentaje de óxido nitroso en los gases (NO_x).

Experimentalmente, se ha comprobado que la dinámica de este sistema es no lineal, con retardos, fuertes interacciones y muy dependiente de las condiciones iniciales.

A partir de la experiencia de operadores para hornos cementeros, se puede deducir, en términos generales, que el flujo de carbón es la variable manipulada que produce el mayor efecto. Por ejemplo, un aumento de CS genera:

- una disminución de O₂ y CO, y
- un aumento de las temperaturas RT y BT, y del NO_x.

Por su parte, un aumento en BF

- aumenta el O₂, CO y BT, y
- disminuye RT y NO_x.

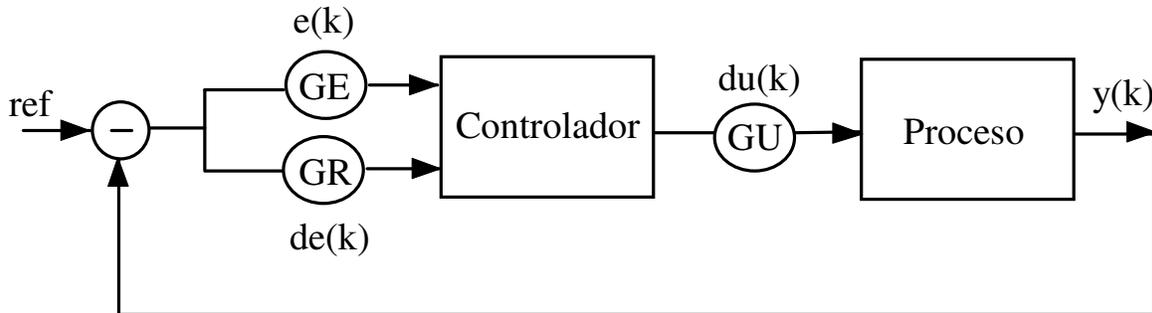
Al aumentar KS, aumentan RT y BT.

A partir de estas afirmaciones, una regla que representa las acciones de control del operador puede ser:

Si CO es alto entonces CS aumenta y BF disminuye

CONTROLADORES PI DIFUSOS

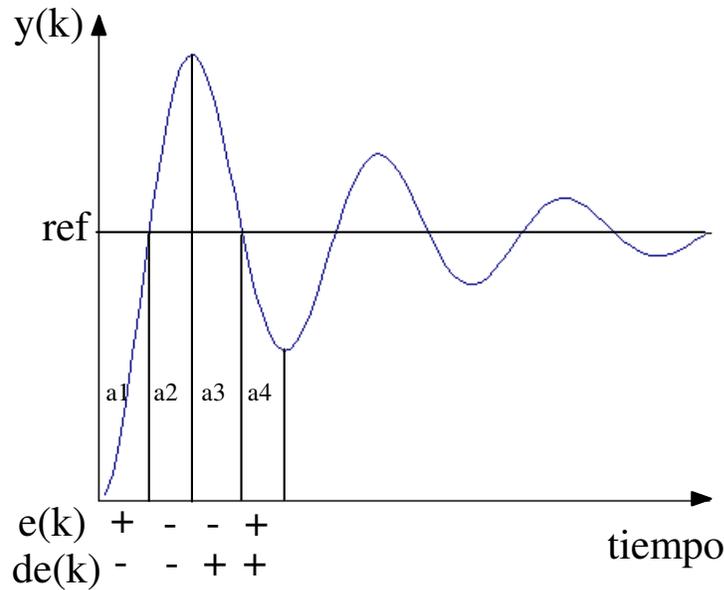
La Figura presenta un diagrama de un controlador PI difuso incremental, donde las entradas son el error $e(k) = \text{ref} - y(k)$ y su tasa de cambio $de(k) = e(k) - e(k-1)$, y la salida es el cambio incremental en la variable manipulada $du(k)$.



Los parámetros del controlador son las ganancias GE, GR y GU, que multiplican a $e(k)$, $de(k)$ y $du(k)$ respectivamente.

En general, estos controladores presentan las siguientes características: dos o siete conjuntos difusos para las variables de entrada, tres o siete conjuntos difusos para la variable de salida, funciones de pertenencia triangulares, fusificación con universos continuos, implicación utilizando operador min, inferencia basada en implicancia difusa y defusificación por el método de la media de los máximos modificada.

