CM4201 – Auxiliar Nº1
Martes 8 de Noviembre

P1. Se aplica una carga de 1500 kg a una varilla de metal monel de 0.89 cm de radio. Si se encuentra que la misma carga produce la misma deformación elástica en una varilla de níquel puro, calcule el diámetro de ésta. Módulo de Young del monel = 179 GPa, y del níquel = 206 GPa.

<u>Solución:</u>

Dado que conocemos el radio, tenemos de manera directa el area:

$$A = \pi r^2$$

$$A = 2{,}49 * 10^{-4}\ m^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_{monel} = \frac{1500 * 9.8\ [N]}{2{,}49 * 10^{-4} [\mathrm{m}^2]} = 59{,}072 [MPa]$$

Como: $\sigma_{monel} = E * \varepsilon$

Tenemos entonces que:

$$\varepsilon_{monel} = \frac{59.072.000\ [Pa]}{179 * 10^9 [Pa]} = 0.00033$$

Como las deformaciones son iguales:

$$\varepsilon_{niquel} = \varepsilon_{monel} = 0.00033 = \frac{\sigma_{niquel}}{E_{niquel}}$$

De donde podemos despejar el area:

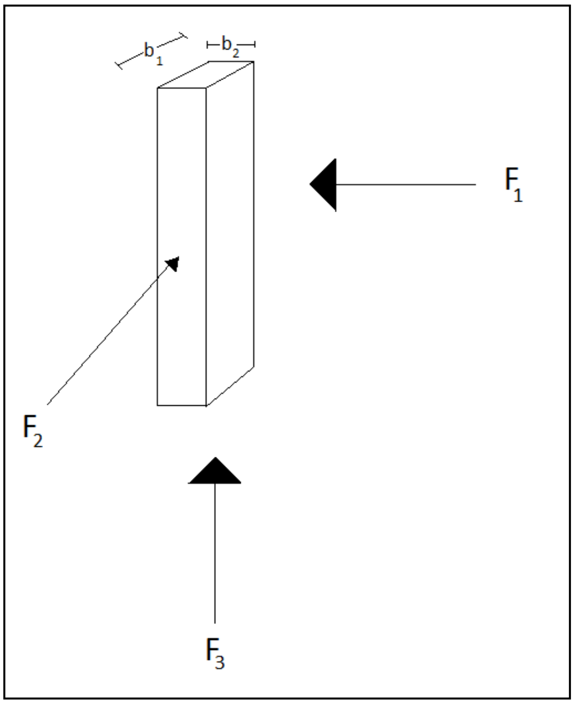
$$A = \pi r^2 = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{E} * \varepsilon} = \frac{1500 * 9.8\ [N]}{206 * 10^9 * 0.00033} = 0.000216\ m^2$$

Con lo cual se obtiene que el radio es: **r=0.830 [cm]**

P2 Se tiene un material rectangular de las siguientes dimensiones, sometido a un estado de esfuerzos determinado por F_1 F_2 F_3:

Altura:	h=30cm	F_1= 10 KN
Ancho:	b_1=3cm	F_2= 20 KN
Profundidad:	b_2=5 cm	F_3= 50 KN

Considere E=200.000 [Mpa]



Se pide determinar las deformaciones en el eje vertical (coincidente con F_3) considerando el efecto de poisson (Considere v=0.27 y que el material es isotrópico). ¿Cuál sería la diferencia si el material no fuera isotrópico? Justifique su respuesta.

