

Electromagnetismo Aplicado:

I. Principios de Teoría Electromagnética y Propiedades de Medios Materiales

F.P. Mena

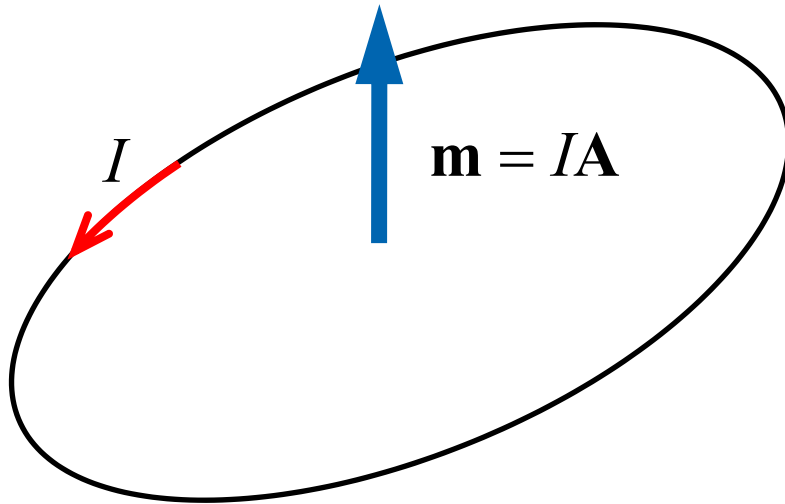
Primavera 2011

I. Teoría E.M. y Materiales

- Ecuaciones de Maxwell
- Materiales
 - Conductores
 - Dieléctricos
 - Materiales magnéticos.
- Condiciones de frontera
- Funciones de potenciales
- Ecuaciones diferenciales para potenciales.

Materiales Magnéticos

- Corrientes crean campos magnéticos
 - Interacción con un campo externo \mathbf{B} se puede describir usando su dipolo magnético

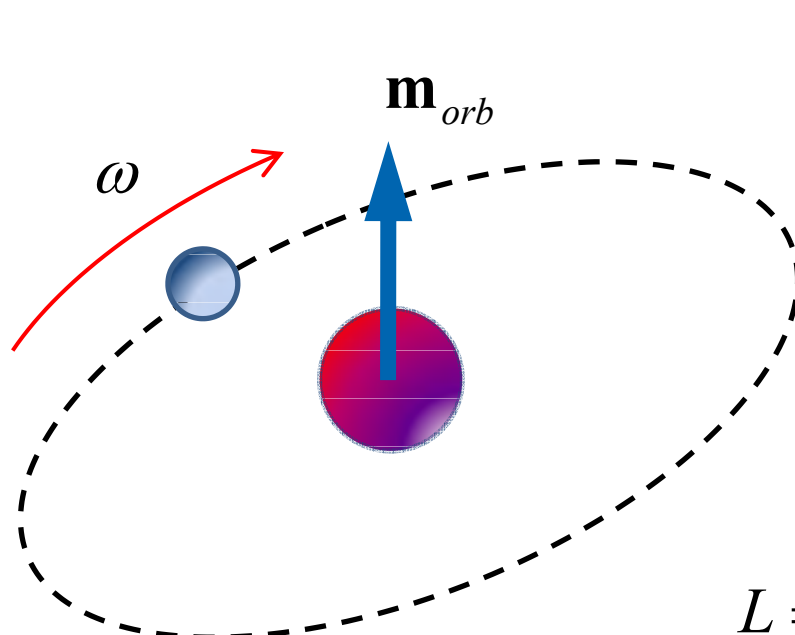


$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$$

Materiales Magnéticos

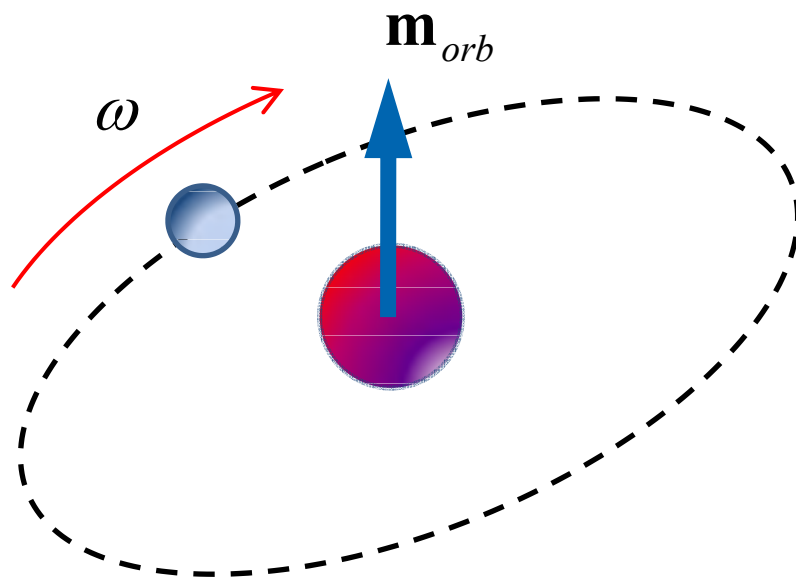
- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Momento magnético orbital


$$\left. \begin{aligned} I &= ef = e \frac{\omega}{2\pi} \\ A &= \pi r^2 \end{aligned} \right\} m_{orb} = \frac{e\omega r^2}{2}$$
$$L = m_e \omega r^2 \quad \Rightarrow \quad m_{orb} = \frac{eL}{2m_e}$$

momento angular

Materiales Magnéticos

- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Momento magnético orbital ($m = I A$)



