

CM4201 – Auxiliar N°2 Martes 15 de Noviembre

P1. En el año 1981 se inauguró un nuevo acceso exclusivo para camiones al puerto de Valparaíso. En el momento de la inauguración el flujo anual por el puente en cuestión era de 140.000 camiones *A LA DECADA*, los cuales tenían una capacidad de carga promedio de 2 Toneladas.

Los estudios realizados a priori a la construcción del puente, indicaban que el flujo de camiones aumentaría a razón de 20% por cada 10 años, y que el desarrollo tecnológico permitiría un aumento promedio del 5% en la capacidad de carga de los camiones. En base a dichas proyecciones, la vida útil estimada del puente era de 50 años.

Lamentablemente dichos estudios no fueron muy precisos, pues estudios actuales indican que el flujo aumentó a razón de un 100% cada 10 años, mientras que la capacidad de carga lo hizo en un 50% cada 10 años gracias a los avances en tecnología.

Considerando que la resistencia máxima del puente (al momento de su inauguración, es decir, previo a la exposición de cualquier tipo de fatiga) es de 200 [ton], y que el límite de fatiga es de 0.2[ton], y que se alcanza a los 1.000.000 de ciclos.

En base a lo anterior, **haga un análisis de fatiga respecto a la situación actual.**

Indicaciones:

- Asuma que la curva de minner es lineal, y que está definida por 2 rectas.
- Para el cálculo de los esfuerzos, considere que la zona de la rueda que esta en contacto por el suelo mide 20[cm]*30[cm]

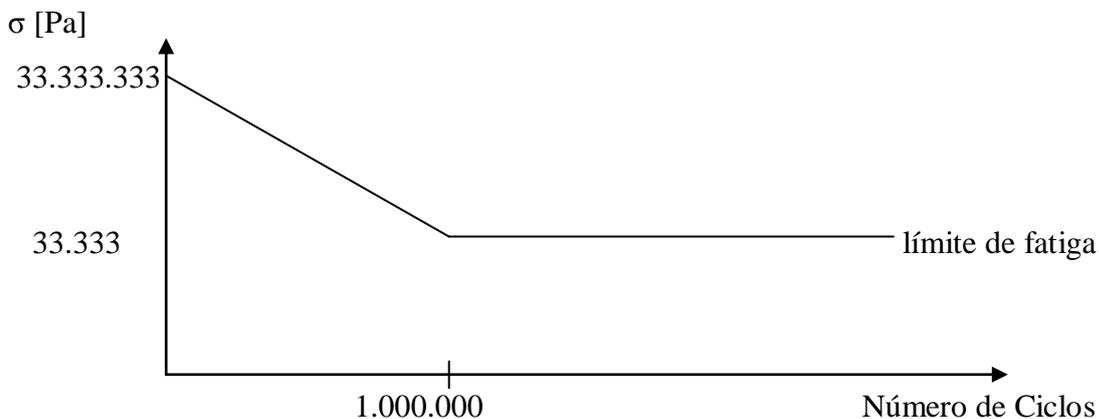
Hint: Note que se da de manera explícita el diagrama de Minner.

Solución

Primero que nada, debemos calcular los flujos y solicitaciones (**esfuerzos**) reales, y no las proyectadas:

Década	Carga [N]	Esfuerzo [Pa]	Flujo (cant camiones)
1981-1991	20000	333.333,3333	140.000
1991-2001	30000	500.000	280.000
2001-2011	45000	750.000	560.000

Ahora, necesitamos establecer el diagrama de Minner, tenemos explícitamente 2 puntos:



Notar que los puntos corresponden a:

$$33.333.333[\text{Pa}] = 2.000.000 [\text{N}]/0.06[\text{m}^2] \quad (\text{de las 200 ton})$$

$$33.333 [\text{Pa}] = 2000 [\text{N}]/0.06[\text{m}^2] \quad (\text{de las 0.2 ton})$$

Con dichos puntos podemos obtener la ecuación de la recta de σ vs N:

$$\sigma - \sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\min} - \sigma_{\max}}{1.000.000} * (N - 0)$$

$$N_{\text{critico}} = \left(\frac{\sigma - \sigma_{\max}}{\sigma_{\min} - \sigma_{\max}} \right) * 1.000.000$$

Donde: $C_{\max} = 33.333.333$

$$C_{\min} = 33.333$$

Con la ecuación de C_{critico} podemos evaluar para los 3 distintos valores de esfuerzos solicitantes, para calcular el número de **ciclos máximos admitidos** para cada uno de esos esfuerzos. Es así, como podemos obtener la siguiente tabla:

Decada	Carga [N]	Esfuerzo [Pa]	Flujo (cant camiones)	Ncritico
1981-1991	20000	333333,3333	140000	990991
1991-2001	30000	500000	280000	985985,9
2001-2011	45000	750000	560000	978478,4

Recordemos que N_{critico} corresponde al número de ciclos que debe ser aplicada la respectiva tensión para que se produzca la falla. Por ejemplo, para que se produzca falla por fatiga exponiendo el puente solo a cargas de 20.000 N, deberíamos exponer dicha carga 990.991 veces.