Solución:

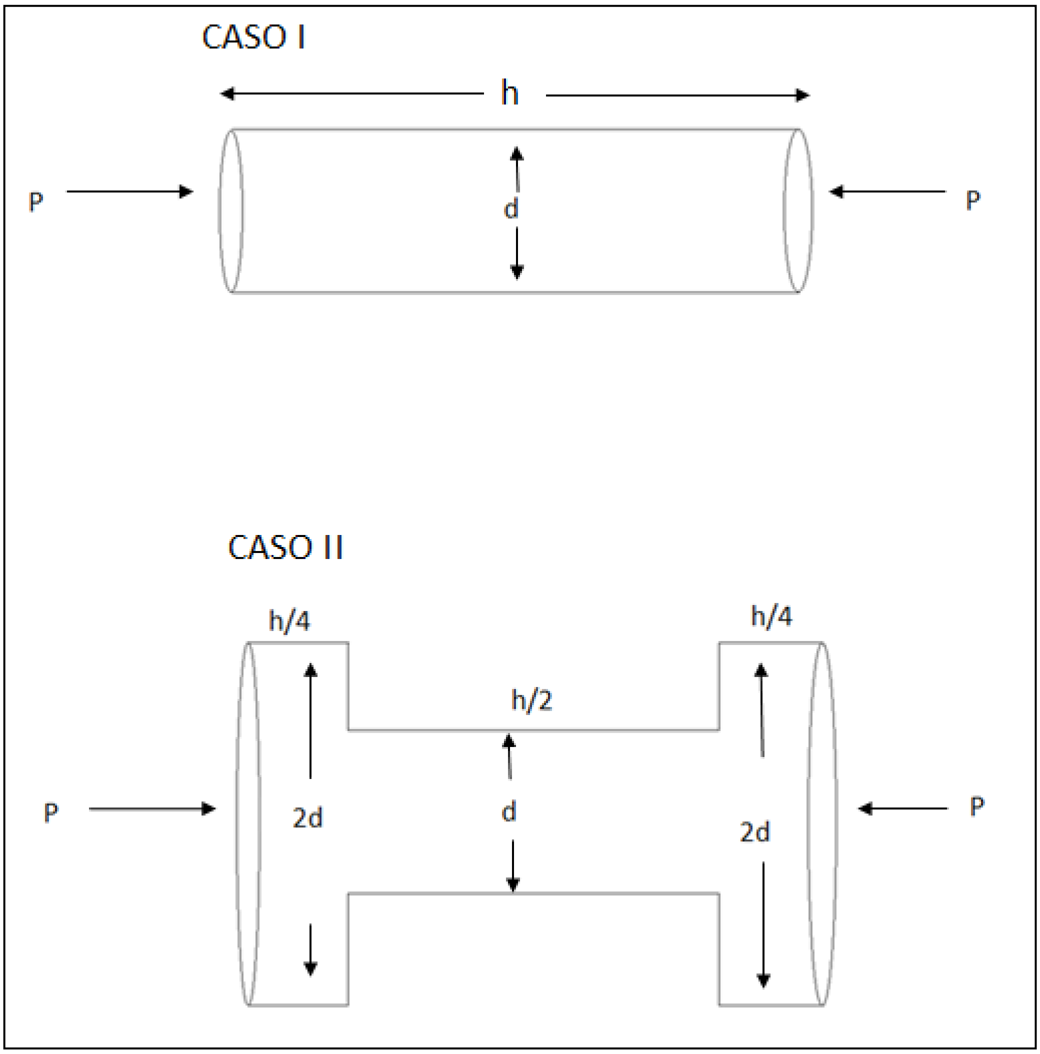
Debemos utilizar la siguiente ecuación. Se tienen todos los datos de forma directa (detalle resuelto en auxiliar).

$$e_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu\left(\frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E}\right)$$

P3 Se tiene un cilindro de acero de diámetro “d”, y altura “h” (Caso I).
Si posteriormente, al mismo cilindro del caso I se le duplica el diámetro en ambos extremos, con una altura asociada de h/4, estudie la variación de la resilencia. ¿Aumenta?, ¿Disminuye?

