

# HIDRAULICA FLUVIAL Y TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

CI61F TRANSPORTE HIDRAULICO DE SOLIDOS

Prof. Y. Niño

2005

# Capítulo 1

## INTRODUCCION

La comprensión y formulación de modelos del movimiento y transporte de partículas sólidas granulares inmersas en flujos líquidos, debido a las fuerzas de arrastre hidrodinámico ejercidas por dichos flujos sobre las partículas, son aspectos importantes en los campos de la hidráulica, geomorfología fluvial, ingeniería ambiental y otras. La inherente complejidad del problema, lo cual típicamente involucra aspectos relacionados con flujos bifásicos, así como también con fenómenos de interfaz, hacen que un acercamiento teórico general al problema no sea posible en la actualidad. Es por ello que el transporte de sedimentos es un área de gran actividad en el ámbito de la investigación científica y tecnológica.

El estudio del flujo de agua en un canal con lecho móvil representa un problema de interfaz. Por una parte, el flujo se ajusta al contorno móvil. Por otra parte, el material granular del contorno sobre el cual escurre el agua se deforma y cambia sus fronteras. De esta forma, se genera un proceso de retroalimentación entre el flujo y el contorno, los cuales se adaptan continuamente a los cambios inducidos entre ellos. La interacción directa entre el fluido y las partículas sólidas es compleja e involucra aspectos de la mecánica de fluidos que aún no son bien comprendidos.

En particular, la estructura de la turbulencia del flujo, la cual juega un papel preponderante en cualquier proceso de transporte que ocurra en ambientes acuáticos, influencia el intercambio del material granular entre el flujo y el lecho y también el movimiento de éste al interior de la capa límite, y al mismo tiempo es modulada por el contorno así como también por la presencia de las partículas sólidas en el flujo. Estos procesos se comprenden sólo parcialmente y son materia de investigación en la actualidad.

Debido a las dificultades intrínsecas en la formulación de modelos analíticos para describir interacciones fluido-partícula, los problemas del transporte de sedimento han sido a menudo tratados sólo empírica o semi-empíricamente. Un típico ejemplo de ello corresponde a la existencia de muchas distintas fórmulas empíricas para estimar la tasa de transporte de sedimentos en canales. En general, este acercamiento tiene la desventaja de que no provee de un adecuado entendimiento de los procesos físicos involucrados ni tampoco permite aplicar las fórmulas empíricas a condiciones distintas de aquellas para las cuales fueron derivadas.

Un enfoque alternativo, que es el que se sigue en el presente texto, es el de usar observaciones experimentales para tratar de comprender los procesos físicos involucrados en los fenómenos de transporte de sedimento, y usar esa comprensión para desarrollar modelos analíticos con base física. La comprensión de la física del problema considerado también da la posibilidad de adaptar los modelos a situaciones no-canónicas, o a condiciones que difieren de aquellas para el cual el

modelo fue derivado originalmente.

En las secciones siguientes se presentan distintos temas a cubrir en este capítulo del curso, comenzando con un análisis dimensional de procesos relacionados con la hidráulica fluvial y el transporte de sedimentos. Se presenta además una revisión de aspectos relacionados con la geomorfología fluvial y luego se discute el tema de la resistencia hidráulica en canales aluviales. Finalmente, se analizan los temas de arrastre incipiente y mecánica del transporte de sedimentos.

## Capítulo 2

# ANÁLISIS DIMENSIONAL

Es conveniente, antes de iniciar el análisis de los procesos físicos relacionados con la hidráulica fluvial y el transporte de sedimentos, realizar un análisis dimensional con el objeto de identificar los principales parámetros adimensionales que gobiernan los fenómenos de interacción entre el flujo y el lecho móvil o entre el flujo y las partículas de sedimento.

Consideremos una relación funcional que permita describir fenómenos de transporte de sedimentos en canales aluviales. Sea  $A$  una propiedad que caracterice algún proceso relacionado con dichos fenómenos. Por ejemplo,  $A$  puede representar la tasa de sedimento transportado por el flujo, medida como peso o volumen de sedimento transportado por unidad de tiempo.

La variable  $A$  está determinada por parámetros del flujo, del fluido y del sedimento. Diversos parámetros pueden seleccionarse dentro de cada grupo. Por ejemplo:

- Parámetros del flujo:

Un grupo de parámetros del flujo puede ser, por ejemplo,

$$(U, h, B, g)$$

donde  $U$  denota la velocidad media del flujo,  $h$  la altura de escurrimiento,  $B$  el ancho del cauce y  $g$  la aceleración de gravedad. Alternativamente, ya que  $U$  y  $h$  determinan la velocidad friccional o de corte del flujo,  $u_*$ , a través de una ley de resistencia hidráulica, el grupo de parámetros anterior puede reemplazarse por,

$$(u_*, h, B, g)$$

- Parámetros del fluido:

Los parámetros que caracterizan al fluido son,

$$(\rho, \mu)$$

donde  $\rho$  denota la densidad del fluido y  $\mu$  su viscosidad dinámica.

- Parámetros del sedimento:

Los parámetros que caracterizan el sedimento son su densidad,  $\rho_s$ , y su distribución de tamaños o curva granulométrica. Para caracterizar la curva granulométrica puede utilizarse algún diámetro característico,  $d_s$ , y adicionalmente la desviación estándar geométrica,  $\sigma_g$ .

$$(\rho_s, d_s, \sigma_g)$$

De esta forma podemos plantear:

$$A = f(u_*, h, B, g, \rho, \mu, \rho_s, d_s, \sigma_g)$$

Sin embargo, del punto de vista de las partículas de sedimento lo que interesa es el peso sumergido, por lo que conviene trabajar con la densidad sumergida ( $\rho_s - \rho$ ) y el peso específico sumergido  $(\rho_s - \rho)g$ . Así, la ecuación anterior queda:

$$A = f(u_*, h, B, (\rho_s - \rho)g, (\rho_s - \rho), \rho, \mu, d_s, \sigma_g)$$

Eligiendo como base al grupo  $\{\rho, d_s, u_*\}$ , se obtienen 7 números adimensionales, uno de los cuales es  $\pi_A$ , el que representa el adimensional formado con  $A$  y los parámetros de la base. Los otros parámetros adimensionales son:

$$\pi_1 = \frac{h}{d_s}$$

$$\pi_2 = \frac{B}{d_s}$$

$$\pi_3 = \frac{u_*^2}{gd_s(\rho_s - \rho)/\rho}$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$$

$$\pi_5 = \frac{u_* d_s}{\mu/\rho} = \frac{u_* d_s}{\nu}$$

$$\pi_6 = \sigma_g$$

Llamando  $R = (\rho_s - \rho)/\rho$ , que corresponde a la densidad específica sumergida del sedimento,  $Re_{*p} = u_* d_s/\nu$ , que corresponde a un número de Reynolds de la partícula y  $\tau_* = u_*^2/(gRd_s)$ , que corresponde a un esfuerzo de corte adimensional llamado también esfuerzo de Shields, se tiene:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{d_s}, \tau_*, R, Re_{*p}, \sigma_g\right)$$

Otras combinaciones de estos mismos parámetros también son válidas. Por ejemplo, reemplazando  $\pi_2/\pi_1 = B/h$  y  $R_p = Re_{*p}/\sqrt{\tau_*} = \sqrt{g} R d_s^3/\nu$  en la ecuación anterior se obtiene:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, R_p, R, Re_{*p}, \sigma_g\right)$$

o bien:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \tau_*, R, R_p, \sigma_g\right)$$

Una función adimensional alternativa se obtiene al introducir la velocidad de sedimentación para caracterizar el tamaño del sedimento. Recordando el análisis realizado en la primera parte del curso se tiene:

$$\frac{v_s}{\sqrt{gRd_s}} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{1}{C_D}}$$

donde  $v_s$  denota la velocidad de sedimentación y  $C_D$  denota el coeficiente de arrastre hidrodinámico del flujo sobre la partícula de sedimento, el cual es una función del número de Reynolds de la partícula definido como  $Re_p = v_s d_s / \nu$ . Dado que:

$$Re_p = \frac{v_s d_s}{\nu} = \frac{v_s}{u_*} \frac{u_* d_s}{\nu} = \frac{v_s}{u_*} Re_{*p}$$

entonces puede escribirse,

$$\frac{v_s}{u_*} = \psi(Re_{*p}, \tau_*)$$

o bien,

$$\tau_* = \psi'(Re_{*p}, \frac{v_s}{u_*})$$

ecuación que puede ser reemplazada en las funciones adimensionales obtenidas previamente para obtener las funciones adimensionales alternativas:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \frac{v_s}{u_*}, R, R_p, \sigma_g\right)$$

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \frac{v_s}{u_*}, R, Re_{*p}, \sigma_g\right)$$

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \frac{v_s}{u_*}, R, \tau_*, \sigma_g\right)$$

Finalmente, notando que la velocidad de corte para un flujo uniforme en un canal de ancho indefinido se puede expresar como:  $u_* = \sqrt{ghS}$ , donde  $S$  denota la pendiente del cauce, entonces es posible expresar:

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{gRd_s} = \frac{S}{R} \frac{h}{d_s}$$

de donde se concluye que en las ecuaciones adimensionales anteriores, ya sea  $\tau_*$  o bien  $h/d_s$  pueden ser reemplazados por la pendiente  $S$ , que es un parámetro adimensional por su propia definición.

## Capítulo 3

# GEOMORFOLOGIA FLUVIAL

### 3.1 Generalidades

La Fig. 3.1 muestra un esquema de un sistema fluvial idealizado. Este se ha dividido en tres zonas para fines de la presente discusión, Zonas 1, 2 y 3, definidas en dirección hacia aguas abajo. La zona de más aguas arriba (Zona 1) corresponde a la cuenca hidrográfica o red de drenaje, y también al área de producción de sedimentos. Este es el área que aporta tanto el agua como los sedimentos al sistema fluvial. En esta zona los sedimentos son producidos y en la misma su almacenamiento es despreciable. La Zona 2 es la zona de transferencia, donde para un canal estable, la tasa de entrada de sedimentos iguala a la tasa de salida de ellos. La Zona 3 es la zona de depositación de los sedimentos.

Estas tres subdivisiones del sistema fluvial pueden parecer arbitrarias, pues obviamente los sedimentos son almacenados, erosionados y transportados en todas las zonas en mayor o menor medida. Sin embargo, dentro de cada zona uno de dichos procesos es dominante y en el caso ideal, la Zona 1 es la zona de producción de sedimentos y la Zona 2 es la zona de transferencia o donde predomina el transporte de ellos. Eventualmente el sedimento es depositado en la Zona 3 sobre un abanico aluvial, una planicie aluvial, un delta, o en aguas profundas.

La Zona 1 es la de mayor interés para los hidrólogos y geomorfólogos interesados en la evolución de las redes de drenaje. La Zona 2 es la zona de interés para los ingenieros hidráulicos y profesionales asociados al manejo de ríos y también para geomorfólogos interesados en la morfología de canales aluviales.

La interpretación de los sistemas fluviales, desde el punto de vista geomorfológico se basa en tres principios:

- La morfología de sistemas fluviales es dinámica. Cambios en dicha morfología debidos a erosión o depositación ocurren durante escalas de tiempo relativamente breves. En muchos casos estos cambios resultan de inestabilidades generadas por condiciones hidrológicas cambiantes o cambios en los patrones de uso del suelo, sin embargo, el cambio normal y progresivo del sistema no debe tomarse equivocadamente por indicios de inestabilidad.
- Los cambios en los sistemas fluviales son usualmente complejos. Las respuestas del sistema a cambios en las variables externas pueden ser previstas, pero frecuentemente es imposible predecir en forma precisa su naturaleza.

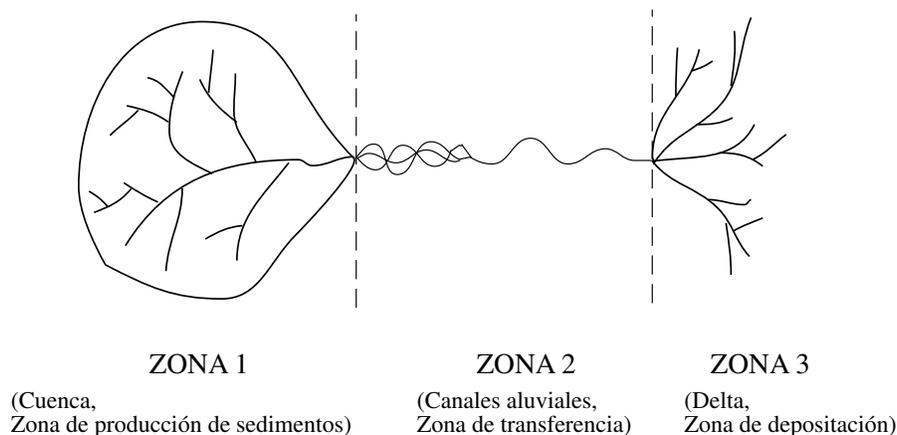


Figura 3.1: Sistema fluvial idealizado.

- Usualmente, un cambio gradual de una variable externa puede producir como respuesta un cambio dramático del sistema fluvial. Uno de los problemas más críticos es determinar las condiciones externas límites que causan dichas modificaciones significativas del sistema. En ocasiones este tipo de respuesta no es causado por cambios en las variables externas sino por cambios graduales de las condiciones internas del sistema.

### 3.2 Pendiente y tamaño de los sedimentos

El perfil longitudinal de un cauce natural determina su pendiente, la cual es una de las variables principales que determina la respuesta morfológica del cauce. La mayoría de los ríos tienen un perfil cóncavo, es decir, la pendiente del cauce disminuye hacia aguas abajo. La forma del perfil longitudinal del cauce es el resultado de un número de factores independientes, los cuales representan un balance entre la capacidad de transporte del cauce y el tamaño y cantidad de sedimentos disponibles para ser transportados.

Shulits (1941), entre otros, propuso la siguiente ecuación, que describe la variación de la pendiente del cauce en a lo largo de la distancia longitudinal:

$$S_x = S_0 \exp(-\alpha x)$$

donde  $S_x$  es la pendiente en cualquier sección ubicada a una distancia  $x$  aguas abajo de una sección de referencia donde la pendiente es  $S_0$  (Fig. 3.2). En la ecuación anterior  $\alpha$  es un coeficiente de reducción de pendiente.