POSTULADO DE BOHR: El momento angular permitido para el electrón alrededor del núcleo solamente puede ser un múltiplo de la constante de Planck reducida

$$L = n\hbar = \frac{nh}{2\pi} \quad n = 1, 2, \dots$$

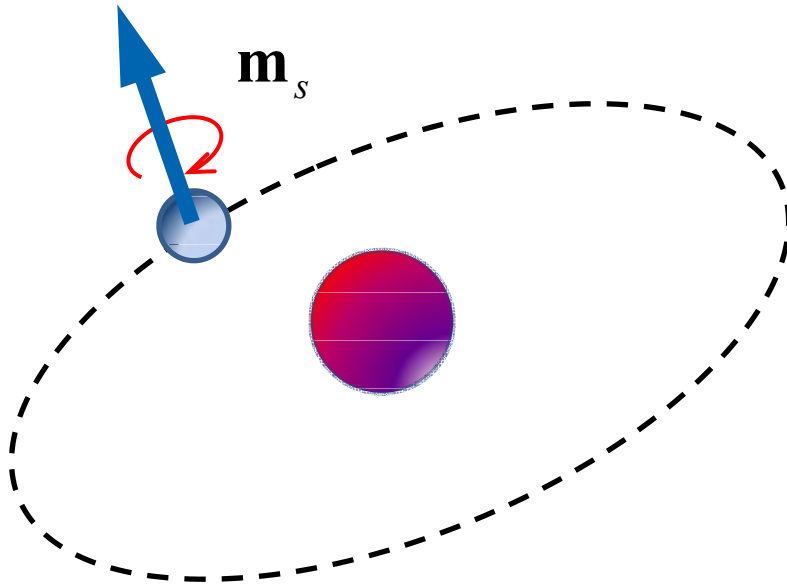
cuántico principal

$$m_{orb} = \frac{eL}{2m_e} \quad \Rightarrow \quad m_{orb} = \frac{ne\hbar}{4\pi m_e}$$

$$m_{Bohr} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ A.m}^2$$

Materiales Magnéticos

- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Momento magnético de espín



$$m_s = S \cdot 2m_{Bohr}$$

$$S = \# \text{ cuántico de espín} = \pm 1/2$$

Materiales Magnéticos

- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Momento magnético de total (J) en un átomo
 - = Suma cuántica de todos los momentos de todos los electrones (reglas de Hund)
- Se alcanza el valor máximo de S y L consistente con PEP:
 - La contribución de todos los orbitales internos se cancela.
 - Espines en el último orbital maximizan su contribución.
- El valor de J es:
 - $|L-S|$ si la última capa está llena menos de la mitad.
 - $L+S$ si la última capa está llena más de la mitad.

Materiales Magnéticos

- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Número magnético de total (J) en un átomo
 - = Suma cuántica de todos los momentos de todos los electrones (reglas de Hund)
- Se alcanza el valor máximo de S y L consistente con PEP:
 - La contribución de todos los orbitales internos se cancela.
 - Espines en el último orbital maximizan su contribución.
- El valor de J es:
 - $|L-S|$ si la última capa está llena menos de la mitad.
 - $L+S$ si la última capa está llena más de la mitad.

Materiales Magnéticos

- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Una vez calculado J , el momento magnético del átomo está dado por:

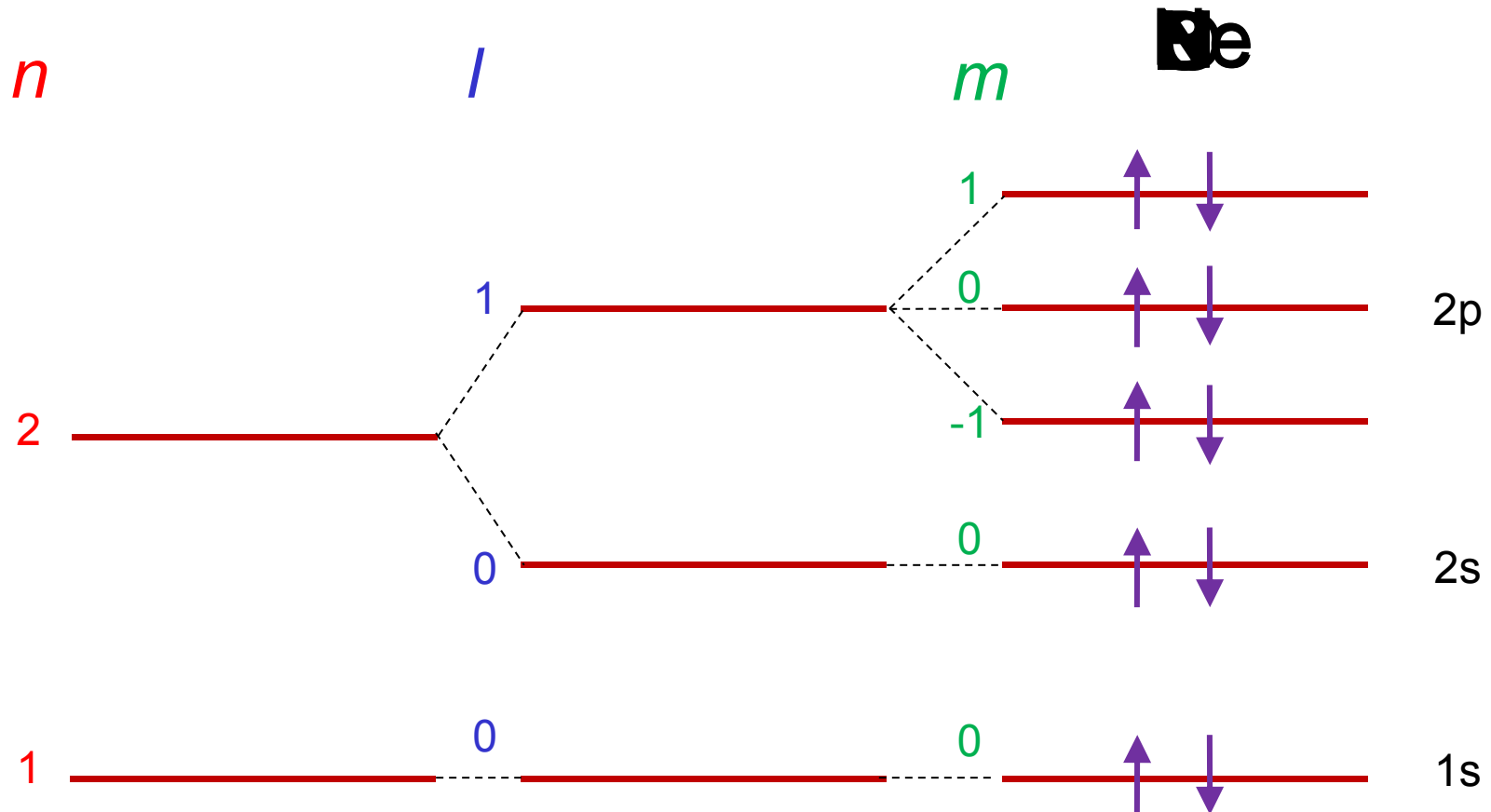
$$m_{TOT} = J g m_{Bohr}$$

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

NOTA: Para el caso de un solo electrón sin momento angular orbital, $g = 2$

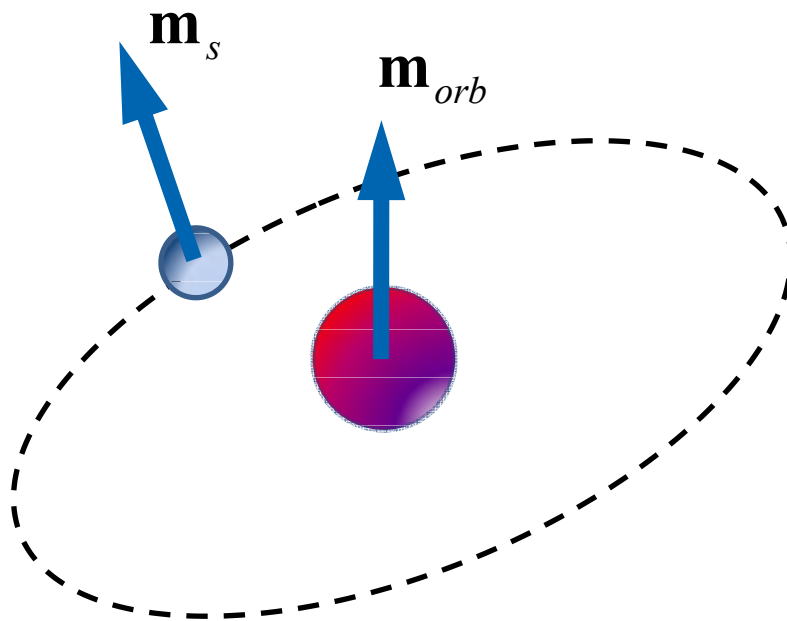
Materiales Magnéticos

- ¿Cuál es el origen de la magnetización?
 - Momento magnético de total (J) en un átomo

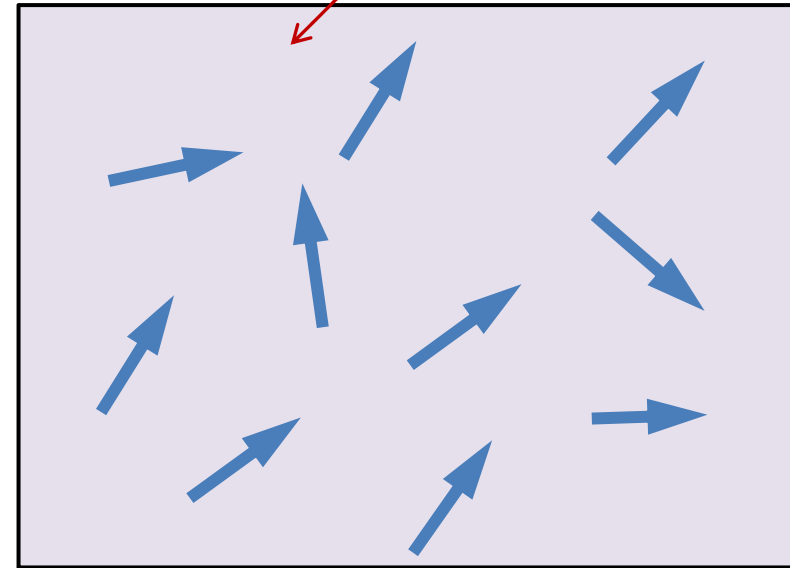


Materiales Magnéticos

- Magnetización



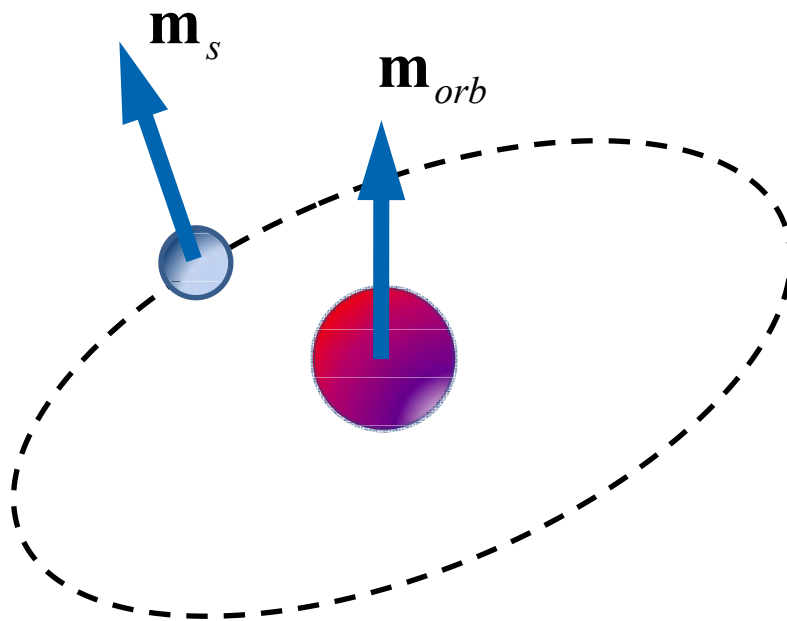
$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_i \mathbf{m}_i}{\Delta v}$$