Este tipo de controlador difuso se deriva a partir del comportamiento deseado del sistema en lazo cerrado. En la siguiente figura se aprecia la respuesta típica de un sistema controlado, donde las entradas al controlador son $e(k)$ y $de(k)$, y la salida es $du(k)$.



Analizando en detalle esta respuesta se pueden observar diferentes situaciones. Considerando el valor de $e(k)$ y el signo de $de(k)$, se tienen los casos presentados en la tabla 1(a). Además, existen dos tipos de situaciones especiales, cuando el error $e(k)$ es cero y cuando su tasa de cambio $de(k)$ es cero. Estas situaciones se muestran en las siguientes figuras y en las tablas 1(b) y 1(c).

Tabla 1: Situaciones de las variables $e(k)$ y $de(k)$

	$e(k)$	$de(k)$
a1	>0	<0
a2	<0	<0
a3	<0	>0
a4	>0	>0

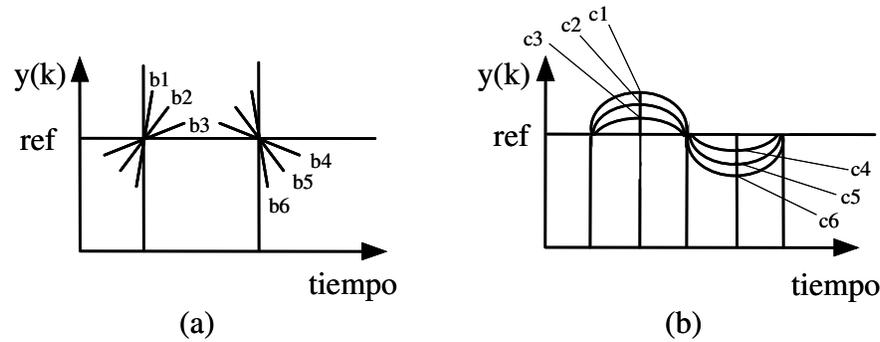
(a)

	$e(k)$	$de(k)$
b1	$=0$	$\lll<0$
b2	$=0$	$\lll<0$
b3	$=0$	<0
b4	$=0$	>0
b5	$=0$	$\ggg>0$
b6	$=0$	$\ggg>0$

(b)

	$de(k)$	$e(k)$
c1	$=0$	$\lll<0$
c2	$=0$	$\lll<0$
c3	$=0$	<0
c4	$=0$	>0
c5	$=0$	$\ggg>0$
c6	$=0$	$\ggg>0$

(c)



A partir de estas condiciones, se puede configurar una tabla en función de las variables de entrada del controlador (ver Tabla 2). En ella se consideran siete conjuntos difusos NB ("Negative Big"), NM ("Negative Medium"), NS ("Negative Small"), ZE ("Zero"), PS ("Positive Small"), PM ("Positive Medium") y PB ("Positive Big") para las variables de entrada que describen los estados \lll , \ll , \lt , $=$, \gt , \gg y \ggg 0, respectivamente.

Tabla 2: Diagrama de estados $e(k)$ y $de(k)$.

		de(k)						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
e(k)	NB	a2	a2	a2	c1	a3	a3	a3
	NM	a2	a2	a2	c2	a3	a3	a3
	NS	a2	a2	a2	c3	a3	a3	a3
	ZE	b1	b2	b3	ZE	b4	b5	b6
	PS	a1	a1	a1	c4	a4	a4	a4
	PM	a1	a1	a1	c5	a4	a4	a4
	PB	a1	a1	a1	c6	a4	a4	a4