De forma similar, el tamaño del sedimento del lecho disminuye hacia aguas abajo. Los procesos de transporte reducen el tamaño de las partículas de sedimento mediante abrasión y segregación hidráulica. La abrasión corresponde a la reducción del tamaño por acción mecánica a través de procesos tales como impacto, frotación y molienda. La segregación hidráulica corresponde al transporte diferencial de partículas de distintos tamaños, de modo que, en general, al disminuir la pendiente, el flujo pierde capacidad de transportar las partículas más gruesas del lecho. El cambio en el tamaño de las partículas con la distancia hacia aguas abajo puede expresarse como (Stenberg, 1875):

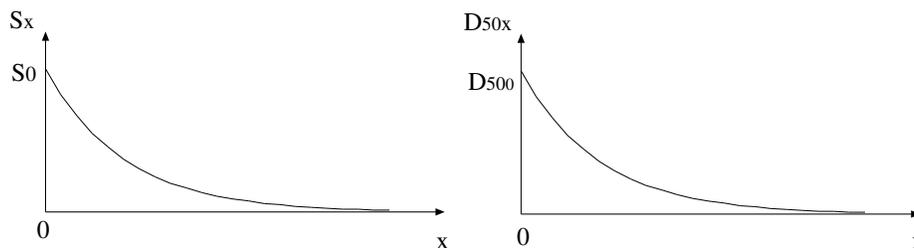


Figura 3.2: Variación longitudinal de la pendiente y del tamaño medio del sedimento en cauces naturales

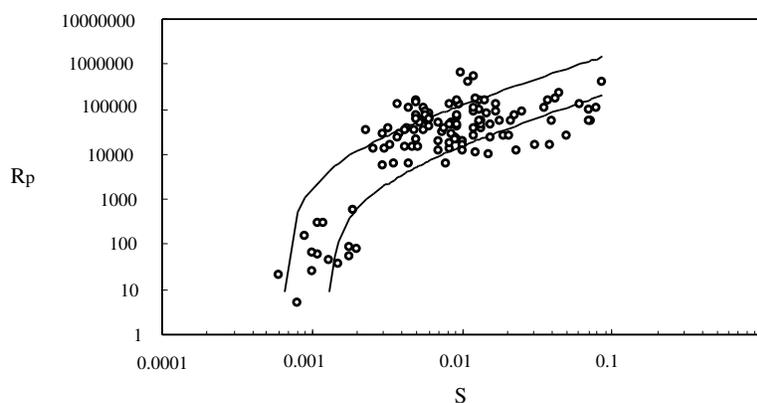


Figura 3.3: Diámetro  $D_{50}$  adimensional versus pendiente en ríos chilenos.

$$D_{50x} = S_{50_0} \exp(-\beta x)$$

donde  $D_{50x}$  representa el tamaño medio del sedimento en cualquier sección ubicada a una distancia  $x$  aguas abajo de una sección de referencia donde el tamaño medio es  $D_{50_0}$  (Fig. 3.2). En la ecuación anterior  $\beta$  es un coeficiente de reducción del tamaño  $D_{50}$ .

Es claro, de acuerdo a lo discutido previamente, que debe existir una relación entre la pendiente del cauce y el tamaño medio del sedimento que lo compone, de modo que dicho tamaño, caracterizado por ejemplo por el  $D_{50}$ , se reduce a medida que la pendiente disminuye. Ruz (1999) recopiló datos de alrededor de 150 ríos chilenos, cubriendo pendientes entre 0.04 % y 8.61 %, con tamaños medios del sedimento del lecho entre 0.3 y 250 mm. La relación entre el valor del diámetro adimensional  $R_p$  asociado al  $D_{50}$ : ( $R_p = \sqrt{gRD_{50}/\nu}$ ) y la pendiente  $S$  del cauce, para esta base de datos, se presenta en la Fig. 3.3. En la misma figura se grafica las predicciones de un modelo teórico propuesto por Niño (2002).

### 3.3 Clasificación de ríos

Los ríos pueden separarse en dos grupos principales, dependiendo de la libertad que tienen para modificar su cauce: i) cauces con lechos rocosos, los cuales están confinados por los afloramientos

de roca, de modo que el material que forma su lecho y riberas determinan la morfología del cauce; y ii) canales aluviales, los cuales tienen plena libertad para ajustar su cauce y pendiente en respuesta a cambios hidráulicos, y escurren en un canal con lecho y riberas constituídos por el material transportado bajo condiciones de flujo actuales. Estos últimos tienen más interés del punto de vista de la ingeniería, dado que su comportamiento puede ser afectado por la actividad humana.

Desde el punto de vista de su edad geomorfológica un cauce natural se puede clasificar como joven, maduro o viejo. Cauces jóvenes tienen perfiles transversales de forma triangular, son irregulares y de alta pendiente y sus lechos tienen material grueso y fracturado con poca abrasión. Estos cauces corresponden, por ejemplo, a ríos de montaña en zonas altas. Los cauces maduros se caracterizan por tener valles más amplios, pendientes más bajas, riberas erosionables y lechos de granulometría graduada. Las planicies de inundación son angostas. Los cauces viejos son de baja pendiente, con valles y planicies de inundación anchos. Las riberas presentan pretiles naturales.

Ríos o tramos de ríos de cauces aluviales pueden clasificarse como rectos, meandrosos, trezados o alguna combinación de ellos (Fig. 3.4). Tramos de un río que son muy rectos a lo largo de una gran distancia son generalmente inestables, lo mismo que tramos con muchas islas o con curvas que migran muy rápidamente.

Un canal trezado es relativamente ancho, con riberas mal definidas e inestables. Es caracterizado por un curso de agua de relativamente alta pendiente, con múltiples divisiones alrededor de islas o bancos de sedimento. El trezamiento es un patrón que puede producirse por una combinación de dos factores: i) el tramo de río es alimentado con una mayor cantidad de sedimento que la que puede acarrear, lo cual resulta en la depositación de parte de la carga de sedimentos; o ii) el tramo es de alta pendiente con una caja del cauce suficientemente ancha, de modo que el flujo es de baja altura y se produce el afloramiento de barras de sedimento formándose islas en el cauce fácilmente. Los canales múltiples que se forman dentro de la caja de un río trezado, formados por la presencia de barras o islas, son generalmente inestables y cambian de posición en el tiempo con las fluctuaciones de caudal. Otro aspecto que favorece la formación de canales trezados corresponde a la existencia de riberas fácilmente erosionables (de arena o grava), las cuales permiten el ensanchamiento del cauce en crecidas. Ello conduce al afloramiento de barras en períodos de bajo caudal, las cuales suelen estabilizarse debido al crecimiento de vegetación y acorazamiento del lecho, formando islas. La respuesta de un cauce trezado ante cambios externos es difícil de predecir debido a la inestabilidad propia de este tipo de sistema fluvial.

En la Fig. 3.5 se muestra una vista aérea del río Maipo a la salida de la zona del Cajón del Maipo en la zona Sur-oriental de la ciudad de Santiago. En esta figura se observa en forma clara cómo un cauce único restringido por la topografía encajonada de la zona montañosa se transforma, en pocos kilómetros, en un cauce trezado al abrirse hacia el valle. El cambio de pendiente genera una reducción en la capacidad de transporte de sedimentos, lo cual cambia radicalmente la sección de escurrimiento y produce una multiplicidad de cauces que cambian dinámicamente en el tiempo.

Un canal meandroso consiste en una sucesión de curvas más o menos pronunciadas que se alternan a lo largo del cauce. La forma de las curvas es determinada principalmente por las características variables del terreno a través del cual pasa el río. Se producen pozas profundas en el lado externo de las curvas y zonas poco profundas en los cortos tramos rectos que conectan las curvas. El “thalweg”, o línea principal de flujo, fluye entre pozas siguiendo la forma zigzagueante del canal meandroso.

En las curvas la sección transversal de escurrimiento tiende a ser triangular, con una zona de baja altura en el lado interno, donde se localiza una barra fija de sedimento. En los tramos rectos

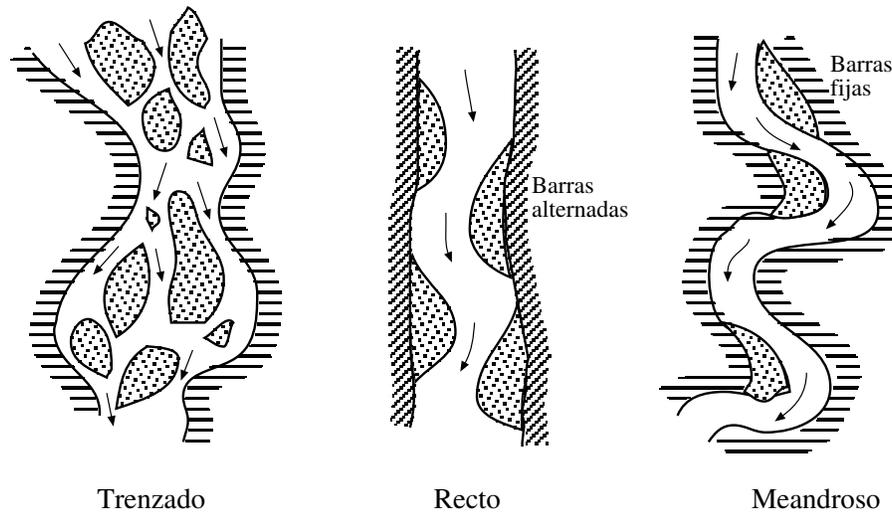


Figura 3.4: Patrones morfológicos típicos de ríos.



Figura 3.5: Río Maipo a la salida de la zona del Cajón del Maipo. Tramo entre Las Vizcachas y la Carretera Panamericana al Sur, aproximadamente.

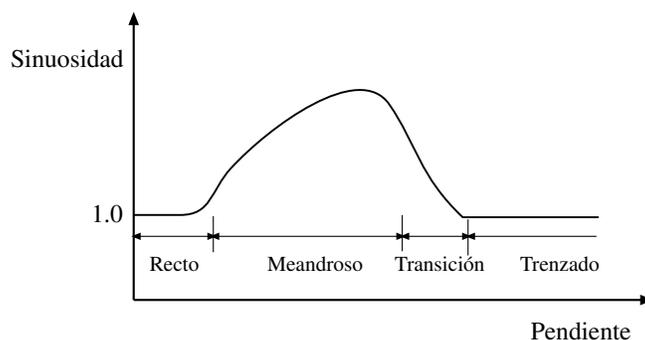


Figura 3.6: Relación entre la sinuosidad y la pendiente del cauce.

entre curvas la sección es más bien rectangular.

Es usual que los patrones antes definidos se mezclen entre sí. Aunque las características de los cauces trezados y meandrosos son especialmente distintas, ellos representan dos extremos dentro de un continuo de patrones morfológicos que pueden exhibir los cauces naturales. Aparentemente, existe una relación entre la sinuosidad y la pendiente del cauce de modo que la tendencia a la formación de meandros se da para un cierto rango de pendientes, tal como se indica esquemáticamente en la Fig. 3.6. La sinuosidad del cauce se define como la razón entre la longitud del eje del cauce entre dos secciones y la distancia medida en línea recta en la dirección del máximo gradiente del valle entre dichas secciones. De esta forma canales rectos tienen una sinuosidad unitaria, mientras canales meandrosos tienen una sinuosidad superior a la unidad. Tal como se indica en la Fig. 3.6, a muy bajas pendientes los cauces tienden a ser rectos. A medida que la pendiente aumenta la sinuosidad también crece y el cauce se hace meandroso. A pendientes suficientemente grandes la sinuosidad del cauce tiende a disminuir nuevamente, y el cauce se vuelve trezado.

Es interesante notar que los cauces meandrosos tienden a aumentar su sinuosidad en el tiempo, a tal punto que las curvas tienden a cerrarse en sí mismas, generando lo que se denominan “cutoffs”, en los que el cauce vuelve a ser recto y la sinuosidad vuelve a ser cercana a la unidad. Cuando eso ocurre, la pendiente del cauce se incrementa localmente, dando lugar a la formación de un cauce de características más cercanas al trezamiento, más inestable, con baja altura y afloramiento de barras formando islas. Del mismo modo una disminución de la pendiente de un cauce trezado tenderá a cambiar sus características hacia las de un canal meandroso, más estable.

Lane (1957), basado en una gran cantidad de datos de ríos meandrosos en lechos arenosos, propuso las relaciones graficadas en la Fig. 3.7 que permiten discriminar si el cauce es meandroso o trezado en función del caudal y la pendiente. De la Fig. 3.7 se deduce que la pendiente, más que el caudal, determina la morfología de este tipo de cauces.

Debido a las condiciones geográficas impuestas por la Cordillera de los Andes, el Valle Central y la Cordillera de la Costa, en Chile central, nuestros ríos tienen en general pendientes relativamente grandes que impiden el desarrollo de cauces meandrosos plenamente desarrollados como los que ocurren en otras regiones con grandes extensiones de territorio de relieve plano. Es posible, sin embargo, encontrar en nuestro país muchos ejemplos de cauces que presentan algún grado de sinuosidad, generalmente exhibiendo un comportamiento más bien transicional entre cauces trezados y meandrosos o meandrosos y rectos. Un caso representativo de esta última condición se muestra en la Fig. 3.8. Esta figura muestra una fotografía aérea del Río Imperial en la IX Región

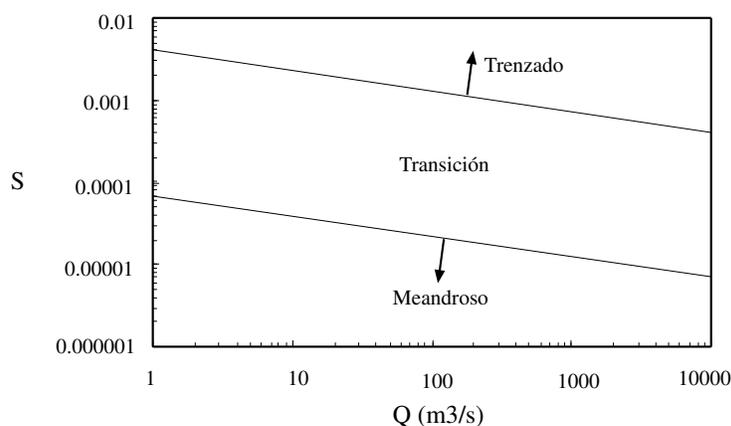


Figura 3.7: Relación entre el caudal, la pendiente y la morfología del cauce (Lane, 1957).

de Chile cerca de la localidad de Carahue a pocos kilómetros de su desembocadura. Se observa claramente un cauce único, con tramos que presentan cierta sinuosidad alternándose con tramos rectos. Aguas arriba se observa la tendencia a formar barras alternadas, lo cual es característico de tramos rectos. Estas barras parecen originar la inestabilidad planimétrica que da origen a la sinuosidad observada hacia aguas abajo.

Un patrón morfológico adicional corresponde a los cauces denominados anastomosados. En este caso el río presenta canales estables que se dividen ocasionalmente y luego se unen hacia aguas abajo. Se asocian a cuencas con una producción alta de sedimento.

Otro esquema de clasificación de ríos es el de Culbertson et al. (1967), el que utiliza aspectos tales como presencia de vegetación, sinuosidad, características de las riberas y de las planicies de inundación, para delinear una división más fina dentro de la clasificación en términos de cauces rectos, trezados o meandrosos (ver Figs. 3.9, 3.10, 3.11).

En general, cauces con riberas de gran altura, con pretiles en sus riberas y con planicies de inundación con un ancho mucho mayor que el cauce, son aspectos indicativos de un río en un estado de vejez geomorfológica. Por el contrario, riberas bajas, sin pretiles y valles angostos son propios de cauces más jóvenes desde el punto de vista geomorfológico.

El crecimiento de vegetación es indicativo de presencia de limos y arcillas en las riberas y planicies de inundación, lo cual es esencial para su crecimiento, debido a la capacidad de retención de agua de estos sedimentos.