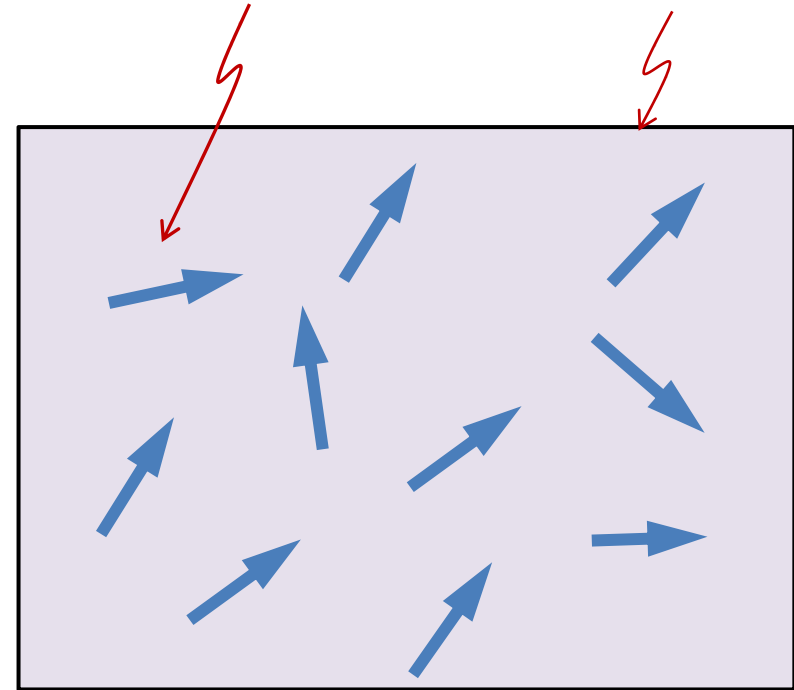
Dipolos magnéticos en un material magnético

Materiales Magnéticos

- Magnetización



$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M} \quad \mathbf{K}_b = \mathbf{M} \times \mathbf{n}$$



Dipolos magnéticos en un
material magnético

Materiales Magnéticos

- Magnetización y campo magnético:
 - La magnetización es generada por el campo magnético sobre el material:

$$\mathbf{M} = f(\mathbf{B}) \quad \longleftrightarrow \quad \mathbf{M} = f(\mathbf{H})$$

- \mathbf{M} se puede representar como expansión de \mathbf{H} . En primera aproximación (material lineal):

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

$$\chi_m = \chi_m(\omega, T, \text{estructura})$$

Materiales Magnéticos

- Permeabilidad y susceptibilidad magnéticas:

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M}$$

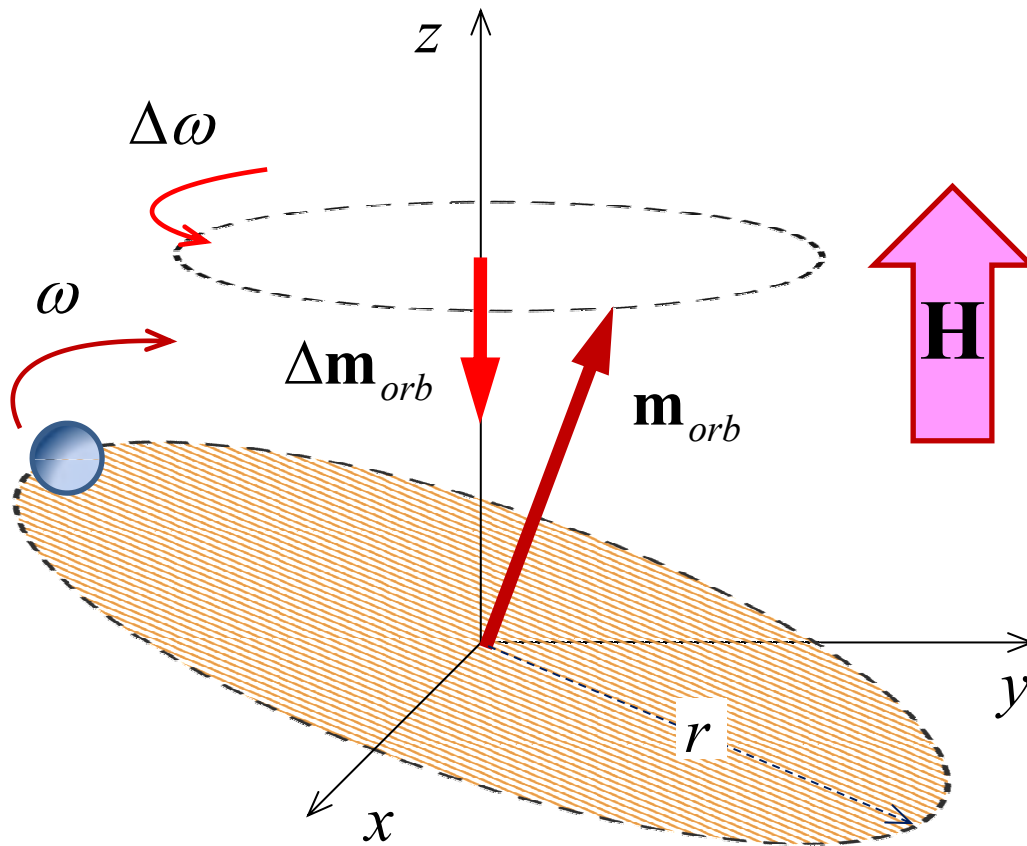


$$\mathbf{B} = \underbrace{\mu_0 (1 + \chi_m)}_{\mu} \mathbf{H}$$

- Mecanismos microscópicos de magnetización
 - Diamagnetismo
 - Paramagnetismo
 - Ferromagnetismo