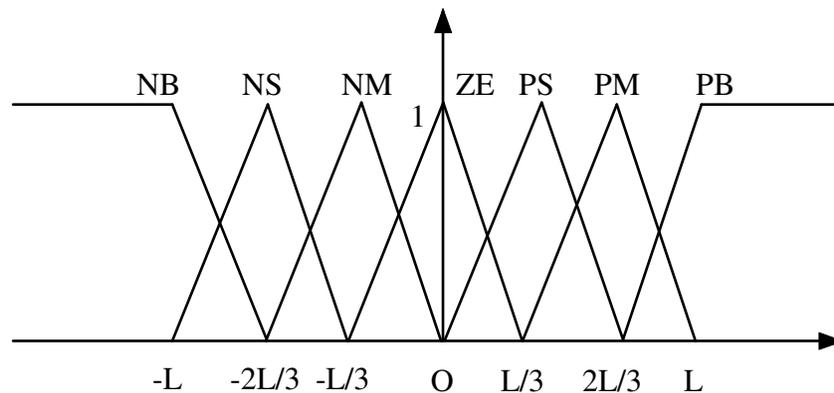
Las acciones de control, es decir, los incrementos en la variable manipulada, se definen a partir de la proposición de MacVicar-Whelan (1976), como lo muestra la Tabla 3. Por ejemplo, para el elemento de la tercera fila y sexta columna, la regla de control se interpreta como: "Si el error es negativo pequeño y la variación incremental del error es

positiva mediana, entonces hacer positiva pequeña la variación incremental en el control".

Tabla 3: Reglas de control PI difuso.

		de(k)						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
e(k)	NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZE
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZE	PS
	NS	NB	NM	NS	NS	ZE	PS	PM
	ZE	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
	PS	NM	NS	ZE	PS	PS	PM	PB
	PM	NS	ZE	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZE	PS	PM	PB	PB	PB	PB

El diseño de un controlador difuso PI incluye, además de definir las reglas de control, determinar las funciones de pertenencia de cada conjunto difuso. En general, se utilizan funciones triangulares como se muestran en la siguiente figura, donde el universo varía entre $-L$ y L , siendo L un factor de escalamiento de las variables.



Los principales parámetros de sintonía de estos controladores son las ganancias GE , GR y GU . Existen diversos trabajos que describen la equivalencia entre un controlador PI convencional y un controlador PI difuso (Tang, 1987).

CONTROL BASADO EN MODELOS DE TAKAGI & SUGENO

Los modelos difusos propuestos por Takagi y Sugeno (1985), tienen la particularidad de que las consecuencias de cada regla son ecuaciones lineales. Esta característica permite que para cada subespacio lineal o regla del modelo, se pueda derivar un controlador basado en la teoría de control lineal. Por lo tanto, se puede obtener un controlador difuso, que combine las acciones de los controladores lineales de cada regla.

La secuencia de pasos, propuesta por Sugeno y Kang (1986), para diseñar un controlador basado en modelo difuso consiste en:

- a) Identificar un modelo basado en reglas como el siguiente:

$$R_i : \text{Si } Z_1 \text{ es } F_{l_i} \text{ y } \dots \text{ y } Z_m \text{ es } F_{m_i} \\ \text{entonces } Y_i = p_0^i + p_1^i X_1 + \dots + p_k^i X_k \quad (*)$$

$$R_i : \text{Si } Z_1 \text{ es } F_{l_i} \text{ y } \dots \text{ y } Z_m \text{ es } F_{m_i} \\ \text{entonces } u_i = f_i(Y_i, X_1, \dots, X_k)$$

- e) Por último, cabe mencionar que para calcular la acción de control final se utiliza la ponderación de la salida de cada regla por su respectivo grado de cumplimiento W_i . De esta manera, la acción de control final u es:

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M (W_i u_i)}{\sum_{i=1}^M W_i}$$

donde W_i es el grado de activación de la regla i y M es el número de reglas del modelo difuso.

CONTROLADOR LQR DIFUSO

Control lineal cuadrático (LQR)

El diseño del controlador lineal cuadrático (LQR: "Linear Quadratic Regulator") se realiza considerando un modelo lineal en variables de estado del sistema y minimizando la siguiente función de costos (Astrom, 1984):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

donde x es el vector de variables de estado, u es la variable manipulada.

La solución de este problema se obtiene resolviendo la siguiente ecuación de Ricatti para la matriz P :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

donde A y B son las matrices del modelo en variables de estado linealizado.