Un esquema de clasificación adicional es el propuesto por Schum y Meyer (1979), basado en observaciones de terreno de un gran número de ríos, principalmente con lechos arenosos. Esta clasificación se presenta en la Fig. 3.12, e identifica básicamente 5 tipos distintos de canales aluviales. Estos corresponden a:

1. Canal recto: El thalweg es recto, el cauce es relativamente estable.
2. Canal recto con barras alternadas: El thalweg es sinuoso, el cauce es relativamente estable, pero las barras migran hacia aguas abajo generando un desplazamiento del thalweg.
3. Canal meandroso: Se distinguen dos tipos. a) Cauce de ancho uniforme, con barras fijas de pequeña extensión en las curvas. El cauce es estable pero ocurren "cutoffs". b) El cauce se



Figura 3.8: Fotografía aérea del Río Imperial en la IX Región de Chile. El cauce presenta cierta sinuosidad alternándose con tramos rectos. La presencia de barras alternadas en el tramo recto de aguas arriba es característica de esta configuración. En la fotografía es evidente que el cauce ha ido variando su posición y configuración de curvas en el tiempo.

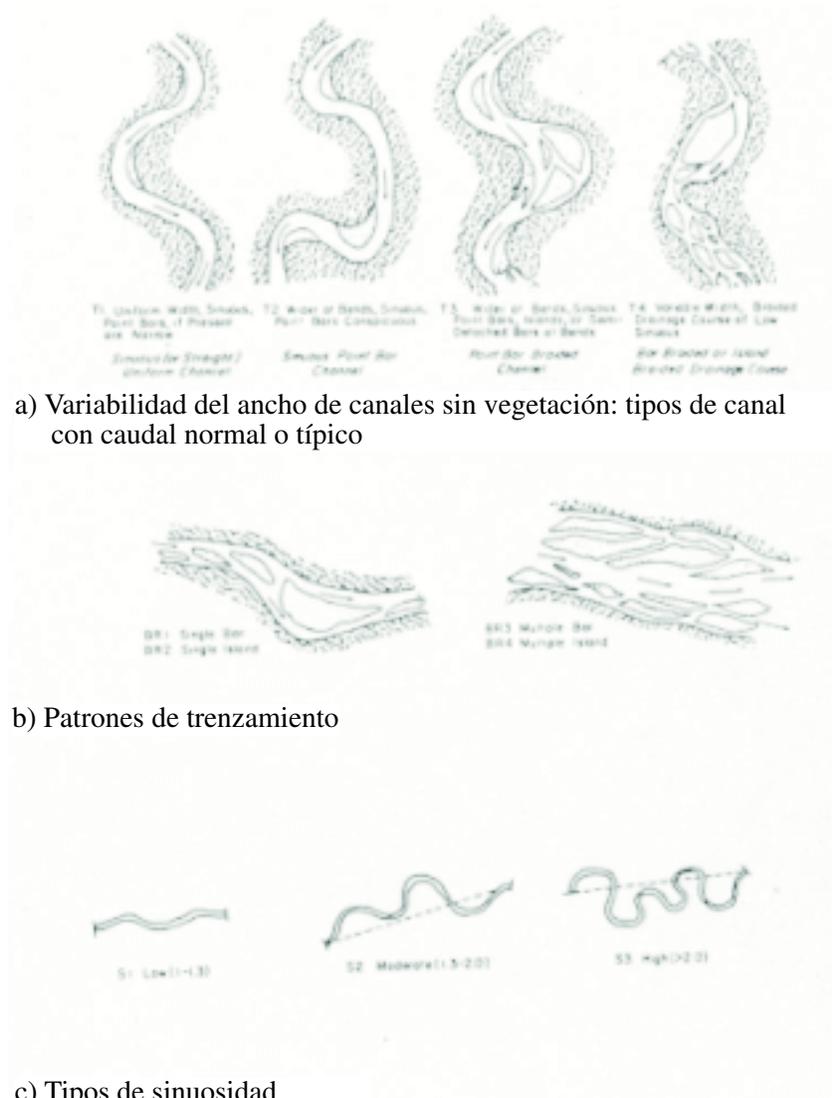
ensancha en las curvas, donde existen barras fijas de grandes dimensiones. Existen “cutoffs” y el patrón meandroso tiende a migrar generando un cauce relativamente inestable.

4. Canal en transición meandroso-trenzado: Cauce con grandes barras fijas y “cutoffs” frecuentes. El canal es inestable con un thalweg sinuoso.
5. Canal trezado: Cauce inestable con múltiples thalwegs y numerosas barras e islas.

La relativa estabilidad de los respectivos tipos de cauce, se muestra en la Fig. 3.12, en conjunto con los valores relativos de la pendiente, de la razón ancho-altura de escurrimiento, el modo de transporte de sedimento (arrastre de fondo o transporte en suspensión) y el tipo de cambio que experimentan los cauces asociados a cada tipo de canal antes descrito.

La Fig. 3.13 ilustra seis tipos distintos de cambios que pueden experimentar los canales aluviales, entre los que se cuenta la migración hacia aguas abajo de barras, distintos tipos de “cutoffs”, migración de meandros y el mecanismo de avulsión. Este último se caracteriza por un cambio lateral del cauce debido a que el flujo tiende a seleccionar cauces paralelos alternativos.

Finalmente, la desembocadura de los ríos en el océano o en lagos ocurre a través de muchos patrones morfológicos distintos, dependiendo del caudal, volumen de sedimento transportado, pendiente del terreno, geografía de la zona costera, condiciones de marea y oleaje, corrientes litorales, pendiente de la plataforma continental. Dicha desembocadura puede ocurrir a través de grandes estuarios, como por ejemplo el Río de la Plata entre Argentina y Uruguay, o mediante grandes deltas con múltiples cauces inestables que cambian dinámicamente en el tiempo, como ocurre, por ejemplo, en Bangladesh con el río Ganges. En ríos de caudales más modestos, la desembocadura ocurre en la forma de un cauce que simplemente descarga al océano, sin embargo, la configuración de esta descarga depende fuertemente de la carga de sedimentos transportados por el río. Debido

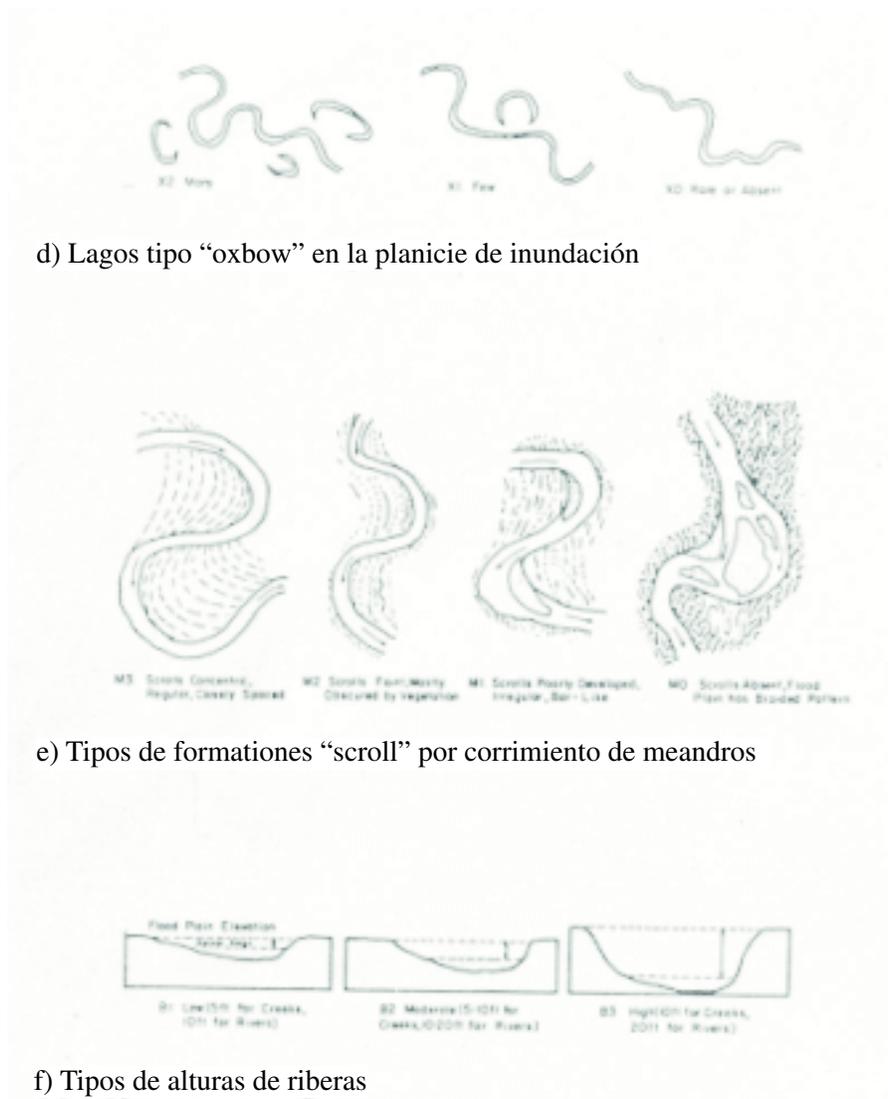


a) Variabilidad del ancho de canales sin vegetación: tipos de canal con caudal normal o típico

b) Patrones de trenzamiento

c) Tipos de sinuosidad

Figura 3.9: Clasificación de cauces (Culbertson et al., 1967)



d) Lagos tipo “oxbow” en la planicie de inundación

e) Tipos de formaciones “scroll” por corrimiento de meandros

f) Tipos de alturas de riberas

Figura 3.10: Clasificación de cauces (Culbertson et al., 1967)

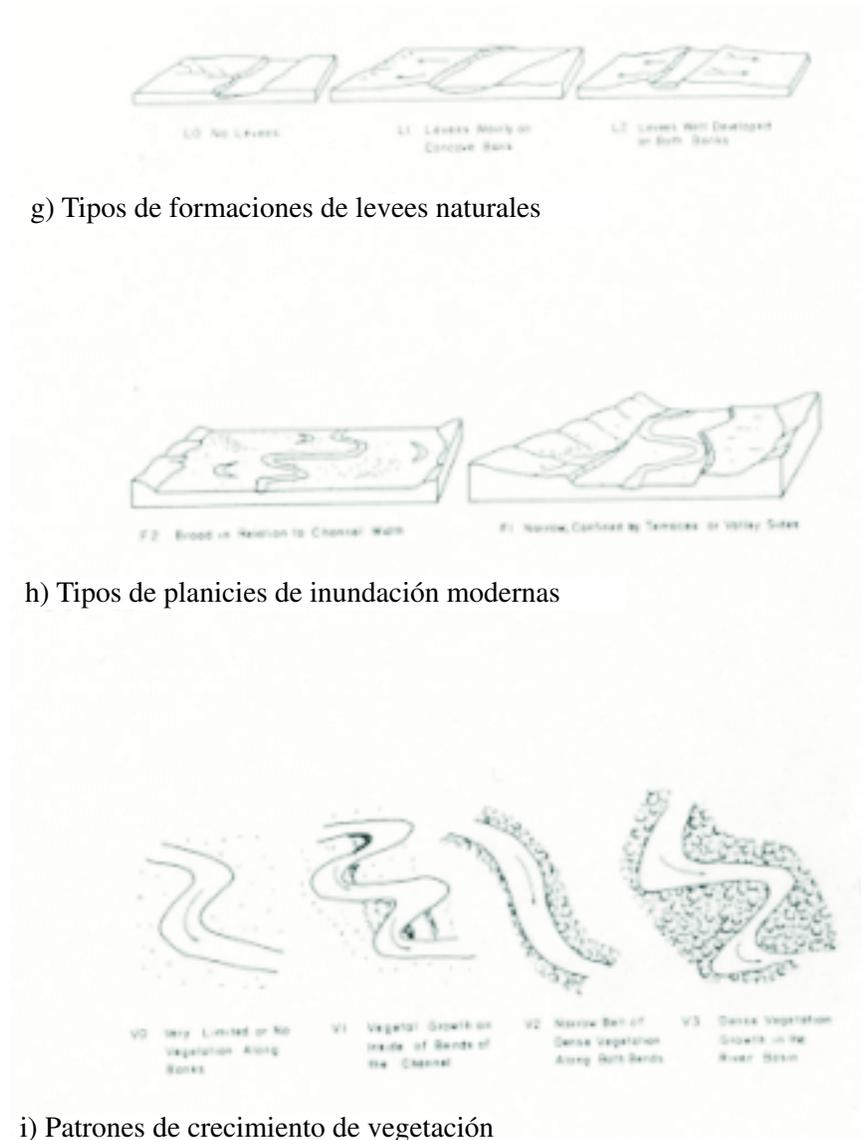


Figura 3.11: Clasificación de cauces (Culbertson et al., 1967)

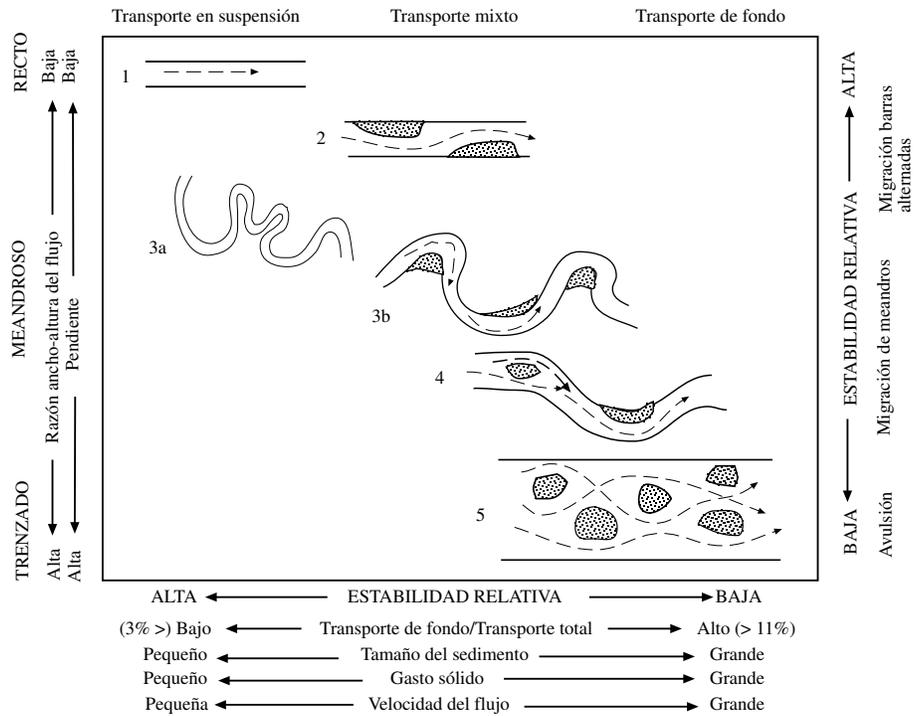


Figura 3.12: Clasificación de cauces (Schumm y Meyer, 1979)

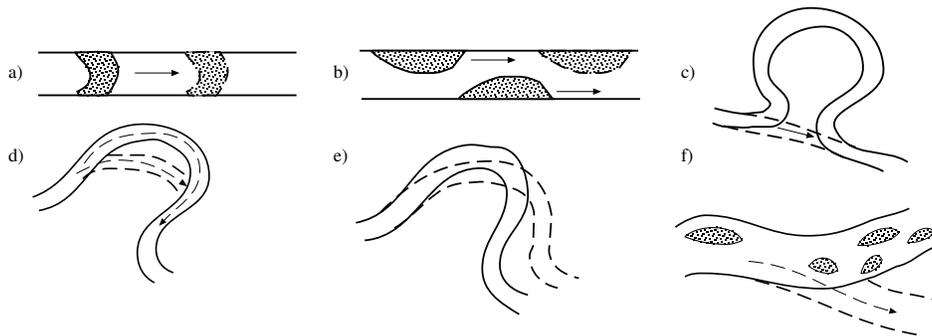


Figura 3.13: Tipos de cambios que puede experimentar el cauce. a) Migración de barra transversal; b) Migración de barras alternadas; c) "Neck cutoff"; d) "Chute cutoff"; e) Migración de meandro; f) Avulsión.