Diamagnetismo

- Descripción micro



$$\Delta m_{orb} = -\frac{ze^2 \langle r \rangle^2 H}{6m}$$



$$M = -\frac{ze^2 \langle r \rangle^2 H}{6m} N$$



$$\chi_{dia} = \frac{M}{H} = -\frac{ze^2 \langle r \rangle^2 N}{6m}$$

Diamagnetismo

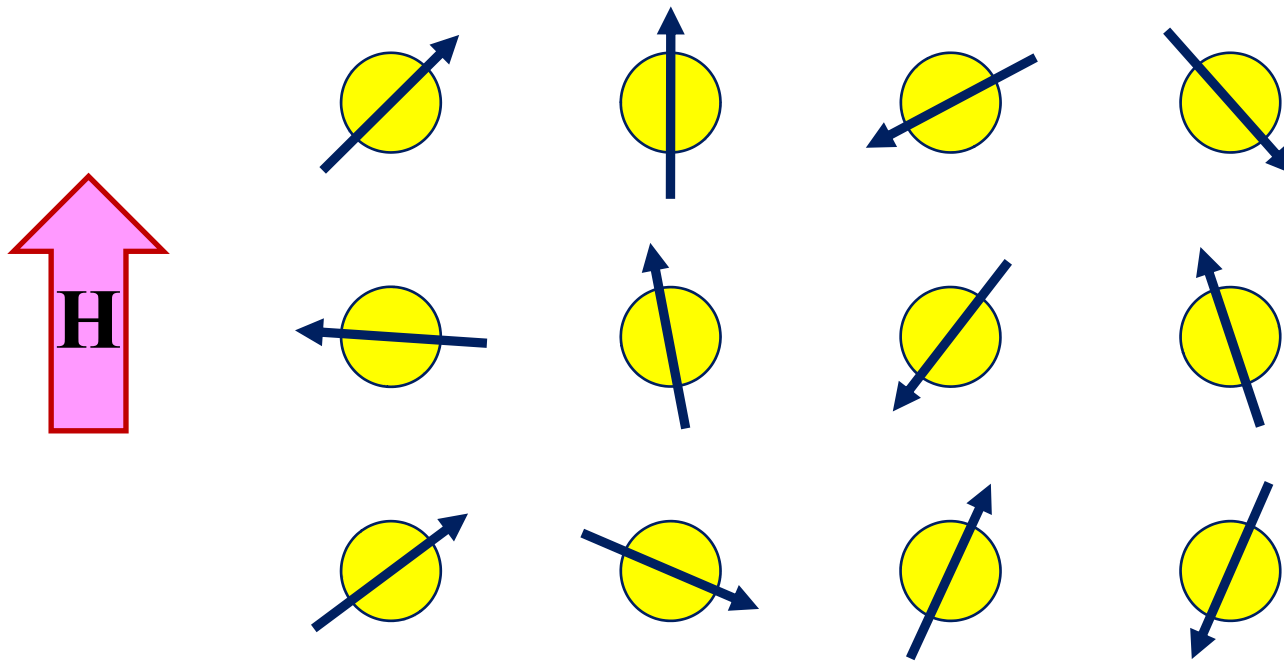
- Descripción micro

$$\chi_{dia} = \frac{M}{H} = -\frac{ze^2 \langle r \rangle^2 N}{6m}$$

- Valores típicos están entre 10^{-5} y 10^{-7}
- Independiente de la temperatura