De esta manera, el control obtenido está dado por:

$$u = -Kx$$

donde $K = R^{-1}B^T P$

Para el diseño del controlador LQR difuso, se considera el siguiente modelo difuso en variables de estado:

$$R_i : \text{Si } z_1 \text{ es } Fl_i \text{ y } \dots \text{ y } z_m \text{ es } Fm_i \\ \text{entonces } \dot{x} = A^i x + B^i u$$

donde z_j son las variables de entrada del modelo difuso y x es el vector de variables de estado

Por lo tanto, el controlador basado en un modelo difuso consiste en una base de reglas con la siguiente estructura:

$$R_i : \text{Si } z_1 \text{ es } Fl_i \text{ y } \dots \text{ y } z_m \text{ es } Fm_i \\ \text{entonces } u_i = f_i(x_1, \dots, x_n)$$

donde la ley de control f_i corresponde a un controlador lineal cuadrático obtenido a partir del modelo lineal en variables de estado para cada regla i del modelo difuso

Entonces,

$$R_i : \text{Si } z_1 \text{ es } Fl_i \text{ y } \dots \text{ y } z_m \text{ es } Fm_i \\ \text{entonces } u_i = -k_1^i x_1 - \dots - k_n^i x_n$$

CONTROLADOR BASADO EN MODELOS DIFUSOS POR UBICACIÓN DE POLOS

Debido a que las consecuencias de los modelos difusos de Takagi & Sugeno son sistemas lineales, se puede diseñar controladores en variables de estado difusos por asignación de polos (Kang y Lee, 1995).

En este caso, se considera el siguiente modelo difuso de Takagi & Sugeno en variables de estado:

$$R_i : \text{Si } z_1 \text{ es } Fl_i \text{ y } \dots \text{ y } z_m \text{ es } Fm_i \\ \text{entonces } x^i(k+1) = A^i x(k) + B^i u(k) \\ y(k) = Cx(k)$$

Entonces, el vector en variables de estado a partir del modelo difuso es:

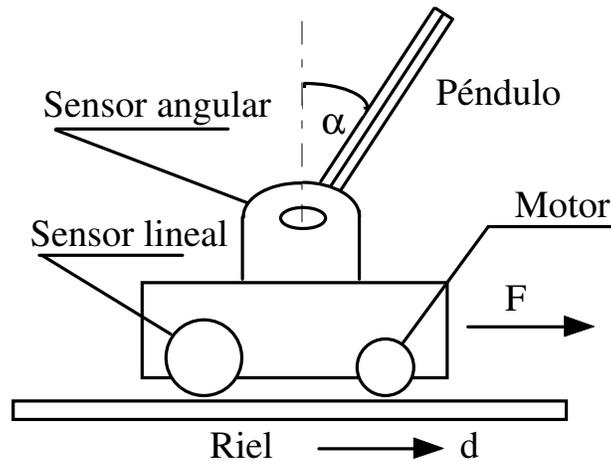
$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^M w^i(z) x^i(k+1)}{\sum_{i=1}^M w^i(z)}$$

El controlador difuso esta compuesto por las premisas del modelo difuso. Entonces, la base de reglas del controlador está dada por:

$$R_i : \text{Si } z_1 \text{ es } Fl_i \text{ y } \dots \text{ y } z_m \text{ es } Fm_i \\ \text{entonces } u^i(k) = -G^i x(k)$$

donde G^i es una matriz de ganancia realimentada en el estado.

CONTROLADOR LQR DIFUSO PARA UN PENDULO INVERTIDO



El péndulo invertido está compuesto por una viga montada sobre un carro que desliza sobre un riel. El motor de corriente continua permite ejercer la fuerza sobre el sistema y un potenciómetro acoplado a él por un mecanismo de engranaje mide la posición del carro. Además, un potenciómetro montado en el eje de rotación permite medir el ángulo del péndulo con respecto a la vertical.

Se considera como variables de entrada al controlador o variables controladas el ángulo y la velocidad angular del péndulo, y la variable de salida o manipulada es la fuerza aplicada al motor. No se considera el control de la posición del carro.

Controlador LQR difuso

En este caso, para diseñar el controlador difuso para la estabilización angular de un péndulo invertido se deriva el siguiente modelo difuso del proceso:

R_i : Si x_1 es A_i y x_2 es B_i

$$\text{entonces } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

donde x_1 y x_2 son las variables de estado del proceso α y $\dot{\alpha}$, u es la variable manipulada F . Además, A_i y B_i son los conjuntos difusos para x_1 y x_2 respectivamente.