Figura 3.14: Fotografía aérea de la desembocadura del Río Imperial en la IX Región de Chile. Una barra obstruye la salida del caudal al océano, la cual finalmente ocurre prácticamente paralela a la costa.

a las bajas pendientes y a los efectos de la marea y el oleaje, el sedimento tiende a acumularse en la zona de la desembocadura, formando barras que obstruyen la salida del caudal hacia el océano. Estas barras y la morfología de la desembocadura responden sensiblemente a los cambios del caudal descargado por el río, produciéndose generalmente una salida más directa hacia el océano en el caso de crecidas.

Ejemplos de morfologías de la desembocadura de ríos en Chile se muestran en las Figs. 3.14 y 3.15. En la primera se muestra la desembocadura del Río Imperial en la IX Región, claramente dominada por una barra longitudinal, paralela a la línea de costa, que obliga al río a salir al océano prácticamente paralelo a la costa. Esta situación es típica de la mayoría de los ríos en la zona Central de Chile. El otro ejemplo corresponde a la desembocadura del Río Bío-Bío en la ciudad de Concepción. Puede apreciarse la gran cantidad de sedimento transportado por el río que genera embanques y barras en toda la zona de la desembocadura, donde los bancos de sedimentos son cortados por múltiples líneas de flujo.

### 3.4 Caudal formativo

Los ríos transportan cantidades significativas de sedimento y erosionan su cauce, lecho y riberas, en respuesta a eventos de crecida. Grandes crecidas tienen un gran potencial para generar cambios morfológicos en el cauce, sin embargo ellas ocurren con muy poca frecuencia. Pequeñas crecidas son mucho más frecuentes pero no son efectivas desde el punto de vista de los cambios geomorfológicos.



Figura 3.15: Fotografía aérea de la desembocadura del Río Bío-Bío en la ciudad de Concepción, Chile. La gran cantidad de sedimento transportado por el río genera embanques y barras en toda la zona de la desembocadura.

En principio, el trabajo formativo del cauce asociado a una crecida dada puede ser estimado mediante el producto entre el volumen de sedimento transportado y su frecuencia de ocurrencia. El caudal asociado a la crecida que alcanza el máximo trabajo formativo del cauce se denomina caudal dominante o formativo.

En los ríos la mayor cantidad de trabajo formativo del cauce es producida por eventos de crecidas que ocurren, en promedio, entre dos veces por año y una vez cada cinco años (Petts and Amoros, 1996). Por lo tanto, el concepto de caudal dominante se relaciona con la idea de que los ríos ajustan la forma de su cauce de modo de conducir crecidas moderadas entre sus riberas. Desde este punto de vista, el caudal formativo resulta ser similar en magnitud al caudal denominado de cauce lleno y resulta ser menor que aquel asociado a crecidas extremas o de baja frecuencia de ocurrencia. El caudal de cauce lleno se ha relacionado, en un gran rango de ríos distintos, con períodos de retorno que van entre 1 a 3 años, con un valor medio de alrededor de 1.5 años (Leopold et al., 1992).

En base a los argumentos anteriores, parece evidente que el cauce principal de un curso de agua queda definido por caudales con períodos de retorno relativamente bajos, con valores que van de 1 a 5 años. Crecidas con caudales mayores producen el desborde de las riberas y la inundación de sectores aledaños. Ellas pueden causar socavación y erosión de sectores del cauce que pueden ser de importancia, pero que corresponden a eventos puntuales que no necesariamente definen el comportamiento de largo plazo del sistema.

## 3.5 Formas de fondo

### 3.5.1 Generalidades

Se sabe que el flujo de agua sobre sedimento no cohesivo conduce a la formación de una gran variedad de ondas sedimentarias, genéricamente denominadas formas de fondo. Estas formas de fondo corresponden a estructuras de geometría bien definida que presentan una periodicidad espacial característica. La interacción entre el flujo y las ondas sedimentarias determina la resistencia hidráulica y también en gran medida la tasa de transporte de sedimentos. Más aún, las formas de fondo pueden afectar la morfología de los canales aluviales. Por ejemplo, la presencia de las formas de fondo denominadas barras alternadas ha sido vinculada con el desarrollo incipiente de meandros, y la presencia de barras múltiples es característica de canales trenzados.

Las formas de fondo cubren un espectro bastante amplio de escalas espaciales, desde las más pequeñas, del orden del tamaño de los granos que forman el lecho móvil, hasta las más grandes, del orden del tamaño del canal que las contiene.

Consideremos un experimento imaginario conducido en un canal rectangular de laboratorio, de ancho constante y lecho móvil formado por una arena relativamente fina y uniforme. Apenas la condición de movimiento incipiente de los granos de fondo es superada, puede esperarse observar en el lecho del canal la formación de pequeñas ondas, denominadas rizos, cuya altura es del orden de unos cuantos diámetros del sedimento del lecho y cuya longitud de onda es proporcional al tamaño de dicho sedimento e independiente de la altura del flujo. La formación de los rizos está relacionada con efectos viscosos por lo tanto ellos ocurren sólo cuando la subcapa viscosa del flujo no ha sido totalmente destruída por la presencia de los granos del lecho (Fig. 3.16).

En condiciones de flujo subcrítico con transporte de fondo generalizado, y si la altura de escurrimiento es suficientemente grande, sobre el lecho del canal se forman dunas, cuya altura y longitud de onda son proporcionales a la altura del flujo (Fig. 3.16). Bajo ciertas condiciones, las dunas pueden coexistir con los rizos, los cuales tienden a formarse sobre las primeras en su cara de aguas arriba. A números de Froude cercanos a la unidad, el lecho del canal se vuelve plano. A valores todavía más altos de este parámetro puede esperarse la formación de antidunas, cuyo perfil longitudinal (a diferencia del de los rizos y las dunas que presentan en la cara de aguas abajo una pendiente mucho más abrupta que la de aguas arriba y cercana al ángulo de reposo sumergido de los granos) es semejante a una onda sinusoidal (Fig. 3.16). Las antidunas, también a diferencia de los rizos y dunas que siempre migran hacia aguas abajo, pueden migrar tanto hacia aguas arriba como en el sentido del escurrimiento.

En base a esta descripción, se pueden diferenciar dos regímenes: el régimen inferior del lecho, para números de Froude inferiores a la unidad donde ocurren rizos y dunas, y el régimen superior del lecho, para números de Froude superiores a la unidad donde ocurren lechos planos o antidunas (Fig. 3.16).

Si la altura de escurrimiento en el canal es inferior a aquella para la cual se formaron las dunas y todavía persisten las condiciones de transporte de fondo generalizado, dichas dunas pueden ser reemplazadas por (o incluso pueden coexistir con) barras alternadas. Estas estructuras consisten en una secuencia de frentes de onda que se orientan diagonalmente con respecto al flujo, alternándose asimétricamente, y que presentan zonas de erosión en la cara de aguas abajo de los frentes, principalmente en la zona cercana a la pared, las cuales al igual que los frentes se alternan a uno u otro lado del canal (Fig. 3.17). La longitud de onda de las barras alternadas es del orden de unos cuantos anchos del canal y la escala vertical de ellas es del orden de la altura de escurrimiento. Para alturas

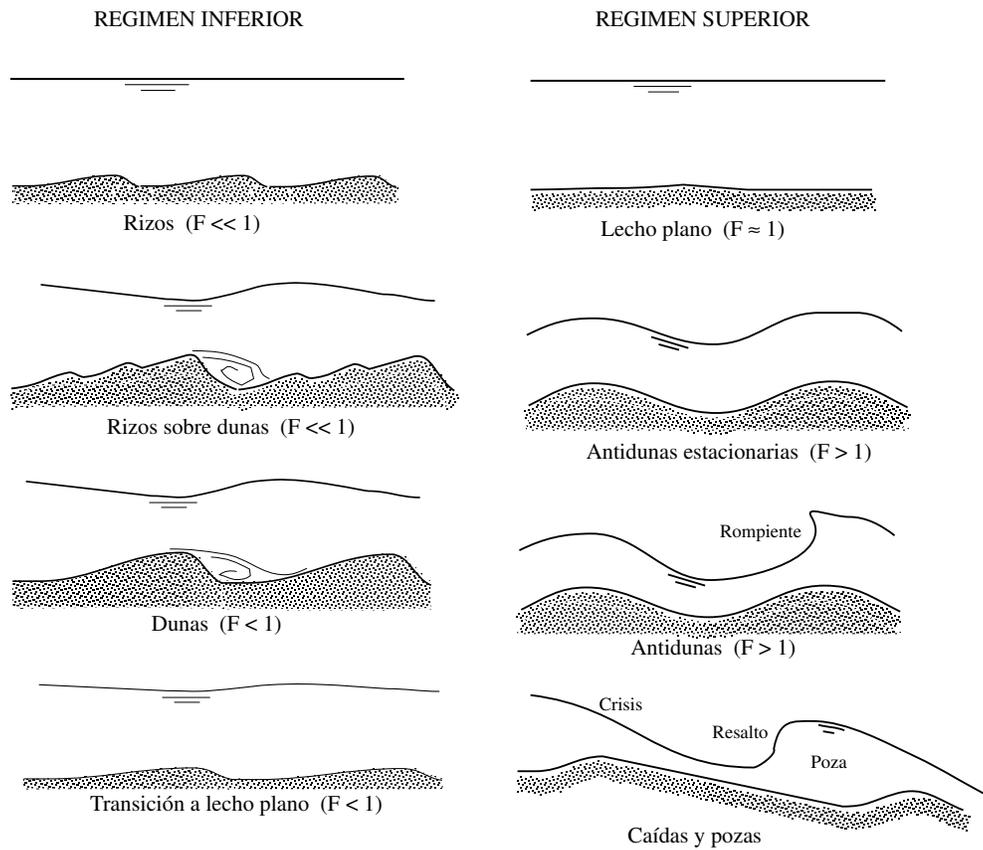


Figura 3.16: Ondas sedimentarias del tipo micro y mesoformas.

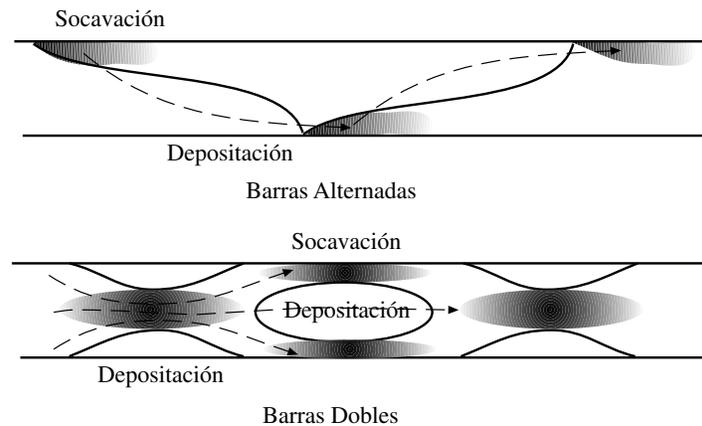


Figura 3.17: Barras alternadas y múltiples.

de escurrimiento aún más bajas que aquellas para las cuales se desarrollan las barras alternadas en el canal, puede esperarse la formación de barras múltiples, similares a estas últimas, pero que presentan dos o más frentes en una misma sección transversal que se alternan asimétricamente a lo largo del canal (Fig. 3.17).

En cauces aluviales con lechos de grava, es decir con granulometría gruesa y extendida, las ondas sedimentarias del tipo rizos, dunas y antidunas no ocurren. En su lugar se forman una gran variedad de barras que tienen una incidencia importante en la morfología de ese tipo de cauces. Este tipo de formas de fondo se denominan macroformas por su gran tamaño, que es del orden del ancho del cauce que las contiene. Los rizos que ocurren en lechos arenosos, en cambio, se denominan microformas por su pequeño tamaño, que es del orden del diámetro del sedimento, en tanto que las dunas y antidunas se denominan mesoformas, por su tamaño inferior al de las barras, que es del orden de la altura de escurrimiento.

Las barras o macroformas observadas en lechos de grava tienen su origen en una baja capacidad de transporte de sedimentos del flujo. Ellas se forman en cauces relativamente inestables cuyas características cambian rápidamente. Las barras se desarrollan a partir de lo que se denomina láminas de grava, las cuales corresponden a ondas de muy pequeña amplitud de sedimento grueso (usualmente de sólo unos diámetros de espesor), que migran hacia aguas abajo sobre el lecho. Estas láminas se acumulan formando barras en puntos donde el flujo tiende a diverger, es decir en zonas de baja capacidad de transporte de sedimentos. En otras circunstancias, el sedimento excavado desde una poza formada en ciertas zonas del lecho, como un fenómeno de socavación local, puede también dar lugar a la formación de barras.

Se pueden identificar cinco distintos tipos de unidades (Fig. 3.18). i) Las barras longitudinales se forman en el centro del canal en un lugar donde el cauce se ensancha. Ellas son de forma convexa y elongada y crecen mediante la acumulación de sedimento más fino en sus extremos de aguas arriba y aguas abajo. ii) Las barras crescénticas, tienen forma de media luna y están ligadas a las barras longitudinales, ya que ellas pueden ser las predecesoras de estas últimas, es decir, una forma de transición entre las láminas de grava y las barras longitudinales. iii) Las barras transversales tienden a cubrir todo el ancho del canal y se forman en zonas de expansión abrupta del cauce. Este tipo de unidad tiende a favorecer la formación de bifurcaciones o confluencias del cauce. iv) Las barras fijas o puntuales ocurren en el lado interno de una curva del cauce. v) Las barras diagonales

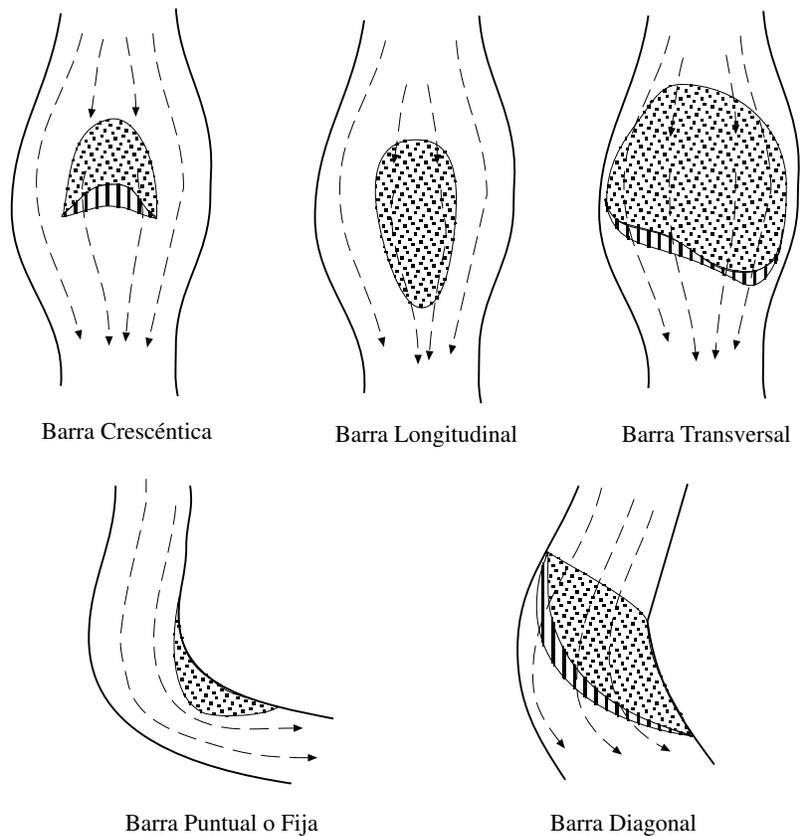


Figura 3.18: Barras en lechos de grava.

tienden a orientarse oblicuamente a través del canal y están en contacto con ambas riberas.