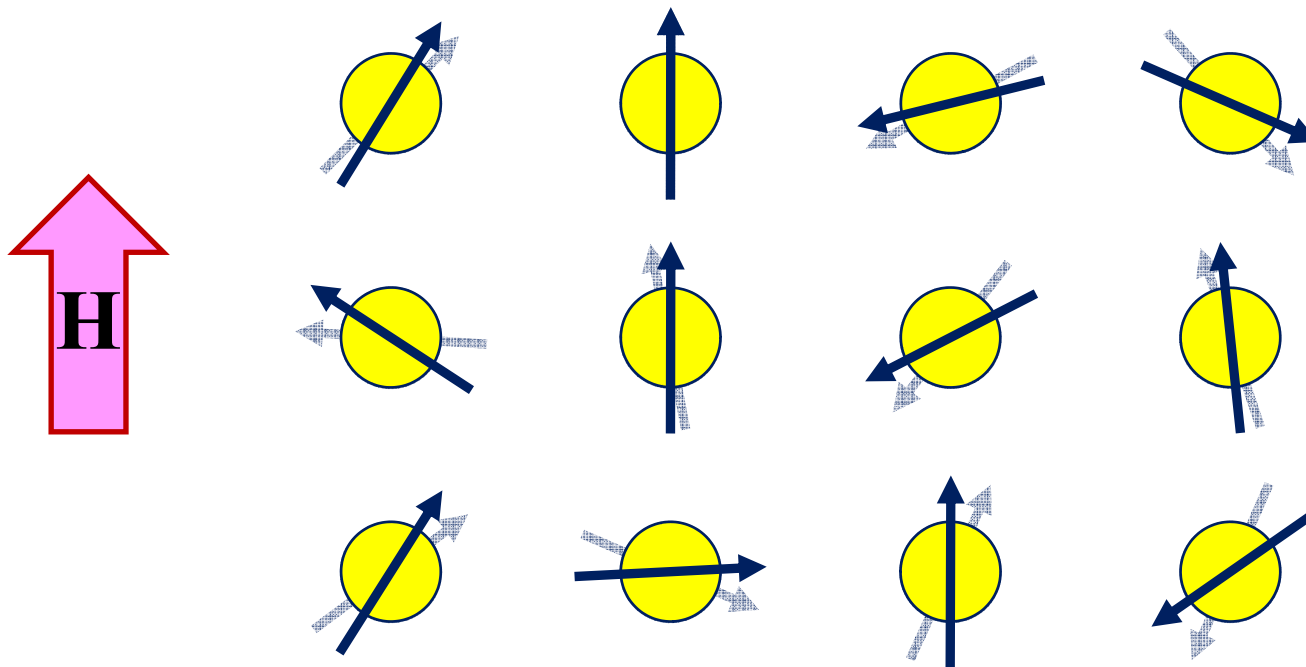
Paramagnetismo

- Descripción micro



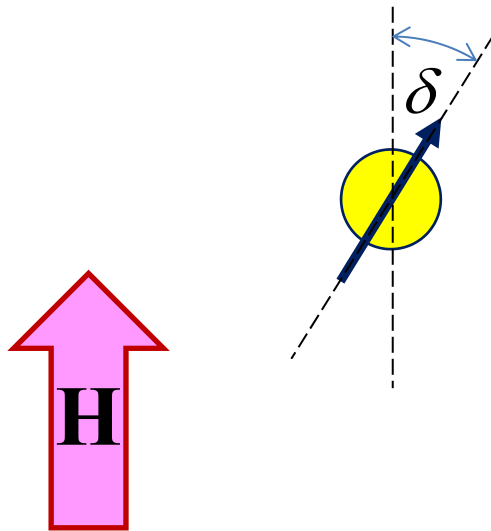
Paramagnetismo

- Descripción micro



Paramagnetismo

- Descripción micro



$$W = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} = -\mu_0 m H \cos \delta$$

+

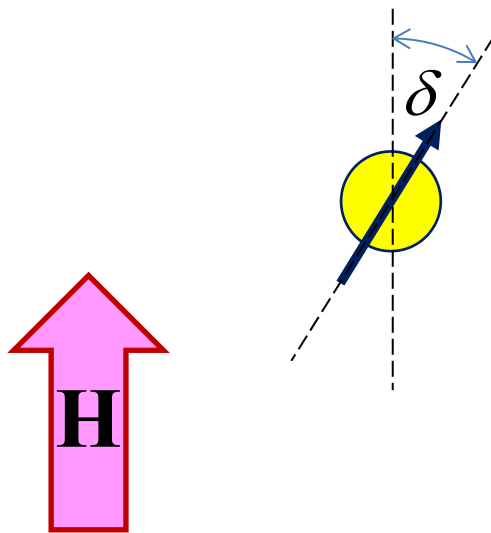
$$N(U) = A \exp(-U/kT)$$



$$N(\delta) = A \exp(\mu_0 m H \cos \delta / kT)$$

Paramagnetismo

- Descripción micro



$$\langle m \rangle = \frac{\int_{\text{todos los } \delta} N(\delta) m \cos \delta dV_{\delta}}{\int_{\text{todos los } \delta} N(\delta) dV_{\delta}}$$

$$\langle m \rangle = \frac{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\delta=0}^{\pi} N(\delta) m \cos \delta \sin \delta d\delta d\phi}{\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\delta=0}^{\pi} N(\delta) \sin \delta d\delta d\phi}$$