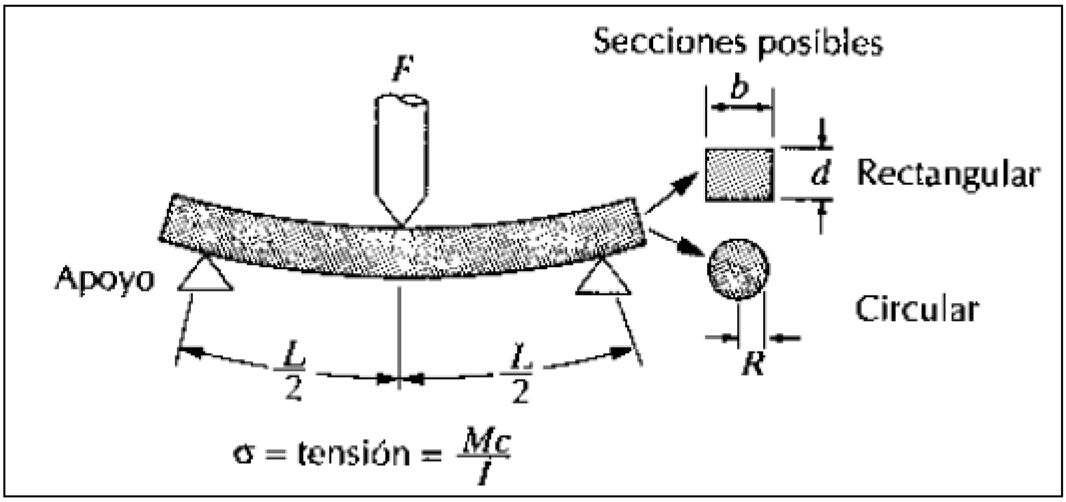
¿Cuál sería la diferencia, si para el Caso II, se utilizara otro material?

Explique además el significado físico de esta variación (aumento o disminución?)



P4 Explique mediante un diagrama el ensayo de determinación de la resistencia mecánica de materiales cerámicos a la tracción, mediante el ensayo de flexo tracción. Defina cada uno de los términos involucrados. Además, explique por qué este método es tan práctico en el caso de los cerámicos, y como se realiza el cálculo de la tensión máxima admisible por el material.

Solución:



.

En la figura, se observa como una barra (de cerámico en este caso) es sometido a un ensayo de flexión. El ensayo es conocido como ensayo de "flexo tracción", pues mediante la flexión, se induce de manera directa una tracción en las fibras inferiores de la barra (las que se ubiquen por debajo de la línea neutra).

Este es un ensayo muy práctico y fácil de realizar, pues solo se requiere de 2 apoyos y de una barra a ser sometida a una carga. En cambio, un ensayo de tracción pura en un cerámico requiere de procedimientos mucho mas complejos, principalmente por las dificultades de tomar el material de manera firme por los extremos, pero sin generar eventuales grietas o campos de esfuerzos concentrados lo suficientemente grandes, que puedan generar singularidades, disminuyendo la precisión del ensayo.

Los términos involucrados en este ensayo, y mostrados en la figura son:

L: Longitud entre apoyos.

b: ancho de la sección transversal.

d: altura de la sección transversal.

F: Magnitud de la fuerza aplicada.

El ensayo consiste en aplicar una fuerza F incremental en el tiempo, aumentando asi esta su valor hasta que se produce la fractura. Para calcular la resistencia a la tracción del cerámico, se utiliza el cálculo de la tensión en función de los parámetros del problema, mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

Donde:

M: Momento máximo

c: Distancia a la línea neutra de la fibra mas desfavorable

I: Inercia de la sección transversal

Es así, que para una sección rectangular, de ancho b y altura d, el calculo se reduce a:

c= d/2

M= Pl/4

Reemplazando nos queda:

$$\sigma_{max} = \frac{\frac{FL}{4}\frac{d}{2}}{bd^3/_{12}} = \frac{\frac{FL}{2}}{bd^2/_{3}} = \frac{3Fl}{2bd^2}$$