Estas unidades son destruidas frecuentemente ante condiciones de flujo cambiantes en cauces inestables. Asimismo, ante condiciones de bajo caudal las barras tienden a emerger. Es común que las barras se transformen en una u otra de las unidades antes descritas. La transformación más común es hacia la forma diagonal, aun cuando la transformación desde una barra diagonal a una longitudinal también suele ocurrir. En general, las barras diagonales tienden a ser más estables que las otras, y eventualmente pueden convertirse en elementos cuasi-permanentes, estabilizadores de la morfología del cauce.

Asociado a la presencia de barras, en lechos de grava suele ocurrir otro tipo de estructura, cuyas dimensiones se extienden a lo largo de tramos del cauce equivalentes a varias veces el ancho del mismo. Estas estructuras consisten en una secuencia pozas y caídas a lo largo del cauce denominada “riffle - pool”. Los “riffles” son obstrucciones, generalmente diagonales al cauce, de material grueso, que actúan como un vertedero para el flujo. Aguas arriba de esta obstrucción se produce un barra lateral y una poza, y hacia aguas abajo sigue una caída consistente en un tramo de cauce de pendiente fuerte. La secuencia: poza - barra lateral - obstrucción diagonal - caída, se repite a lo largo del cauce alternándose con respecto a las riberas.

### 3.5.2 Formulación matemática general para la determinación de las condiciones de formación de ondas sedimentarias

Un sistema físico puede ser modelado matemáticamente por un sistema de ecuaciones, el cual pretende representar los aspectos principales del sistema dinámico original. En general, el comportamiento del sistema depende de una serie de parámetros, los cuales son denominados parámetros de control. El sentido común tiende a indicar que una variación pequeña y gradual del valor de un parámetro de control dado conduce a cambios pequeños y graduales en el comportamiento del sistema. Este principio fundamental está relacionado con lo que técnicamente se conoce como estabilidad estructural (Casti, 1994). Por ejemplo el número de Reynolds,  $Re$ , es un parámetro de control en las ecuaciones de Navier-Stokes. A valores de  $Re$  suficientemente bajos, en condiciones de flujo laminar, variaciones pequeñas y graduales de este parámetro producen pequeñas variaciones de las propiedades del flujo, sin embargo las características generales del flujo laminar no se ven alteradas por dicha variación. No obstante, no todos los sistemas dinámicos son estructuralmente estables. Es frecuente encontrar sistemas en los que un pequeño cambio en un parámetro de control, dentro de un cierto rango, puede conducir a un gran cambio en el comportamiento general del sistema. Por ejemplo para ciertos valores de  $Re$ , un pequeño aumento en el valor de este parámetro conduce a un cambio completo del comportamiento del sistema, y es así como un flujo laminar deja de ser estructuralmente estable y comienza una serie de transiciones que eventualmente lo convierten en un flujo turbulento. La pérdida de estabilidad estructural del sistema para un valor dado de un parámetro de control se conoce también como bifurcación del sistema (Jackson, 1991).

En el caso de un flujo sobre lecho móvil, para ciertos valores de los parámetros de control, el sistema tiene un estado de equilibrio, o estado base, el cual se caracteriza por un lecho plano. Para otros valores de los parámetros de control el estado base (lecho plano) pierde estabilidad estructural y el sistema alcanza otro estado de equilibrio (se bifurca), el cual se caracteriza por un lecho ondulado, o equivalentemente, un lecho cubierto por ondas sedimentarias.

Una técnica utilizada para estudiar la estabilidad estructural del estado base de un sistema dinámico modelado por un sistema de ecuaciones consiste en efectuar una linealización de dichas ecuaciones alrededor del estado base, e introducir perturbaciones de pequeña amplitud en el sistema. Si para un grupo de valores de los parámetros de control dado la solución del sistema linealizado indica que la amplitud de las perturbaciones tiende a decaer en el tiempo, entonces el estado base es estable para dichos valores de los parámetros de control. Si por el contrario la solución demuestra que la amplitud de las perturbaciones tiende a aumentar en el tiempo, entonces el estado base es inestable para el grupo de valores de los parámetros de control considerados y puede esperarse en este caso una bifurcación del sistema desde el estado base hacia un nuevo estado de equilibrio (Drazin y Reid, 1981).

Debido a la linealización del sistema de ecuaciones original, el análisis descrito anteriormente sólo puede indicar si el estado base es estable o no, y no permite determinar el desarrollo temporal de las perturbaciones a largo plazo. Es posible demostrar que el análisis lineal generalmente predice un decaimiento o crecimiento temporal de la amplitud de las perturbaciones el cual es de carácter exponencial. En el caso que el estado base sea inestable, el crecimiento exponencial de la amplitud de las perturbaciones predicho por el análisis lineal es válido sólo mientras dicha amplitud es suficientemente pequeña como para que la linealización del sistema sea válida. A amplitudes mayores, efectos no-lineales usualmente tienden a frenar el crecimiento de las perturbaciones (lo cual desde el punto de vista físico generalmente está asociado a algún mecanismo de disipación de

energía) eventualmente alcanzándose un nuevo estado de equilibrio (Stuart, 1958). Este proceso se conoce como saturación no-lineal (Drazin y Reid, 1981).

Lo anterior indica que las formas de fondo en un flujo permanente sobre un lecho móvil comienzan a desarrollarse bajo condiciones para las cuales el lecho es inestable, de modo que inicialmente (y para tiempos pequeños) su amplitud crece exponencialmente, sin embargo en el largo plazo las ondas sedimentarias tienden a alcanzar una amplitud de equilibrio, la cual no cambia en el tiempo.

Si el sistema de ecuaciones diferenciales considerado puede ser escrito como:

$$f(y; c) = 0$$

donde  $y(x, t)$  denota el vector de variables dependientes, el cual es función de las variables independientes conformadas por un vector de coordenadas espaciales,  $x$ , y el tiempo  $t$ , y  $c$  denota el vector de parámetros de control, entonces, un estado base del sistema, representado por el vector  $y_0(x, t)$  satisface la ecuación:

$$f(y_0; c) = 0$$

La linealización de la primera ecuación en torno al estado base se efectúa introduciendo una expansión en serie de Taylor en torno a  $y_0$ , para lo cual  $y$  se escribe como:

$$y = y_0 + y'$$

donde  $y'(x, t)$  representa una desviación con respecto al estado base (o bien una perturbación de éste), la cual debe ser de pequeña magnitud para que la linearización sea válida. La linearización, denotada por el operador  $L$  permite escribir:

$$L[f(y; c)] = f(y_0; c) + L[f(y'; c)] = 0$$

con lo cual se llega a:

$$L[f(y'; c)] = 0$$

ecuación que representa un sistema de ecuaciones diferenciales lineales y homogéneas para el vector  $y'$ . Por otro lado, la linearización de las condiciones de borde del sistema de ecuaciones originalmente considerado también conduce a que las condiciones de borde para  $y'$  son de naturaleza homogénea. Estos resultados permiten concluir que el problema dado por la última ecuación y las correspondientes condiciones de borde representa un problema de valores propios, cuya solución entrega los modos naturales de oscilación del sistema físico considerado.

La aplicación de los conceptos anteriores al caso de las ondas sedimentarias permite concluir que éstas corresponden a modos de oscilación natural del sistema flujo-sedimento, los cuales emergen libremente (dado que el problema para las perturbaciones,  $y'$ , es homogéneo) si los valores del vector de parámetros de control  $c$  están dentro del rango para el cual el sistema es estructuralmente inestable.

### 3.5.3 Identificación de ondas sedimentarias

Uno de los aspectos de mayor interés respecto del estudio de las formas de fondo consiste en poder predecir las condiciones hidráulicas y sedimentológicas conducentes a la formación de los distintos tipos de ondas. Típicamente este problema se ha abordado empíricamente, determinándose dichas condiciones tanto a partir de experimentos como de observaciones de terreno (e.g., Jaeggi, 1984, en el caso de barras alternadas; Vanoni, 1974, en el caso de rizos, dunas y antidunas). No obstante, análisis teóricos del problema también han sido bastante exitosos (e.g., Fredse, 1974, en el caso de dunas y antidunas; Kuroki y Kishi, 1985, y Blondeaux y Seminara, 1985, en el caso de las barras alternadas).

Uno de los métodos clásicos de predicción de la formación de ondas sedimentarias del tipo microformas y mesoformas (rizos, dunas y antidunas) es el de Vanoni (1974). Este método utiliza información experimental para generar diagramas que permiten determinar el tipo de onda que se genera en el sistema para valores dados de un conjunto de parámetros adimensionales.

Los parámetros adimensionales que determinan la formación de estas ondas sedimentarias según Vanoni se derivan de la siguiente relación adimensional, obtenida en la Sección 2 de estos apuntes:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \tau_*, R, R_p, \sigma_g\right)$$

Los rizos, dunas y antidunas están asociados a arenas relativamente uniformes, con razones  $B/h$  relativamente bajas, cercanas a la unidad. Dentro de dicho rango de valores, este último parámetro, según Vanoni no es relevante dentro del grupo de parámetros que permiten diferenciar la formación del tipo de onda sedimentaria en análisis. De esta forma, los parámetros relevantes se reducen a:

$$\left(\frac{h}{d_s}, \tau_*, R, R_p\right)$$

Vanoni, en lugar de usar  $\tau_*$ , utiliza otro parámetro que resulta del siguiente análisis:

$$\sqrt{\tau_*} = \frac{u_*}{\sqrt{gRd_s}} = \frac{U}{\sqrt{gh}} \frac{u_*}{U} \frac{1}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{h}{d_s}}$$

pero como la velocidad media adimensional  $U/u_*$  está dada por una ley de resistencia del tipo Keulegan:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{h}{d_s}\right) + Cte.$$

entonces:

$$\tau_* = f\left(\frac{U}{\sqrt{gh}}, \frac{h}{d_s}, R\right)$$

de donde, reemplazando en el grupo de parámetros adimensionales, se obtiene:

$$\left(Fr, \frac{h}{d_s}, R, R_p\right)$$

donde  $Fr = U/\sqrt{gh}$  representa el número de Froude del flujo.

Finalmente, Vanoni utiliza un parámetro que él denomina  $Re_G$ , el cual se relaciona con  $R_p$  y  $R$ , de la siguiente forma:

$$Re_G = \frac{\sqrt{gd_s^3}}{\nu} = \frac{R_p}{\sqrt{R}}$$

Así, el grupo de parámetros propuesto por Vanoni para identificar rizos, dunas y antidunas es:

$$\left(Fr, \frac{h}{d_s}, R_p\right)$$

donde se ha supuesto que se trabaja siempre con sedimento natural de modo que  $R$  siempre tiene un valor fijo cercano a 1.65.

Vanoni construyó una serie de gráficos, para distintos valores de  $Re_G$ , donde relaciona  $Fr$  y  $h/d_s$  mediante curvas que dividen los rangos de estos parámetros donde ocurren rizos, dunas y antidunas. Estos gráficos se presentan en las Figs. 3.19, 3.20.

Vanoni propone otro gráfico para discriminar en forma más fina la formación de rizos y dunas. La transición entre rizos y dunas ocurre para valores bajo de  $Fr$ , por lo que este parámetro no es relevante. Vanoni utiliza  $\tau_*$  y  $Re_G$  para construir el gráfico que permite diferenciar las condiciones asociadas a la formación de rizos y dunas. Este gráfico se presenta también en la Fig. 3.20.

Para la identificación de formas de fondo del tipo barras alternadas o barras múltiples se puede recurrir al diagrama de clasificación propuesto por Kuroki y Kishi (1985). Los parámetros adimensionales que determinan la formación de estas ondas sedimentarias según estos investigadores se derivan de la siguiente relación adimensional, obtenida en la Sección 2 de estos apuntes:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \tau_*, R, Re_{*p}, \sigma_g\right)$$

Kuroki y Kishi consideran arena natural uniforme de tamaño suficientemente grande de modo que los efectos viscosos son despreciables. De esta forma, la relación anterior se reduce a:

$$\pi_A = f\left(\frac{h}{d_s}, \frac{B}{h}, \tau_*\right)$$

donde para este tipo de formas de fondo, al contrario que en el caso de rizos, dunas y antidunas, el parámetro  $B/h$  juega un papel fundamental, ya que está relacionado con la inestabilidad planimétrica del flujo. Considerando la relación entre  $\tau_*$ ,  $h/d_s$  y la pendiente  $S$  deducida en la Sección 2, entonces la relación anterior se puede reescribir como:

$$\pi_A = f\left(\frac{B}{h}, \tau_*, S\right)$$

Kuroki y Kishi expresan la relación anterior como una relación entre  $\tau_*$  y  $S^{0.2}B/h$ , la cual permite diferenciar tres regiones: una, para valores bajos de  $S^{0.2}B/h$ , donde no existen barras pero pueden existir mesoformas, otra, para valores intermedios de  $S^{0.2}B/h$ , donde existen barras alternadas, y una tercera, para valores altos de  $S^{0.2}B/h$ , donde existen barras múltiples. Esta relación, la cual fue determinada a partir de un análisis teórico, es graficada en la Fig. 3.21.

No existen criterios que permitan predecir con precisión la ocurrencia de barras en lechos de grava. No obstante, Church y Jones (1982) señalan que es poco probable que las barras se formen con alturas de escurrimiento inferiores a alrededor de 3 veces el tamaño medio del sedimento del lecho. Esta restricción pone un límite al valor máximo de la pendiente del cauce para la cual se pueden formar barras. Dicho valor según Church y Jones está entre el 3 % al 8 %.