Ahora tenemos todos los datos necesarios, y simplemente necesitamos evaluar con la ecuación de Minner:

$$\sum \frac{N_o}{N_f} = i?$$

$$\sum \frac{N_o}{N_f} = \frac{140.000}{990.991} + \frac{280.000}{985985} + \frac{560.000}{978.478} = 0.9975$$

Como sabemos que la ecuación de Minner nos dice que la falla por fatiga se produce cuando:

$$\sum \frac{N_o}{N_f} = 1$$

Podemos concluir que estamos en una situación de fatiga inminente, por lo cual el puente podría fallar en el corto plazo. Se recomienda cierre inmediato del puente.

P2 a) En los materiales metálicos, cual es el tipo más común de fractura y por qué?

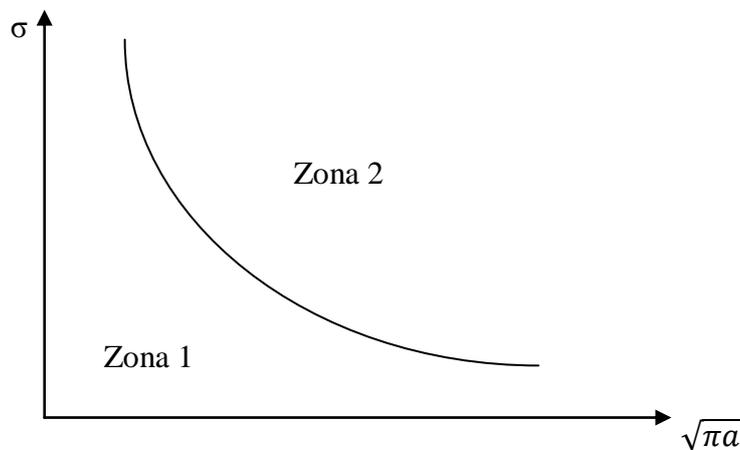
El tipo más común de fractura es la intergranular, que ocurre a través de los bordes de grano. Lo anterior se debe a que generalmente, es en dichas zonas donde se producen los mayores esfuerzos, puntualmente en singularidades de los granos en las que estos tienen zonas angulosas, en las que el área tiende a 0.

a) Explique la diferencia entre: Resiliencia, tenacidad

La resiliencia es la energía que puede almacenar un cuerpo de forma elástica (es decir, al liberar dicha energía, vuelve a su forma inicial).

La tenacidad en cambio es la energía que puede almacenar un cuerpo hasta la ruptura.

P3 Explique el gráfico representativo de los avances de la grieta con respecto a las tensiones a las que se ve solicitado un material (gráfico σ vs $\sqrt{\pi a}$). Defina las zonas respectivas, y también cada termino asociado al cálculo del factor de intensidad crítico de tensiones.



$$K_{IC} = Y * \sigma * \sqrt{\pi a}$$

K_{IC} : factor de intensidad crítico de tensiones en modo I (o tenacidad).

σ : Tensión aplicada

a: tamaño de grieta

Y: factor de forma, depende de la geometría de la probeta y de la longitud de la grieta.

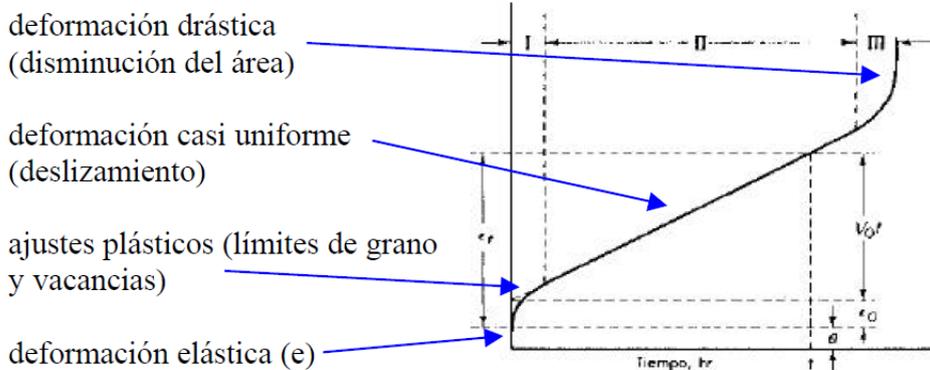
En la zona 1, la grieta presente en el material, en un amplio rango de tensiones no logra romperlo, es decir, avanza sin provocar fractura catastrófica.