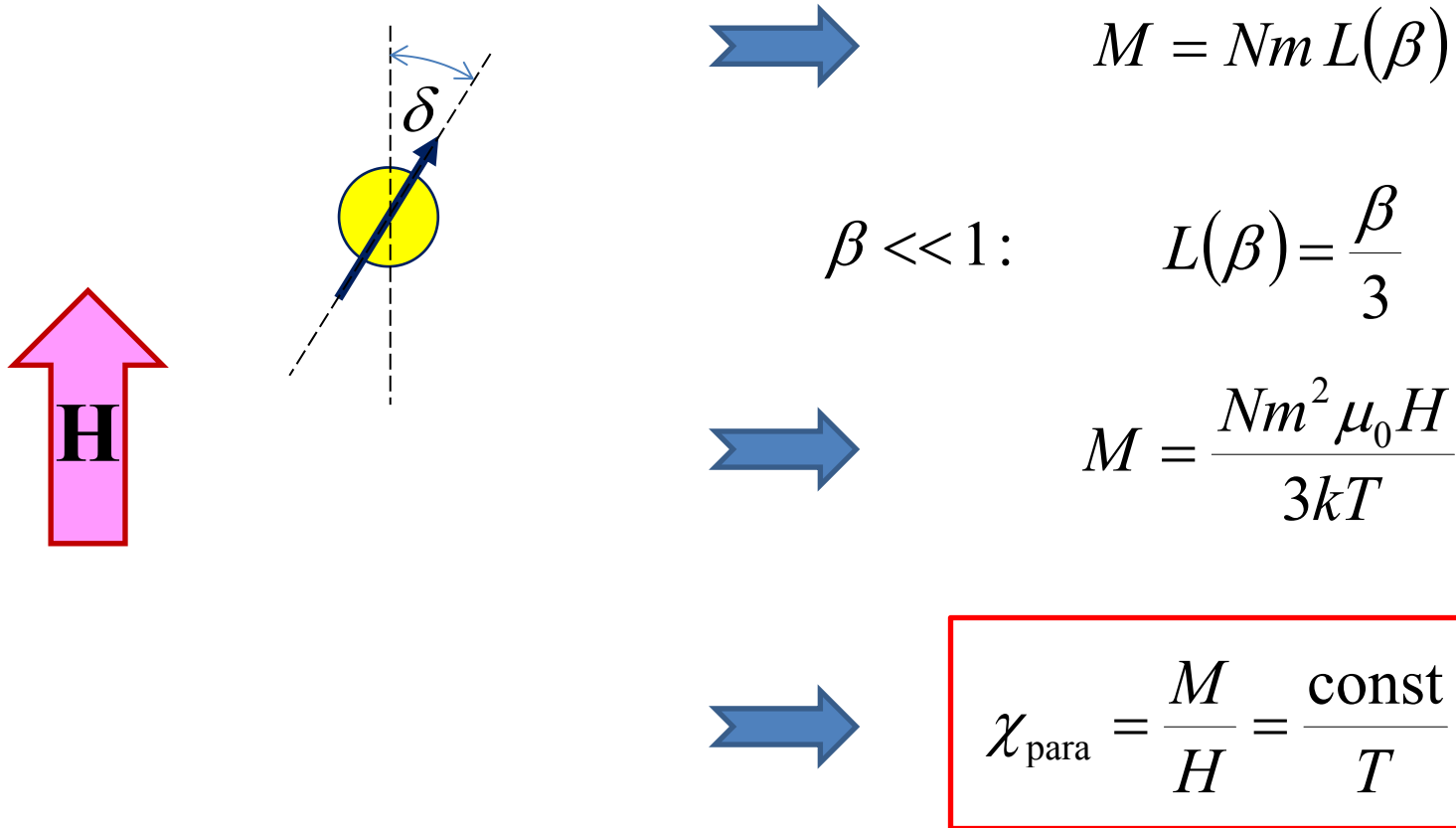


$$\langle m \rangle = m \left[\coth \beta - \frac{1}{\beta} \right] = m L(\beta)$$

$$\beta = \frac{\mu_0 m H}{kT}$$

Paramagnetismo

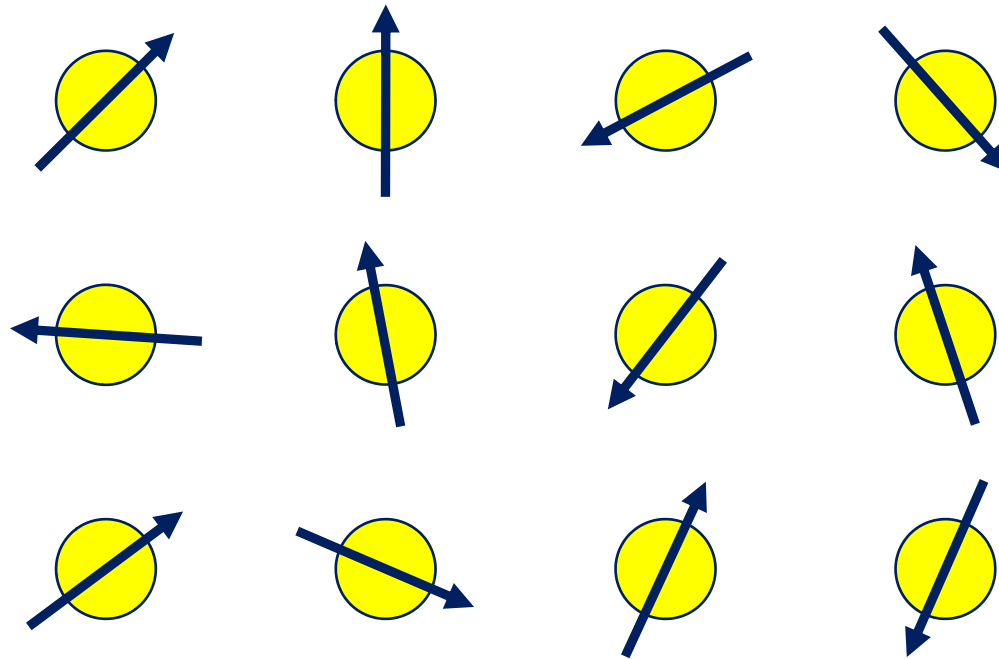
- Descripción micro



Ferromagnetismo

- Descripción micro

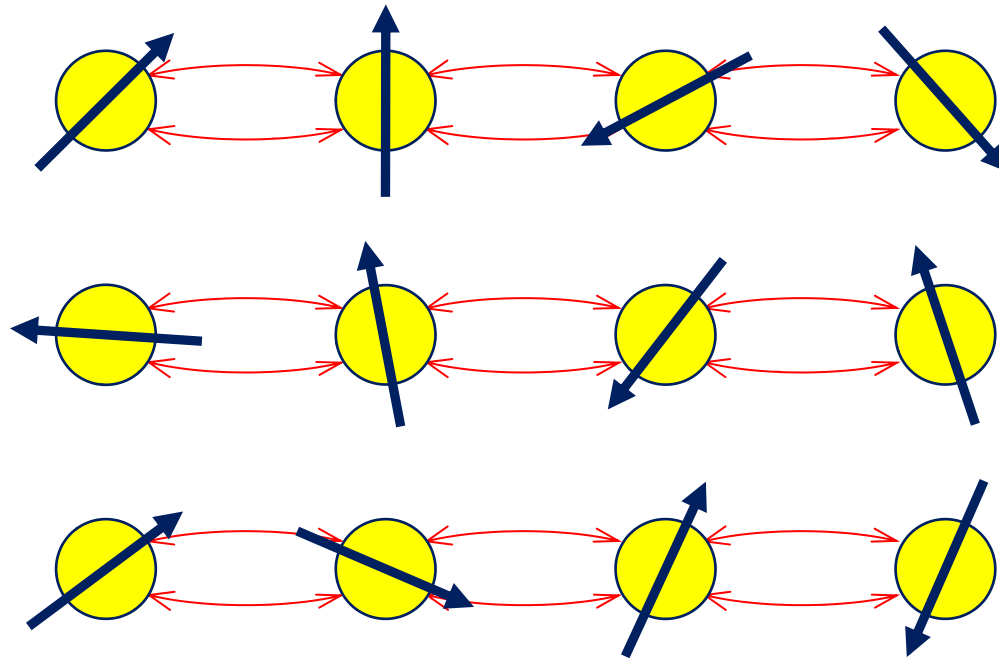
$T > T_C$: No hay interacciones espín-espín