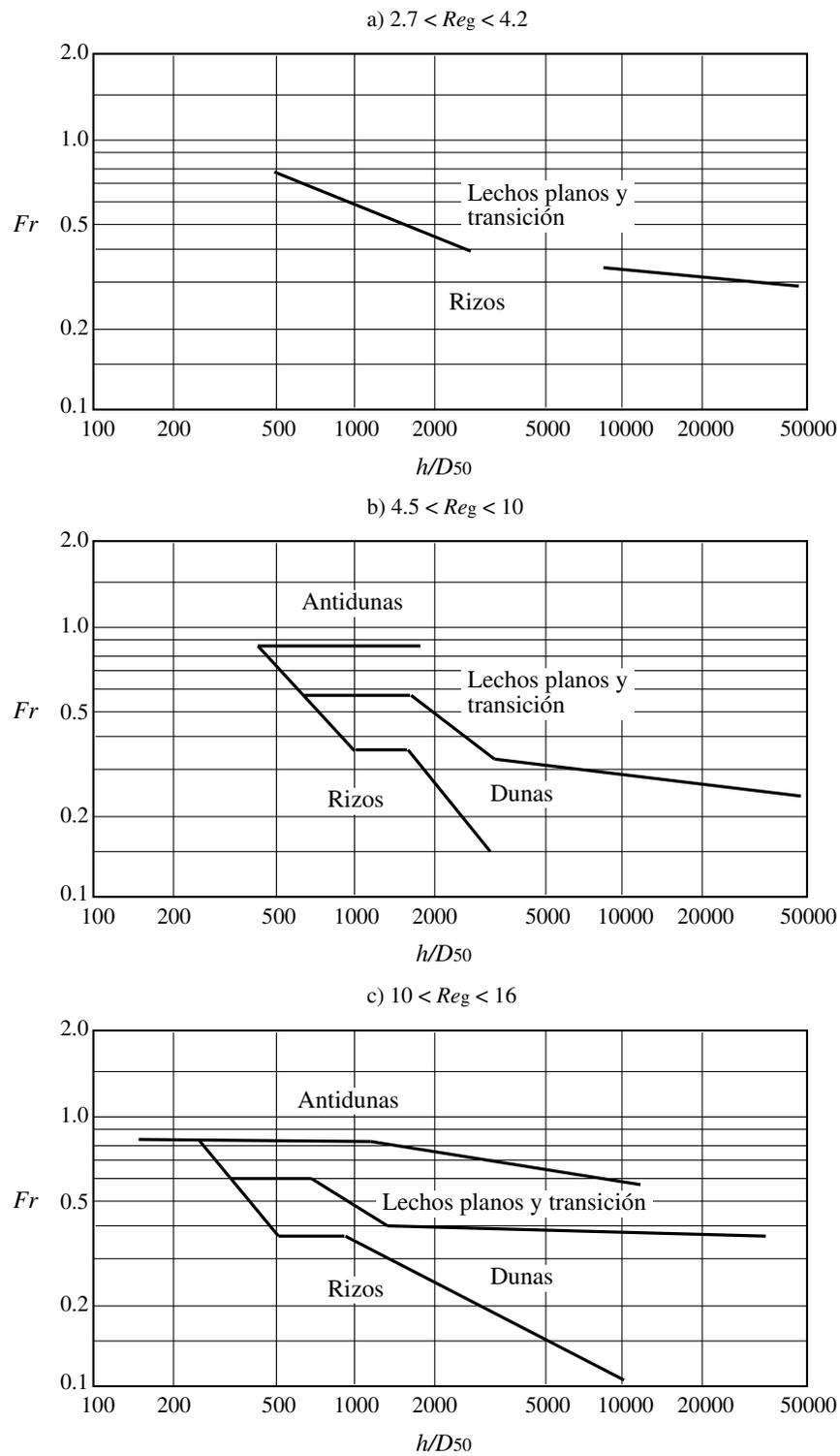


Figura 3.19: Identificación de formas de fondo según Vanoni (1974).

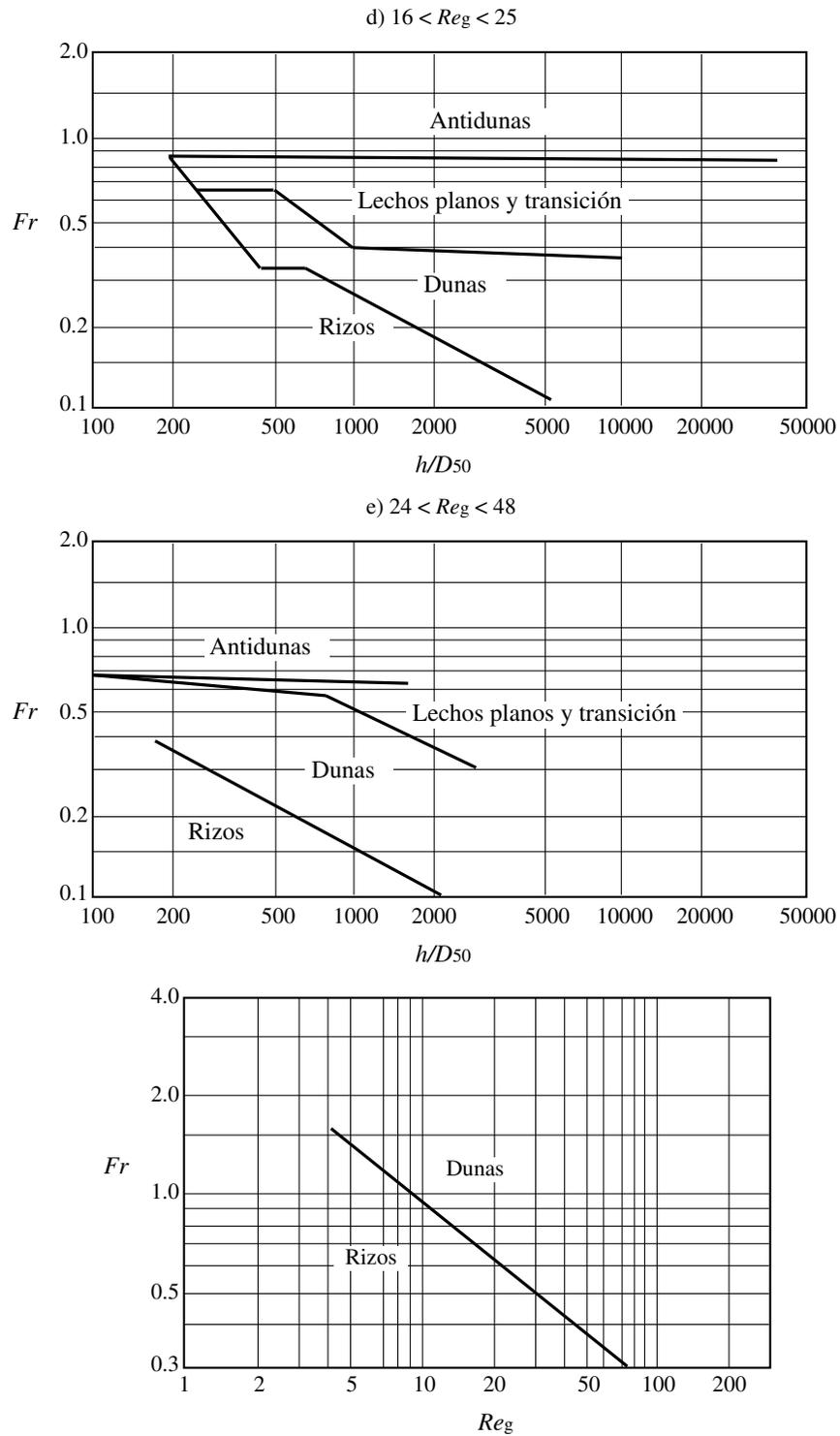


Figura 3.20: Identificación de formas de fondo según Vanoni (1974).

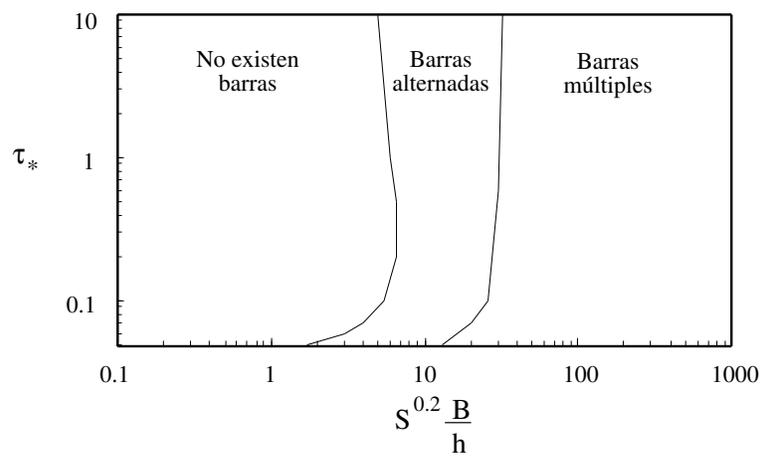


Figura 3.21: Criterio de formación de barras de Kuroki y Kishi (1985).

## Capítulo 4

# RESISTENCIA HIDRAULICA EN CANALES ALUVIALES

### 4.1 Generalidades

Una ley de resistencia hidráulica consiste en una relación entre el esfuerzo de corte sobre el fondo,  $\tau_0$ , y la velocidad media del flujo:

$$\tau_0 = C_f \rho U^2$$

donde  $C_f$  representa un coeficiente o factor de fricción adimensional. Dado que el esfuerzo de corte sobre el fondo define la velocidad friccional o de corte:  $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ , entonces se tiene:

$$\frac{U}{u_*} = \sqrt{\frac{1}{C_f}}$$

Por ejemplo, considerando la ecuación de Darcy-Weisbach en tuberías, se tiene:

$$J = \frac{f}{D} \frac{U^2}{2g}$$

donde  $J$  representa la pérdida friccional por unidad de longitud,  $f$  es el factor de fricción de Darcy-Weisbach y  $D$  denota el diámetro de la tubería. Como de la condición de equilibrio de fuerzas se obtiene:  $u_* = \sqrt{g R_h J}$ , donde  $R_h$  denota el radio hidráulico, el cual en una tubería resulta ser igual a  $D/4$ , entonces se llega a:

$$\frac{U}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}}$$

de donde se concluye que:  $C_f = f/8$ .

Si consideramos la ecuación de Chezy para flujo uniforme en canales:

$$U = C \sqrt{R_h S}$$

donde  $C$  es el coeficiente de Chezy y la pendiente  $S$  reemplaza el valor de la pérdida de energía por unidad de longitud  $J$ , entonces podemos concluir que:  $C_f = g/C^2$ .

Si en cambio utilizamos la ecuación de Keulegan en canales:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( 12 \frac{R_h}{k_s} \right)$$

donde  $k_s$  representa la altura media de las asperezas de la pared de fondo, entonces:

$$C_f = \left\{ \frac{1}{\kappa} \ln \left( 12 \frac{R_h}{k_s} \right) \right\}^{-2}$$

Finalmente, para la ecuación de Manning:

$$U = \frac{\sqrt{S}}{n} R_h^{2/3}$$

donde  $n$  es el coeficiente de Manning. En este caso:

$$C_f = \left( \frac{\sqrt{g} n}{R_h^{1/6}} \right)^2$$

Desde el punto de vista ingenieril, el coeficiente de Manning es más usado que el resto de los coeficientes de fricción aquí revisados. Desde un punto de vista más formal, sin embargo, es inconveniente que  $n$  no sea un parámetro adimensional. De acuerdo a la ecuación de Strickler, el coeficiente  $n$  depende del tamaño del sedimento del lecho:

$$n = \frac{d_s^{1/6}}{26.4}$$

donde  $d_s$  denota un tamaño representativo de las fracciones más gruesas del lecho, en este caso  $D_{90}$ .

En base a esta última relación se puede definir un parámetro adimensional que involucre al coeficiente de Manning y  $d_s$ . Denominemos a este parámetro número de Strickler:

$$S_t = \frac{\sqrt{g} n}{d_s^{1/6}}$$

La relación de Strickler indica que  $S_t = 0.12$ . No obstante, notando que el número de Strickler se relaciona con el coeficiente de fricción adimensional:

$$\sqrt{C_f} = S_t \left( \frac{d_s}{R_h} \right)^{1/6}$$

entonces es posible concluir que el valor de  $S_t$  puede ser determinado a partir de cualquiera de los otros factores de fricción o coeficientes de rugosidad aquí revisados. En particular, la ecuación de Keulegan permite expresar el valor de  $S_t$  en función de la razón  $d_s/R_h$ , o rugosidad relativa del lecho, si se supone que la altura de las asperezas,  $k_s$ , es equivalente al tamaño representativo de las fracciones más gruesas del lecho,  $d_s$ :

$$S_t = \frac{(R_h/d_s)^{1/6}}{(1/\kappa) \ln(12R_h/d_s)}$$

En la Fig. 4.1 se grafican los valores de  $S_t$  predichos por las relaciones de Strickler y Keulegan, en función del inverso de la rugosidad relativa  $R_h/d_s$ . Es notable que ambas relaciones dan valores de  $S_t = 0.12$  en el rango  $10 < R_h/d_s < 200$ , aproximadamente. Fuera de dicho rango el valor de  $S_t$  predicho por Keulegan es mayor que 0.12. Por ejemplo, en el rango  $200 < R_h/d_s < 10000$  el número de Strickler predicho por Keulegan aumenta levemente, desde 0.12 a 0.15, aproximadamente.

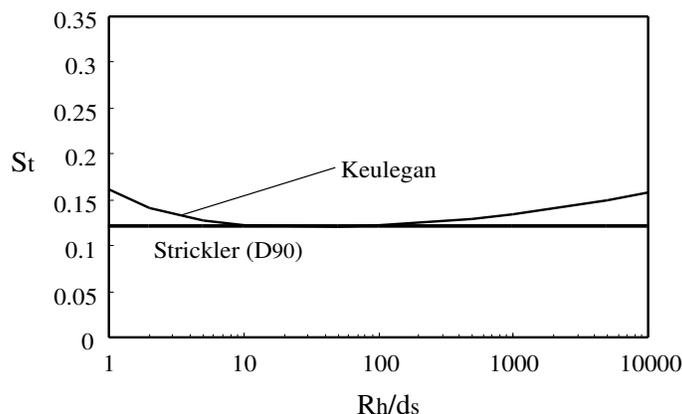


Figura 4.1: Número de Strickler dado por las relaciones de Strickler y Keulegan.

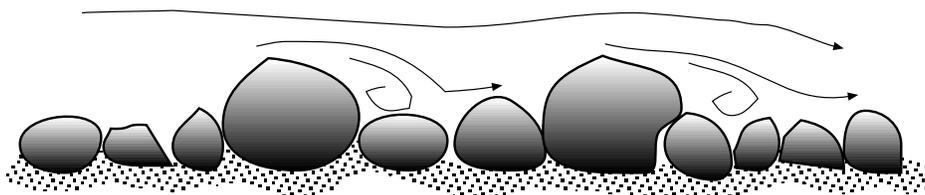


Figura 4.2: Separación y estelas en torno a grandes partículas de sedimento del lecho.