En la zona 2, también en un amplio rango de tensiones, la grieta ya ha avanzado de manera previa lo suficiente para provocar la fractura catastrófica del material (es decir, en esta zona la fractura catastrófica ya ocurrió),

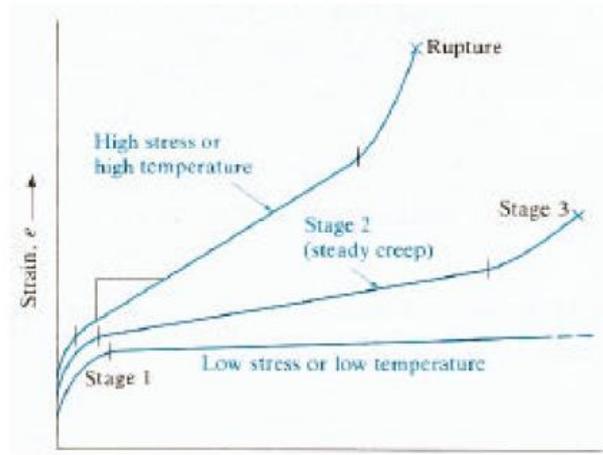
Sobre la curva misma, se está en una condición de inminente avance de la grieta presente en el material. Este aun se encuentra resistiendo, pero basta un pequeño incremento en la tensión y la grieta se propagara fracturando al material. Es decir, la curva representa un estado limite.

P4 a) Explique, a partir de una curva típica, la influencia de la carga y de la temperatura en el creep (fluencia lenta). Para realizar lo anterior, haga 2 gráficos, uno mostrando el diagrama de fluencia para 3 valores de tensión crecientes, y otro mostrando el diagrama de fluencia para 3 valores de temperatura creciente.

Curva típica de creep



La temperatura y el módulo de la tensión acentúan la curva manteniendo su forma:



b) Explique el criterio de Griffith (fractura frágil)

El criterio de Griffith para fractura frágil, nos dice que existe una tensión crítica necesaria (mínima) para propagar una grieta. En caso de que la tensión sea menor a la de Griffith, la grieta se ve imposibilitada de propagarse.

Dicha tensión depende del módulo de Elasticidad del material, de la energía superficial, y de la longitud de la grieta.

Nota: La energía superficial se define como la energía necesaria para romper los enlaces intermoleculares originando así una superficie.

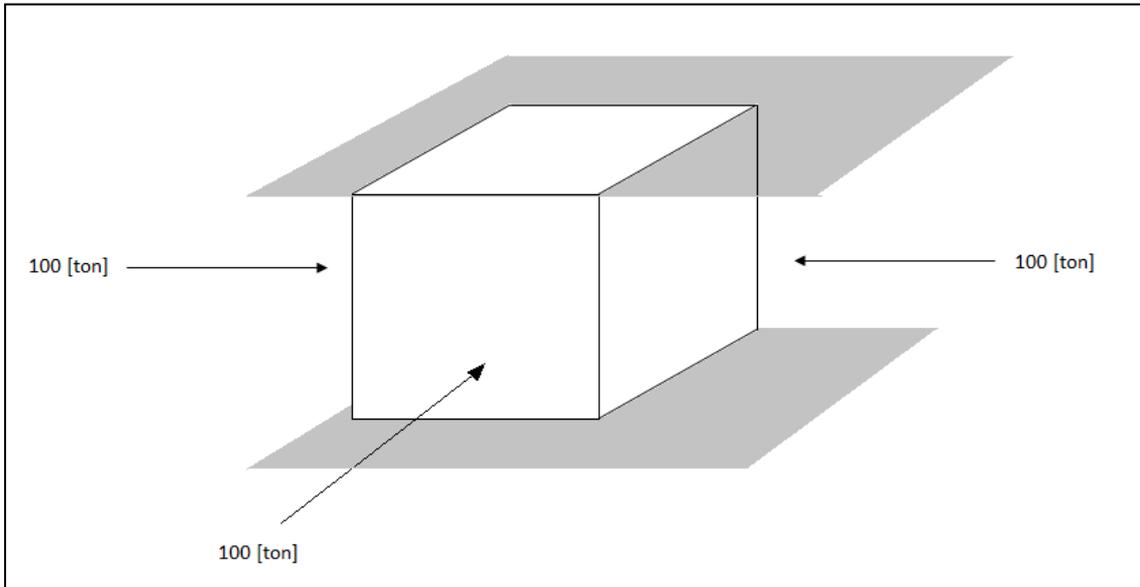
$$\sigma_c = \left(\frac{2E\gamma}{\pi a}\right)^{1/2}$$