Ferromagnetismo

- Descripción micro

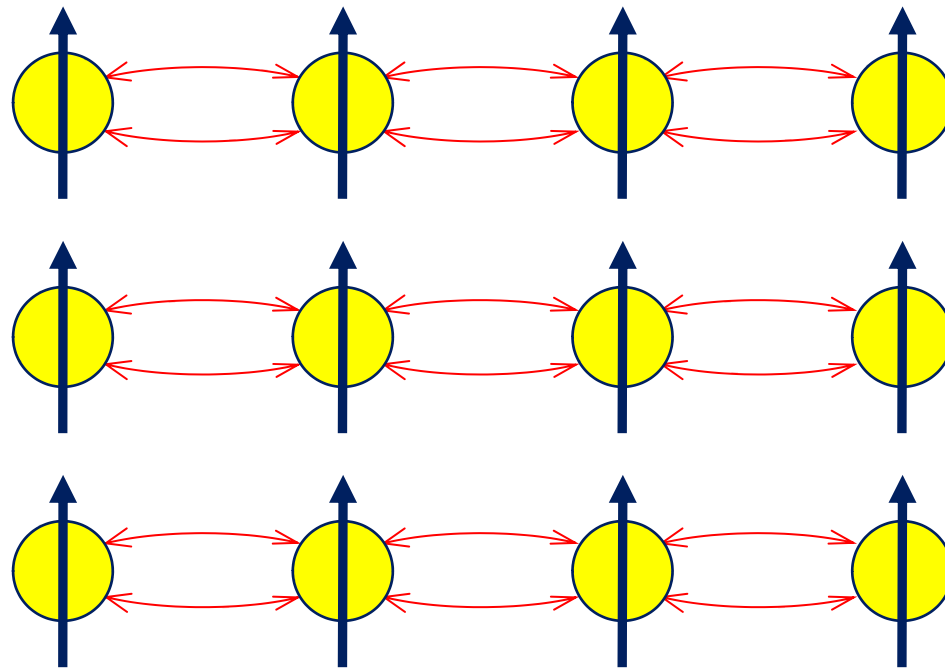
$T = T_C$: Aparecen interacciones espín-espín



Ferromagnetismo

- Descripción micro

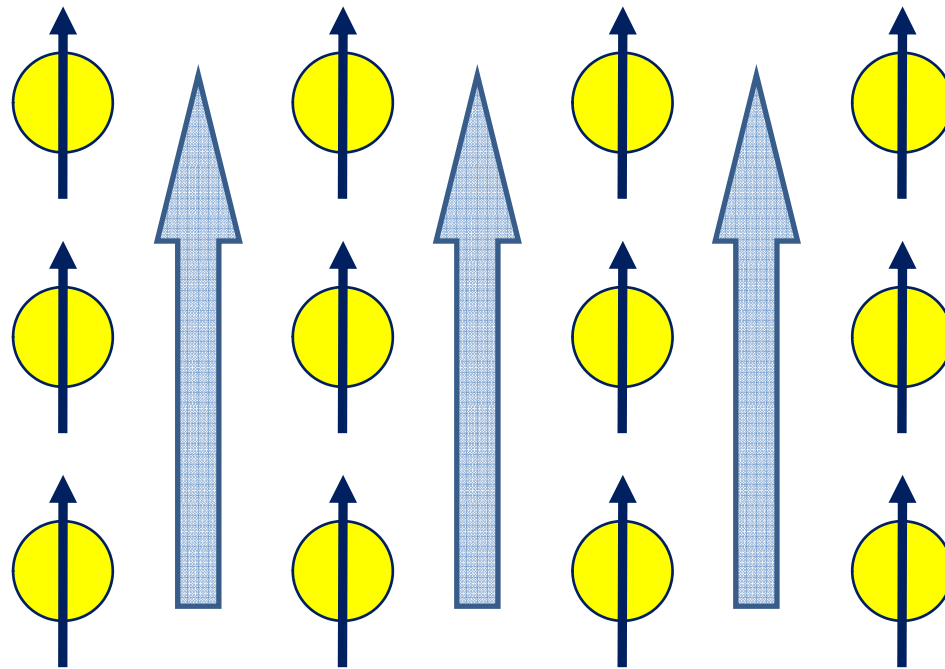
$T < T_C$: Interacciones espín-espín



Materiales Magnéticos

- Ferromagnetismo: Descripción micro

Interacciones espín-espín \Leftrightarrow Campo medio



Moraleja del Día

- **Diamagnetismo:** Precesión de la órbita
- **Paramagnetismo:** Orientación aleatoria de los momentos permanentes en un campo magnético externo.
- **Ferromagnetismo:** Hay interacciones entre momentos. Orientación permanente