## 4.2 Sedimento grueso

El rango que resulta más interesante es  $R_h/d_s < 10$ , dado que en este caso la rugosidad relativa del lecho es extremadamente alta. Este tipo de escurrimiento se denomina macrorugoso y se caracteriza por la presencia de grandes partículas de sedimento que generan despegues y estelas en el flujo en torno a ellas (Fig. 4.3). Este efecto implica la existencia de una resistencia de forma (debido a la fuerza de arrastre que se genera sobre los elementos de rugosidad del lecho), que se agrega a la resistencia friccional clásica de un lecho hidrodinámicamente rugoso. En estas condiciones se ha determinado experimentalmente que la resistencia hidráulica del lecho aumenta considerablemente, de modo que ecuaciones como la de Strickler o de Keulegan dejan de ser válidas.

Se han desarrollado expresiones que permiten estimar el número de Manning en escurrimientos macrorugosos. Estas relaciones se conocen en términos generales como ecuaciones tipo Limerinos, puesto que Limerinos (1970) fue uno de los primeros en dar cuenta de este fenómeno.

Las ecuaciones tipo Limerinos tienen la misma forma que la ecuación de Keulegan:

$$S_t = \frac{(R_h/d_s)^{1/6}}{K_1 \ln(K_2 R_h/d_s)}$$

donde  $K_1$  y  $K_2$  son constantes. Limerinos (1970) propuso valores de  $K_1 = 2.5$  y  $K_2 = 3.8$  correspondientes a un valor de  $d_s = D_{84}$ . Estos valores de las constantes son válidos en el rango  $1 < R_h/d_s < 10$ . Es interesante notar que la ecuación de Limerinos difiere de la de Keulegan sólo en el valor de  $K_2$ . La reducción del valor de  $K_2$  en Limerinos con respecto a la relación de Keulegan implica un aumento de la resistencia por el efecto macrorugoso. Dicho aumento equivale a que el

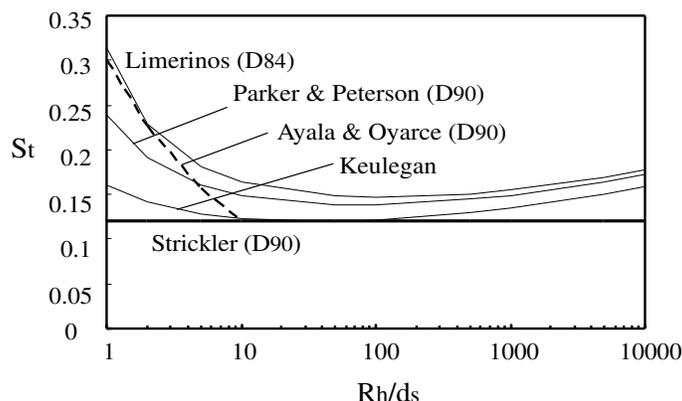


Figura 4.3: Número de Strickler dado por las relaciones de Strickler, Keulegan, Limerinos, Parker y Peterson y Ayala y Oyarce.

diámetro de la partícula aumente del orden de 3.4 veces con respecto a su tamaño real.

Una ecuación alternativa para estimar el efecto de aumento de resistencia en flujos macrorugosos es la de Parker y Peterson (1980). Esta expresión corresponde a valores  $K_1 = 2.46$  y  $K_2 = 5.5$ , los cuales están asociados a un valor  $d_s = D_{90}$ , y desde este punto de vista es directamente comparable con la expresión de Strickler.

Las expresiones de Limerinos y de Parker y Peterson se grafican en conjunto con las de Strickler y Keulegan en la Fig. 4.3. Claramente puede apreciarse el efecto de aumento del valor de  $S_t$ , en el rango  $R_h/d_s < 10$ , de las dos primeras relaciones con respecto a las dos últimas. La relación de Limerinos predice mayores valores de  $S_t$  que la de Parker y Peterson, pero ello puede deberse principalmente a que el primero considera  $d_s = D_{84}$ , en tanto que los últimos consideran  $d_s = D_{90}$ . Lo que es más importante es que ambos, Limerinos y Parker y Peterson, sobreestiman la resistencia en el rango  $R_h/d_s > 10$ , prediciendo valores de  $S_t > 0.15$  en dicho rango. Esto indica que las ecuaciones tipo Limerinos no incorporan una transición suave entre condiciones macrorugosas y rugosas y por lo tanto no deben usarse si  $R_h/d_s > 10$ .

Ayala y Oyarce (1993) analizaron la resistencia hidráulica en el río Mapocho Alto, en Chile, obteniendo una relación de potencia para la velocidad media del escurrimiento, en lugar de la ley logarítmica propuesta por Limerinos. Esto se traduce en la siguiente expresión para el número de Strickler:

$$S_t = \frac{(R_h/d_s)^{1/6}}{K_3 (R_h/d_s)^{K_4}}$$

donde  $K_3 = 3.3$  y  $K_4 = 0.57$  y  $d_s = D_{90}$ . Esta relación se grafica en la Fig. 4.3, y puede verse que predice valores de  $S_t$  que varían entre 0.3, para  $R_h/d_s = 1$ , y 0.12, para  $R_h/d_s = 10$ . Esta relación si entrega una transición más clara entre un escurrimiento macrorugoso y rugoso que las de tipo Limerinos, sin embargo debe tenerse cuidado de no utilizarla para valores de  $R_h/d_s > 10$ .

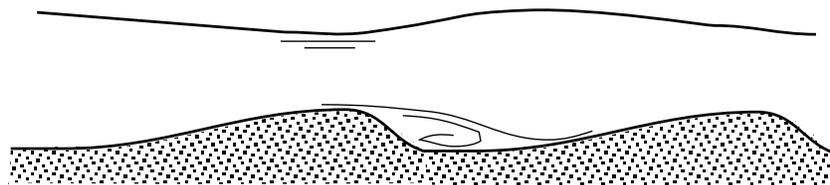


Figura 4.4: Separación y estela en torno a formas de fondo.

### 4.3 Sedimento fino

Cuando el sedimento es fino, particularmente en el rango de arenas, el lecho puede ser hidrodinámicamente liso, rugoso, o en transición. En ningún caso el lecho llega a ser macrorugoso. No obstante, tal como se señaló en la sección de morfología fluvial, para este tipo de sedimento es posible que se desarrollen ondas sedimentarias. Cuando ocurren formas de fondo del tipo rizos, dunas o antidunas, se produce separación del flujo en la zona inmediatamente aguas abajo de la cresta de las formas de fondo, seguida de una zona de aguas muertas o zona de estela (Fig. 4.4). Al igual que en el caso de sedimento grueso, esto resulta en la existencia de una fuerza de arrastre sobre el lecho, que implica una resistencia hidráulica por efecto de forma. Esta resistencia se agrega a la resistencia friccional asociada a la aspereza dada por los granos del lecho, resultando en una resistencia hidráulica mayor que la que se tendría en el caso de un lecho plano con el mismo sedimento.

Este mismo efecto ocurre en el caso de otras formas de fondo, tales como barras de distinto tipo en lechos de arena. Sin embargo, en el caso de barras, la resistencia por forma puede despreciarse con respecto a la asociadas a las asperezas del lecho sin cometerse errores significativos.

El problema de la resistencia hidráulica en presencia de rizos, dunas y antidunas es complejo, puesto que ella queda determinada en parte por las dimensiones de dichas formas de fondo, las que dependen a su vez de las condiciones de escurrimiento y por lo tanto de la resistencia hidráulica. Existen diversas metodologías para analizar este problema, todas ellas basadas en información empírica. En general, el análisis considera la separación del esfuerzo de corte total sobre el fondo,  $\tau$ , en dos componentes: una asociada a la fricción con los granos de sedimento del lecho,  $\tau'$ , y otra asociada a la forma del lecho (es decir, a la fuerza de arrastre sobre las ondas sedimentarias),  $\tau''$ , de modo que suponiendo una superposición lineal de efectos:

$$\tau = \tau' + \tau''$$

Del mismo modo:

$$u_* = u'_* + u''_*$$

donde  $u_*$ ,  $u'_*$  y  $u''_*$ , denotan la velocidad friccional total, y las componentes asociadas a los granos de sedimento y a la forma del lecho, respectivamente.

Adicionalmente, dado que se cumple:  $\tau = \rho u_*^2 = \rho g R_h J$ , donde  $J$  es la pérdida friccional total por unidad de longitud del lecho, entonces es posible definir:

$$\tau' = \rho (u'_*)^2 = \rho g R_h J'$$

$$\tau'' = \rho (u''_*)^2 = \rho g R_h J''$$

donde  $J'$  y  $J''$  representan las pérdidas friccionales por unidad de longitud asociadas a los granos y a la forma, respectivamente, y  $R_h$  denota el radio hidráulico del escurrimiento. Alternativamente, se puede asignar a cada componente, granos y forma, una fracción del radio hidráulico total, de modo que  $R_h = R'_h + R''_h$ , donde  $R'_h$  y  $R''_h$  corresponden a los radios hidráulicos asociados a los granos y a la forma, respectivamente. Con esta consideración puede plantearse:

$$\tau' = \rho (u'_*)^2 = \rho g R'_h J$$

$$\tau'' = \rho (u''_*)^2 = \rho g R''_h J$$

y en este caso,  $J$  es único para el lecho.

A continuación se revisarán dos métodos alternativos para determinar la resistencia hidráulica asociada a ondas sedimentarias del tipo rizos, dunas y antidunas.

#### Método de Einstein-Barbarossa

Este método es de carácter empírico y fue derivado a partir de mediciones en ríos de Estados Unidos. Supone una superposición lineal de la resistencia asociada a la forma y a los granos. En este método se asignan áreas de influencia a cada efecto:  $\Omega = \Omega' + \Omega''$ , donde  $\Omega$ ,  $\Omega'$  y  $\Omega''$  son el área de escurrimiento total, y las áreas asociadas al efecto de los granos y la forma, respectivamente. Dado que el perímetro mojado donde actúan los esfuerzos de corte de los granos y la forma es el mismo, la consideración anterior conduce a:  $R_h = R'_h + R''_h$ , de donde se obtiene:

$$\tau' = \rho (u'_*)^2 = \rho g R'_h J$$

$$\tau'' = \rho (u''_*)^2 = \rho g R''_h J$$

Para estimar la resistencia asociada a los granos se utiliza una relación tipo Keulegan, pero se consideran además situaciones en que el lecho puede ser hidrodinámicamente liso, rugoso o en transición. Por ejemplo, para pared lisa:

$$\frac{U}{u'_*} = 2.5 \ln\left(3.7 \frac{u'_* d_s}{\nu}\right)$$

o bien, para pared en transición lisa-rugosa o rugosa:

$$\frac{U}{u'_*} = 2.5 \ln\left(12.3 x \frac{R'_h}{d_s}\right)$$

donde  $x$  es un coeficiente que depende de  $Re_{*p} = u'_* d_s / \nu$ . Este coeficiente se presenta en la Fig. 4.5.

El valor de  $d_s$  se determina a partir de  $D_{65}$ .

Para determinar la resistencia asociada a la forma se recurre a una relación empírica que permite estimar el factor de fricción asociado a la forma,  $f''$ . Según Darcy-Weisbach:

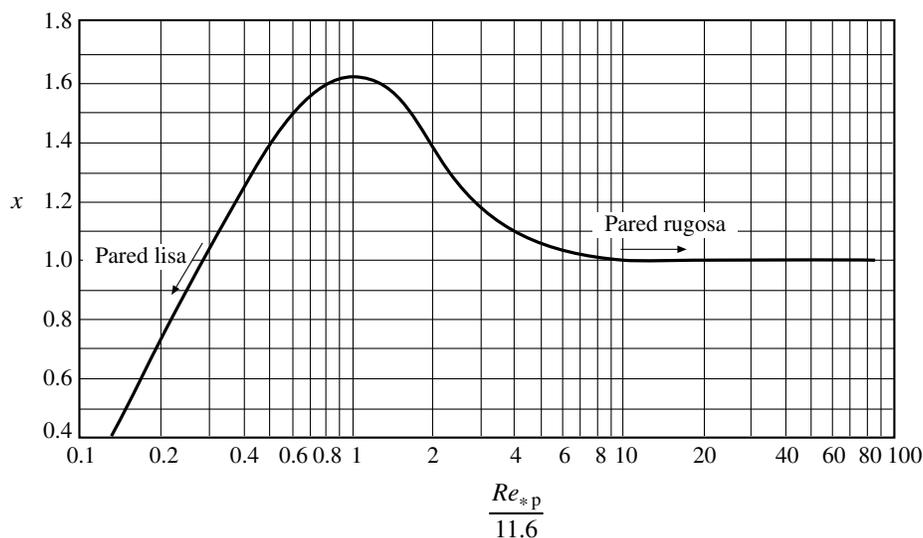


Figura 4.5: Coeficiente  $x$  para estimar la resistencia hidráulica en lechos hidrodinámicamente en transición lisa-rugosa.

$$f'' = \frac{8g R_h'' J}{U^2}$$

El valor de  $f''$  queda determinado sólo por el valor del esfuerzo de corte adimensional asociado a los granos,  $\tau_*' = (u_*')^2 / (gRd_s)$ , ya que este parámetro es el responsable de la deformación del lecho que resulta en la resistencia por efecto de forma. Einstein-Barbarossa proponen una relación del tipo:  $U/u_*'' = f(1/\tau_*')$ , dado que  $U/u_*'' = \sqrt{8/f''}$ , la que se presenta en la Fig. 4.6. El valor de  $d_s$  que se utiliza en la determinación de  $\tau_*$  corresponde a  $D_{35}$ .

Para determinar, por ejemplo, la altura normal para un caudal dado en flujos con presencia de formas de fondo, es necesario realizar una serie de iteraciones. En este caso se cumple que  $J = S$ , de modo que si se supone arbitrariamente un valor de  $R_h'$ , puede determinarse directamente  $u_*'$  y  $U$  de las relaciones para resistencia asociada a los granos, y con ello el valor de  $u_*''$  asociado a la forma. Con este último valor se calcula  $R_h''$ , de donde resulta el valor del radio hidráulico total ( $R_h' + R_h''$ ) y la altura de escurrimiento,  $h$ . Si esta altura de escurrimiento y la velocidad media del flujo,  $U$ , satisfacen el valor del caudal de escurrimiento dato, entonces el valor supuesto de  $R_h'$  es correcto y  $h$  es la altura normal de escurrimiento. De lo contrario, es necesario darse otro valor de  $R_h'$  y continuar la iteración.