En este caso, debido a que el proceso es inestable y no es posible la obtención de datos en lazo abierto, en vez de realizar una identificación del modelo por alguno de los métodos descritos anteriormente, los coeficientes a_{ij} , b_j y c_j son determinados a partir de la linealización de la siguiente ecuación fenomenológica del proceso en torno a diferentes puntos de operación.

$$\alpha = \frac{(M + m)g \operatorname{sen}\alpha - F\cos\alpha - \frac{ml}{2} \alpha^2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha}{\frac{2(M + m)l}{3} - \frac{ml \cos^2\alpha}{2}}$$

Por lo tanto, el controlador basado en un modelo difuso consiste en una base de reglas con la siguiente estructura:

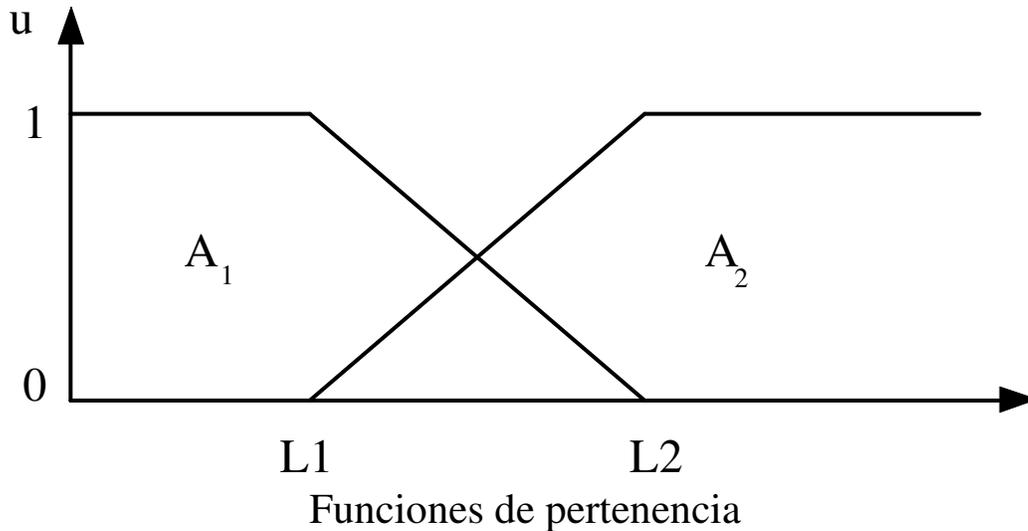
$$R_i: \text{ Si } \alpha \text{ es } A_i \text{ y } \dot{\alpha} \text{ es } B_i \text{ entonces } F_i = -k_1^i \alpha - k_2^i \alpha' + k_0^i$$

donde k_j^i son los coeficientes de la regla i para la variable de estado j , ($j = 1, 2$) y k_0^i es un sesgo dado por la diferencia entre el punto de operación utilizado para la linealización correspondiente a la regla i y el estado de equilibrio ($\alpha = 0$, $\dot{\alpha} = 0$).

Los puntos de operación para la linealización se presentan en la siguiente tabla.

Regla	α (rad)	$\dot{\alpha}$ (rad/seg)
1	-0.6981 (-40°)	-1.7453 (-100°/seg)
2	-0.6981 (-40°)	1.7453 (100°/seg)
3	0.6981 (40°)	-1.7453 (-100°/seg)
4	0.6981 (40°)	1.7453 (100°/seg)

Los parámetros de las funciones de pertenencia (ver figura) han sido determinados mediante un procedimiento de prueba y error, y sus valores se presentan en la siguiente tabla.