c) Dibuje una curva esfuerzo-deformación, que incluya en algún rango una deformación elástica no lineal. Indique como calcular el límite de fluencia, el módulo de elasticidad, la resiliencia y la tenacidad.

b) Defina el término fluencia o creep y con la ayuda de esquemas explique la naturaleza progresiva de la fluencia. Las pruebas de fluencia a 550 °C de un acero produjeron una deformación de 0.12 después de 300 horas bajo un esfuerzo de 350 MN/m², y una deformación de 0.08 después de 1200 horas bajo un esfuerzo de 245 MN/m². Suponiendo que ocurre fluencia en estado permanente, calcule el tiempo para producir una deformación de 0.1% en una barra del mismo material, al soportar un esfuerzo de 75 MN/m².

P5 Se tiene un cubo de acero ($E=200.000 \text{ MPa}$) de 1m de arista. Este es sometido a fuerzas compresivas de 100 Toneladas en ambos ejes horizontales (X e Y), mientras que en el eje vertical (Z) se encuentra limitado por placas cuyo módulo de Young tiende a infinito.

Calcule las deformaciones en las 3 direcciones (X,Y,Z), y explique **claramente todos los pasos y supuestos realizados**. Suponga módulo de Young $\nu=0.27$



Solución

Primero calculamos los esfuerzos directamente aplicados en ambos ejes:

$$\sigma = \frac{100[\text{ton}]}{1 \text{ m}^2} = \frac{1.000.000[\text{N}]}{1 \text{ m}^2} = 1 [\text{MPa}]$$

Dado que se aplica la misma fuerza en los ejes X e Y, en ambos casos la tensión será la misma, por lo cual:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 1 [\text{MPa}] \\ \sigma_y &= 1 [\text{MPa}]\end{aligned}$$

Debido a dichos esfuerzos, deberían a priori, provocar deformaciones en el eje Z:

$$e_z = \nu \left(\frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} \right)$$

Evaluando, tenemos:

$$e_z = 2.7 * 10^{-6}$$

Pero tenemos que el movimiento en la vertical está restringido por placas infinitamente rígidas, por lo cual la deformación en dicho eje será 0.

Luego, para imponer lo anterior, **las placas deben aplicar sobre el cubo un esfuerzo de igual magnitud, pero de sentido contrario**, a la aplicada por el cubo en su intento por deformarse.

Luego, se tiene que:

$$\sigma_{z,placas} = E * e_z$$

$$\sigma_{z,placas} = 200.000 * 2.7 * 10^{-6} [MPa]$$

$$\sigma_{z,placas} = 0.54 [MPa]$$

Con lo cual, podemos ahora calcular las deformaciones debido al efecto Poisson en los ejes X e Y (note que la existencia de la placa rígida **disminuirá** las deformaciones en dichos ejes).

$$\Delta e_x = \nu \left(\frac{\sigma_z}{E} + \frac{\sigma_y}{E} \right)$$
$$\Delta e_y = \nu \left(\frac{\sigma_z}{E} + \frac{\sigma_x}{E} \right)$$

Con lo cual se tiene:

$$e_x = e_y = \frac{1 [MPa]}{200.000 [MPa]} - 0.27 \left(\frac{0.54 [MPa]}{200.000 [MPa]} + \frac{1 [MPa]}{200.000 [MPa]} \right) = 2.92 * 10^{-6}$$
$$e_z = 0$$

Preguntas Propuestas

- Explique, a partir de una curva típica, la influencia de la carga y de la
- Diferencia entre fractura dúctil y fratura frágil.
- Explique la falla de materiales por fatiga.
- Explique límite de fatiga, resistencia y vida a la fatiga.**

Límite de fatiga: Tensión por debajo de la cual no existe rotura por fatiga, independiente del numero de ciclos.

Resistencia a la fatiga: Tensión que produce la rotura después de un cierto número de ciclos.

Vida a la fatiga: Número de ciclos para producir rotura a una tensión determinada.

- Explique el concepto de fluencia lenta (creep)
- Dibuje el diagrama para determinar la energía de activación del creep.