

# EL3002 - Electromagnetismo Aplicado

## Tarea 1

**Fecha de entrega:** 14 de noviembre 2011, 11h30.

El día de la entrega se escogerá al azar uno de los problemas y se tomará una prueba. Esa será la nota del ejercicio. No obstante lo anterior, deben ser entregados TODOS los problemas resueltos

### 1. CONDUCTIVIDAD

Una barra de un semiconductor es dopado con impurezas aceptoras y donadoras al mismo tiempo (es decir contiene huecos y electrones agregados por estas impurezas). La barra es atravesada por una densidad de corriente homogénea de valor  $J_0$ . La corriente está provocada por una tensión aplicada en la barra  $V_0 = 50$  mV. Suponemos que el campo eléctrico que se establece es constante a lo largo de toda la longitud del semiconductor. La concentración de portadores a la temperatura de trabajo es  $n = 6,2 \times 10^{25}$  electrones/m<sup>3</sup> y  $p = 6 \times 10^{25}$  huecos/m<sup>3</sup>. Asuma además que las movilidades de huecos y electrones son  $\mu_e = 2\mu_h = 0,38$  m<sup>2</sup>V<sup>-1</sup>s<sup>-1</sup>. Asuma además que antes del dopaje el semiconductor es perfecto, es decir no tiene portadores.

- ¿Cuánto vale la densidad de corriente?
- Calcule la intensidad de corriente que circula por la barra.
- ¿Cuál es la velocidad media de los portadores?

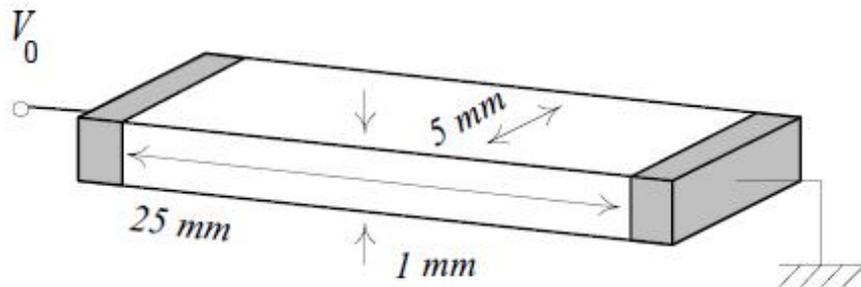


Figura 1: Barra semiconductor.

### 2. CONDUCCIÓN EN METALES

En primera aproximación, un metal se puede considerar como un volumen por el que los electrones de valencia pueden viajar libremente.

- Demuestre que en este modelo, la conductividad AC del metal puede escribirse como

$$\sigma(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\Gamma - j\omega} \quad (1)$$

donde  $\Gamma$  define una fricción,  $\omega_p^2 = Ne^2/m$ ,  $N$  es la densidad de electrones,  $m$  la masa del electrón y  $e$  su carga. Justifique cualquier aproximación que use para obtener este resultado.

- Demuestre que la conductividad DC está dada por  $\sigma_{DC} = \omega_p^2/\Gamma$ .
- Escriba un programa para graficar las partes real e imaginaria de  $\sigma(\omega)$  para distintos valores de  $\sigma_{DC}$  y  $\omega_p$ . Aplique su programa al oro ( $f_p = \omega_p/2\pi = 490$  THz), cobre ( $f_p=390$  THz), y plata ( $f_p=790$  THz). Consulte las conductividades DC de estos metales.

### 3. TEORÍA CUÁNTICA DEL PARAMAGNETISMO

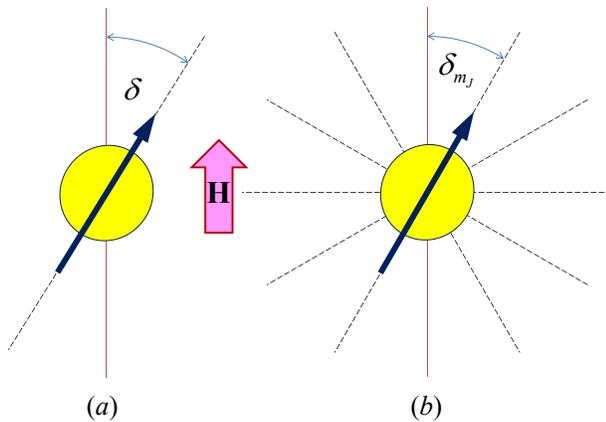
En la deducción de la ecuación que describe el paramagnetismo hemos asumido que el momento magnético del átomo puede tomar cualquier dirección respecto al campo externo aplicado (por eso hemos integrado por sobre todos los posibles ángulos  $\delta$ ). Sin embargo, la teoría cuántica demuestra que esto no es así y que un átomo con espín total  $J$  solamente puede adquirir  $2J + 1$  orientaciones respecto al campo magnético externo (ver figura 2).

- a) Demostrar que para  $J = 1/2$  la magnetización está dada por

$$M = Nm \tanh x \quad (2)$$

donde  $N$  es la densidad de átomos por unidad de volumen,  $m$  es el momento magnético del átomo y  $x = \mu_0 m H / kT$ .

- b) Escriba un programa para comparar los resultados obtenidos en este ejercicio y los obtenidos en clase. ¿Qué pasa a altas y bajas temperaturas?



**Figura 2:** Átomo con momento  $m$  dentro de un campo magnético. (a) En teoría clásica, el ángulo  $\delta$  puede tomar cualquier valor. (b) En teoría cuántica el ángulo delta puede tomar solamente valores discretos  $\delta_{m_J}$  con  $m_J = J, J - 1, \dots, -J + 1, J$ . La energía en cada uno de estos niveles está dada por  $U = -m\mu_0 H$  con  $m = m_J g m_B$  y  $g = 2$ .

### 4. POLARIZACIÓN INTERFACIAL

Un capacitor de placas paralelas está hecho de dos capas de material. La primera tiene una constante dieléctrica  $\epsilon$ ,  $\sigma = 0$  y ancho  $d$ . La segunda capa tiene  $\epsilon = 0$ , conductividad finita  $\sigma$  y ancho  $qd$ .

- a) Demuestre que este tipo de capacitor se comporta como si estuviese lleno con un dieléctrico homogéneo con una constante dieléctrica dada por:

$$\epsilon_{eff}(\omega) = \frac{\epsilon(1 + q)}{1 - (j\epsilon\omega q/\sigma)} \quad (3)$$

- b) Escriba un programa para graficar las partes real e imaginaria de  $\epsilon_{eff}$  para distintos valores de  $\epsilon$ ,  $q$  y  $\sigma$ . Indique las unidades que usted está usando.
- c) Éste modelo ilustra el efecto de polarización interfacial, es decir, acumulación de cargas en una interface entre dos materiales. ¿Qué concluye del resultado anterior?

### 5. ÁTOMOS HIDROGENOIDES

Considere un átomo de número atómico  $Z$  pero que ha sido ionizado dejando un solo electrón alrededor del núcleo. Utilizando el postulado de Bohr encuentre el radio y energía de ese electrón en cualquier órbita.