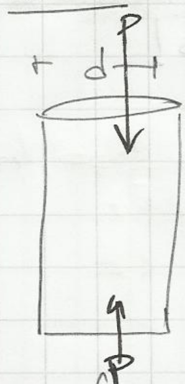
De manera análoga, para una sección circular, se tiene:

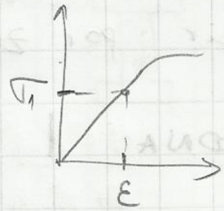
$$\sigma_{max} = \frac{3Fl}{\pi r^3}$$

PROPUESTAS

a) Defina: Módulo de Young, Coeficiente de Poisson, módulo de corte o Cizalle.
b) Indique gráfica y conceptualmente la diferencia entre una deformación elástica y una deformación plástica.
c) Explique la diferencia entre Tenacidad y Resilencia.

CASO 1





$$\sigma = E \cdot \varepsilon \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{E}}$$

$$R = \int_V \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2}\, dV \Rightarrow R = \int_V \sigma \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{1}{2}\, dV \Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{2E} \int_V \sigma^2\, dV}$$

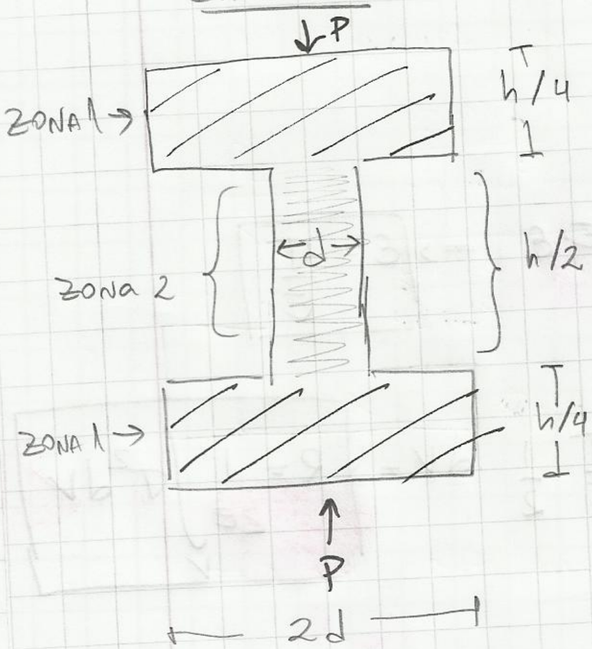
- $\sigma_1 = \dfrac{P}{\pi d^2/4} \Rightarrow \boxed{\sigma_1 = \dfrac{4P}{\pi d^2}}$

- $R_1 = \dfrac{1}{2E} \displaystyle\int_V \left(\dfrac{4P}{\pi d^2}\right)^2 \cdot dV \Rightarrow R_1 = \left(\dfrac{4P}{\pi d^2}\right)^2 \cdot \underbrace{\left[\left(\dfrac{\pi d^2}{4}\right) \cdot h\right]}_{\text{Volumen}} \cdot \dfrac{1}{2E}$

$$R_1 = \frac{4 \cdot P^2}{\pi \cdot d^2} \cdot \frac{h}{2E}$$

$$\therefore \boxed{R_{\substack{TOTAL \\ CASO\ I}} = \frac{2 \cdot P^2 \cdot h}{E \cdot \pi d^2}}$$

CASO 2



dividir por ZONAS!