Parámetros de las premisas

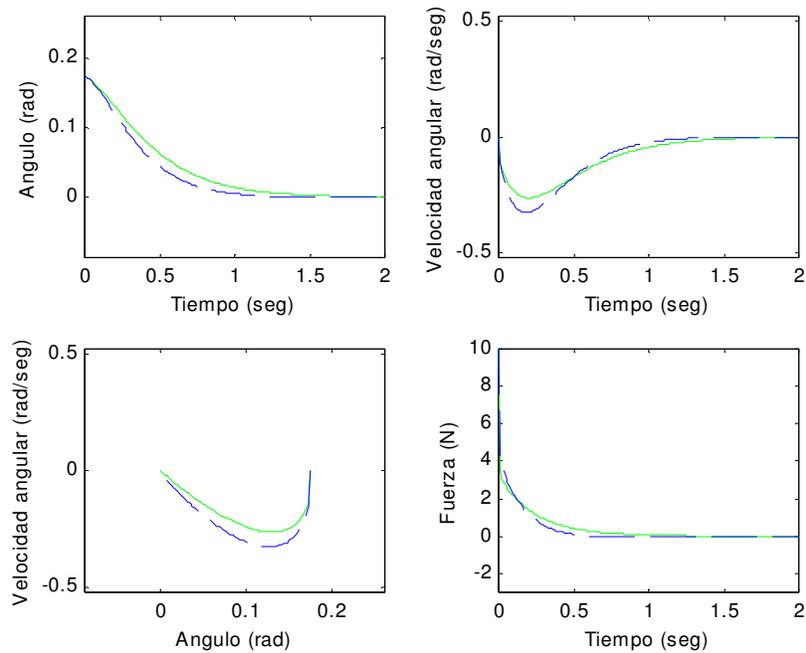
	L1	L2
α (rad)	-0.3491 (-20°)	0.3491 (20°)
$\dot{\alpha}$ (rad/seg.)	-0.8727 (-50°/seg.)	0.8727 (50°/seg.)

Los coeficientes de las consecuencias, correspondientes a los de un controlador LQR para cada regla, se presentan a continuación.

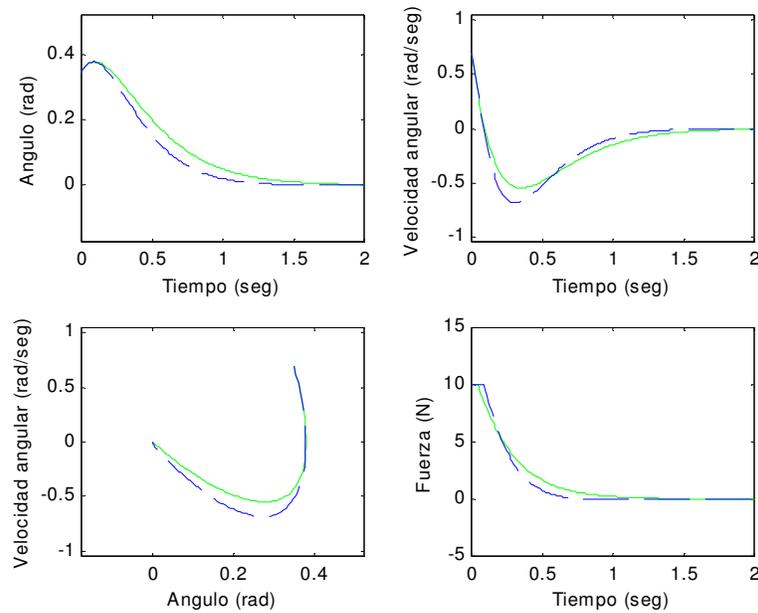
Coeficientes de las consecuencias

Regla	k1	k2	k ₀
1	-20.2443	-5.9888	-2.0787
2	-20.2443	-6.2131	-2.0787
3	-20.2441	-6.2131	2.0787
4	-20.2441	-5.9887	2.0787

En las siguientes figuras, se presentan los resultados del LQR difuso para el péndulo invertido.



Condiciones iniciales: $\alpha_0 = (10^\circ) 0.1745 \text{ rad}$, $\dot{\alpha}_0 = 0$. Verde :LQR, Azul: LQR difuso.



Condiciones iniciales: $\alpha_0 = (20^\circ) 0.349 \text{ rad}$, $\dot{\alpha}_0 = (40^\circ/\text{seg}) 0.6981$. Verde :LQR, Azul: LQR difuso.

En la siguiente tabla se presentan los valores de la función de costos del regulador LQR, para todas las pruebas realizadas con diferentes condiciones iniciales.

Valores de la función de costos.

α_0 (rad)	0.1745 (10°)	0.1745 (10°)	0.2618 (15°)	0.3490 (20°)
$\dot{\alpha}_0$ (rad/seg)	0	0.3490 (20°/seg)	0.5216 (30°/seg)	0.6981 (40°/seg)
LQR	4956	8437	19574	37240
LQR difuso	4578	7747	17805	34635

Finalmente, tomando en cuenta las figuras y los valores de la función de costos podemos decir que el controlador lineal cuadrático difuso (LQR difuso) presenta el mejor desempeño en las pruebas por simulación.