: ZONA 1

: ZONA 2

ZONA 1:

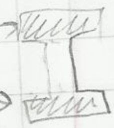
$$\sigma_1 = \frac{P}{\left(\frac{\pi \cdot (2d)^2}{4}\right)} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{\cancel{4} P}{\cancel{4} \pi d^2}$$

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{P}{\pi d^2}}$$

$$R_1 = \frac{1}{2E} \int_{V_1} \sigma_1^2 \cdot dV = \frac{1}{2E} \int_V \left(\frac{P}{\pi d^2}\right)^2 \cdot dV$$

$$R_1 = \frac{1}{2E} \cdot \left(\frac{P}{\pi d^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot (2d)^2}{4} \cdot \frac{h}{4} \cdot 2\right)$$

Pues tenemos zona 1 dividida en 2 partes



$$R_1 = \frac{1}{2E} \left(\frac{P}{\pi d^2}\right)^2 \cdot \pi d^2 \cdot \frac{h}{2}$$

$$R_1 = \frac{1}{2E} \cdot \frac{P^2}{\pi d^2} \cdot \frac{h}{2} \Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{P^2 \cdot h}{4E \pi d^2}}$$

ZONA 2:  Fuerza P es cte.

$$P = P$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = \sigma_2 \cdot A_2$$

$$\Rightarrow \sigma_2 = \frac{\sigma_1 \cdot A_1}{A_2} \qquad A_1 = \frac{\pi (2d)^2}{4} = \pi d^2$$

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\circ\ \sigma_2 = \sigma_1 \cdot \frac{\cancel{\pi d^2}}{\frac{\cancel{\pi d^2}}{4}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_2 = 4\sigma_1}$$

$$R_2 = \frac{1}{2E}\int_{V_2} \sigma_2^2 \cdot dV \Rightarrow R_2 = \frac{1}{2E}\int_V 16\,\sigma_1^2\, dV$$

$$R_2 = \frac{8}{E} \cdot \underbrace{\left(\frac{P}{\pi d^2}\right)}_{\sigma_1}^2 \cdot \left(\underbrace{\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{h}{2}}_{\text{Volumen ZONA 2}}\right)$$

$$R_2 = \frac{\cancel{8}}{E} \cdot \frac{P^2}{(\pi d^2)^2} \cdot \frac{(\cancel{\pi d})}{4} \cdot \frac{h}{\cancel{2}} = \boxed{\frac{P^2 \cdot h}{E(\pi d^2)} = R_2}$$

$$\therefore\ R_{\substack{TOTAL \\ CASO\ II}} = R_1 + R_2$$

$$R_{\substack{TOTAL \\ II}} = \frac{P^2 \cdot h}{4E\pi d^2} + \frac{P^2 \cdot h}{E\pi d^2} = \boxed{\frac{5P^2 h}{4E\pi d^2} = R_{\substack{TOTAL \\ CASO\ II}}}$$

Estudiamos la relación entre ambos valores:

$$\frac{R_I}{R_{II}} = \frac{\frac{2P^2 \cdot h}{E \pi d^2}}{\frac{5P^2 h}{4E\pi d^2}} = \frac{2\cancel{P^2}\cdot\cancel{h}}{\cancel{E}\cdot\cancel{\pi}\cancel{d^2}} \cdot \frac{4\cancel{E}\cancel{\pi}\cancel{d^2}}{5\cancel{P^2}\cdot\cancel{h}} = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

Como $\frac{R_I}{R_{II}} = 1{,}6 > 1$

$\Rightarrow$ La Resilencia disminuyó un 37,5%.

$$\frac{R_1}{\underbrace{R_1/1{,}6}_{R_2}} = \frac{100\%}{X\%} \Rightarrow X\% = 62{,}5\%$$

$\therefore$ R_2 es el 62,5% de R_1

$\Rightarrow$ disminuyó un 37,5%

Si fueran distintos MATERIALES, tendrían distintos módulos DE ELASTICIDAD:

$$\frac{R_I}{R_{II}} = \frac{2/E_1}{5/4E_2} = \frac{2}{E_1} \cdot \frac{4E_2}{5} = \boxed{\frac{8}{5}\,\frac{E_2}{E_1} = \frac{R_I}{R_{II}}}$$

$\therefore$ Dependiendo de los modulos de Young, al pasar del caso I al caso II, la resilencia podría aumentar o disminuir según los materiales usados