#### Método de Engelund

Este método también es de carácter empírico, pero a diferencia del método anterior, es basado en datos de laboratorio. El método supone una superposición lineal de los valores de  $J$  asociados a los granos y a la forma:  $J = J' + J''$ . Para determinar la resistencia asociada a los granos se recurre a una relación tipo Keulegan (válida sólo para pared hidrodinámicamente rugosa):

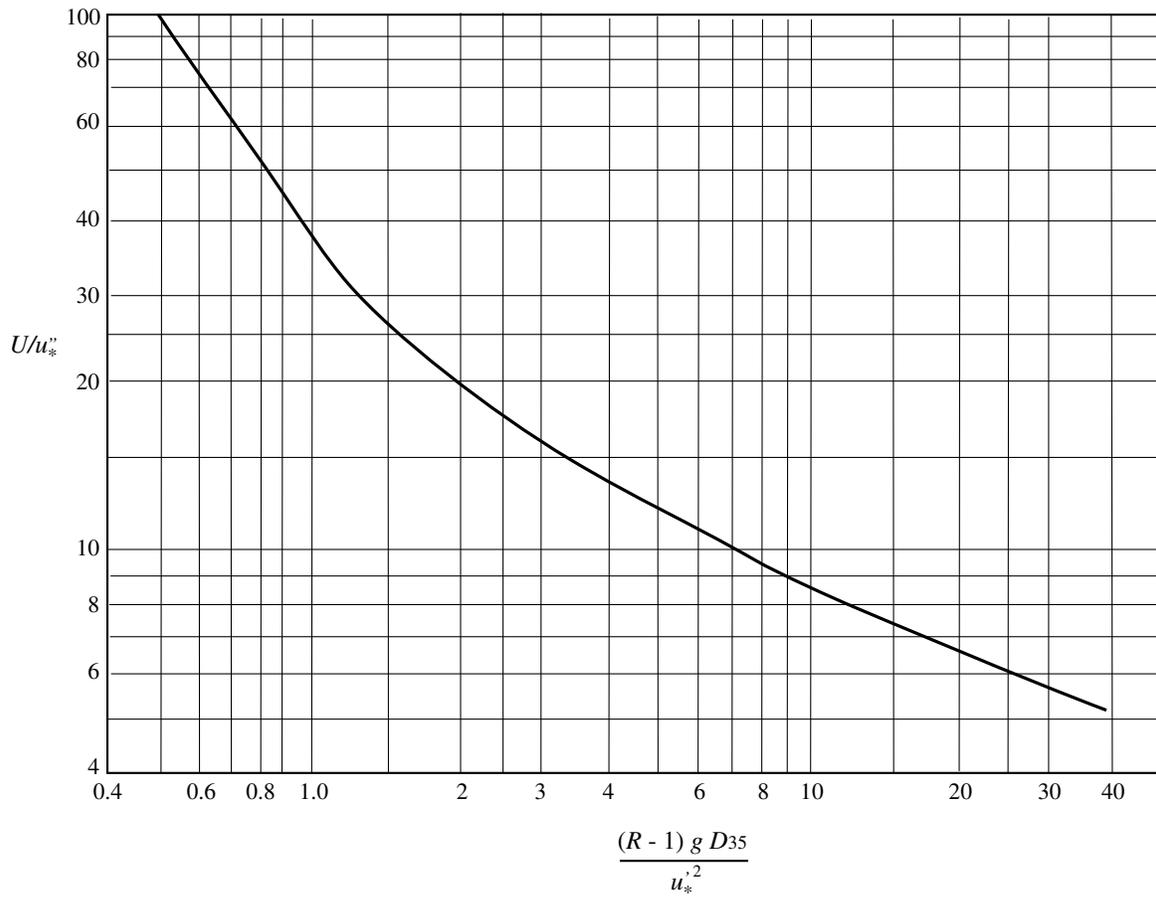


Figura 4.6: Coeficiente de fricción asociada a la resistencia por efecto de forma. Método de Einstein-Barbarossa.

$$\frac{U}{u'_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{R'_h}{2D_{65}}\right) + 6$$

La resistencia asociada a la forma se determina a partir de una función empírica, obtenida de experimentación de laboratorio, que relaciona el esfuerzo de corte adimensional total sobre el lecho,  $\tau_*$ , con el esfuerzo de corte adimensional asociado a los granos,  $\tau'_*$ . Esta relación se presenta en la Fig. 4.7. En ella los esfuerzos de corte adimensionales se definen en términos de  $d_s = D_{50}$ . Existen dos curvas, representando dos regímenes del lecho. El primero es el régimen inferior, donde existen rizos y dunas, y el segundo es el régimen superior donde existe lecho plano y antidunas. En el caso del régimen inferior, cuando existen dunas bien formadas la curva tiende asintóticamente a la relación:

$$\tau'_* = 0.4 \tau_*^2$$

Para el caso del régimen superior con lecho plano la relación es, obviamente:

$$\tau'_* = \tau_*$$

Es interesante notar en la Fig. 4.7 la existencia de un rango de valores de  $\tau'_*$  para el que ambos regímenes, inferior y superior, pueden ocurrir. Esto representa un fenómeno de histéresis, en el que el sistema se comporta distinto dependiendo de si el esfuerzo de corte de los granos está aumentando o disminuyendo. Es decir, por ejemplo, si en el lecho hay dunas y el esfuerzo de corte aumenta, pueden mantenerse las dunas para condiciones bajo las cuales en otras circunstancias existiría un lecho plano. Del mismo modo, si en el lecho existen antidunas y se disminuye el esfuerzo de corte, el lecho se vuelve plano para condiciones en las cuales, de otro modo como en el caso anterior, existirían dunas.

El cálculo de alturas normales con el método de Engelund requiere un procedimiento de cálculo iterativo similar al del método de Einstein-Barbarossa.

Un método alternativo para determinar alturas normales de escurrimiento en presencia de formas de fondo del régimen inferior, corresponde al denominado método de Brownlie (Brownlie, 1981). Este método se basa en los resultados de una correlación múltiple de un gran número de datos de terreno y proporciona una fórmula que permite predecir directamente la altura de escurrimiento normal, conocidos el tamaño del sedimento, el caudal, la pendiente del cauce y la dispersión granulométrica:

$$\frac{h}{D_{50}} = 0.3724 q_*^{0.6539} S^{-0.2542} \sigma_g^{0.1050}$$

donde  $q_*$  es el caudal por unidad de ancho adimensional, dado por:

$$q_* = \frac{q}{\sqrt{g} D_{50}^3}$$

y  $q$  es el caudal por unidad de ancho.

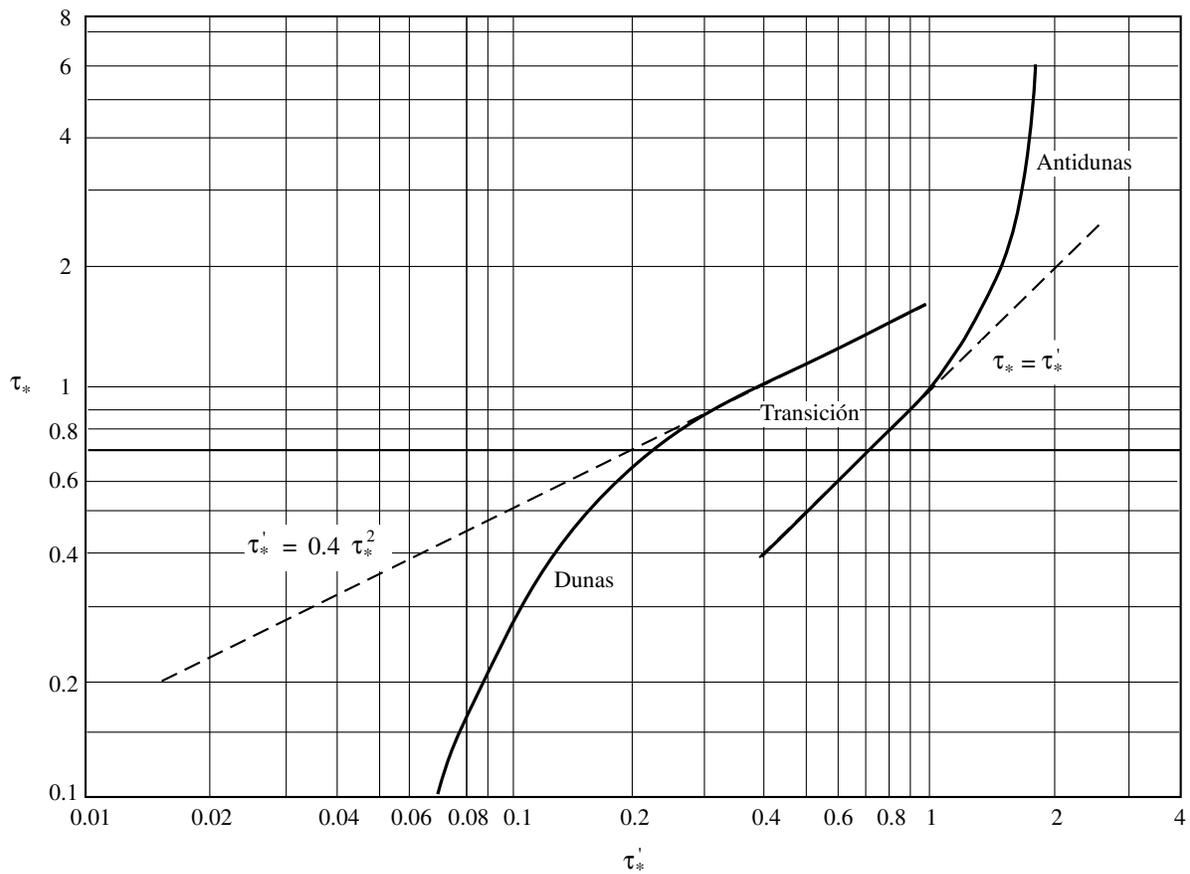


Figura 4.7: Relación entre los esfuerzos de corte adimensionales total,  $\tau_*$ , y asociado a los granos,  $\tau_*'$ . Método de Engelund.

## Capítulo 5

# ARRASTRE INCIPIENTE DE SEDIMENTOS NO COHESIVOS

### 5.1 Generalidades

El concepto de arrastre incipiente de sedimentos puede definirse como la condición hidráulica asociada al umbral de movimiento de las partículas del lecho. Es la condición hidráulica límite para la cual se inicia el transporte sólido. Como condición hidráulica se entiende el valor de una variable o conjunto de variables que describen las características del flujo, por ejemplo la velocidad media del flujo, la velocidad de corte, la altura de escurrimiento, etc.

Desde el punto de vista dinámico, la condición de transporte incipiente corresponde a un equilibrio entre las fuerzas hidrodinámicas que tienden a mover la partícula (por ejemplo, las fuerzas hidrodinámicas de arrastre y sustentación) y las fuerzas que se oponen al movimiento de la partícula, relacionadas con fricción o roce estático, entrapamiento de las partículas del lecho, etc.

Si bien es cierto el concepto de equilibrio explicado en el párrafo anterior es simple, en la práctica la situación es mucho más compleja debido a que ambos fenómenos, las fuerzas hidrodinámicas y las de resistencia al movimiento de las partículas del lecho, tienen un carácter estocástico. Las primeras debido a la turbulencia del flujo, las segundas debido a la variabilidad de forma y tamaño de las partículas y el entrapamiento que ellas tienen en el lecho.

Si consideramos, por ejemplo, el esfuerzo de corte sobre el fondo,  $\tau$ , en una sección de un flujo turbulento permanente sobre lecho móvil, éste presenta una variabilidad que puede ser representada por una función densidad de probabilidad (Fig. 5.1), de modo que es posible definir un valor medio ( $\bar{\tau}$ ) y otros estadígrafos que representen dicha variabilidad. Por otro lado, para que una partícula que se encuentra sobre el lecho se mueva, el esfuerzo de corte actuando sobre la partícula debe exceder al esfuerzo de corte resistivo, asociado al roce estático y entrapamiento de la partícula entre otras partículas del lecho. Llamemos  $\tau_c$  al esfuerzo de corte resistivo asociado al umbral de arrastre, denominado también esfuerzo de corte crítico. Este esfuerzo de corte crítico también tiene asociado una función de densidad de probabilidad, dado que las partículas del lecho tienen una cierta variabilidad de forma y tamaño y presentan distintos grados de entrapamiento con otras partículas del lecho (Fig. 5.1). Así, es posible también definir estadígrafos asociados a esta variable que permitan caracterizarla, como por ejemplo el valor medio,  $\bar{\tau}_c$ . En principio, podría definirse la condición de arrastre incipiente en términos de los valores medios del esfuerzo de corte, de modo

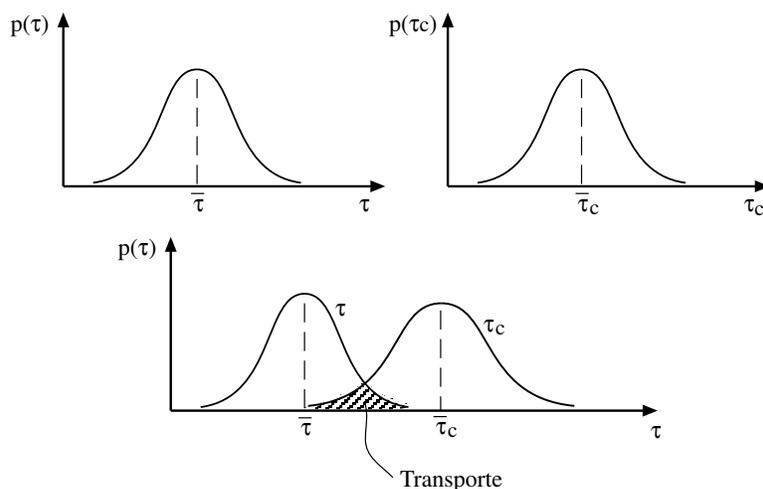


Figura 5.1: Funciones de densidad de probabilidad de los esfuerzos de corte del flujo y resistivo. Carácter estocástico del umbral de arrastre de sedimentos.

que para que haya arrastre se requiere:  $\bar{\tau} > \bar{\tau}_c$ . Sin embargo, es posible deducir, analizando las funciones de densidad de probabilidad, que aun cuando  $\bar{\tau} < \bar{\tau}_c$  en el lecho podría existir arrastre, dado que sería perfectamente posible que eventos turbulentos con gran esfuerzo de corte excedieran valores excepcionalmente pequeños del esfuerzo de corte resistivo de algunas partículas del lecho (Fig. 5.1).

La dificultad de precisar el concepto de arrastre incipiente también aparece en el caso de sedimento de granulometría gruesa y extendida. En este caso la variación de tamaños del sedimento del lecho es apreciable, y también la variabilidad asociada del esfuerzo de corte resistivo. La pregunta es, cómo definir el esfuerzo de corte crítico en este lecho? Es decir, para qué diámetro?

Esta discusión ha llevado que existan algunos investigadores que se oponen a la utilización del concepto de arrastre incipiente, dado que siempre existe una probabilidad no nula, por pequeña que ésta sea, que el sedimento se mueva sobre el lecho para cualquier condición hidráulica en un flujo turbulento. No obstante, del punto de vista de la ingeniería, el concepto de arrastre incipiente es importante y útil, puesto que permite analizar una serie de situaciones y diseñar obras con importancia práctica. Un ejemplo de ello lo constituyen, entre otros, las protecciones de enrocado de muros de defensa fluvial.

## 5.2 Ángulo de reposo sumergido

Se define el ángulo de reposo sumergido como el ángulo de inclinación del lecho bajo agua en reposo, correspondiente a la condición umbral para la cual ocurre la falla del lecho, es decir, para la cual las partículas se desplazan bajo la acción de la gravedad.

Sea  $\phi$  el ángulo de reposo sumergido. Consideremos un lecho bajo agua inclinado en un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal (Fig. 5.2). Las fuerzas actuando sobre una partícula del lecho son el peso sumergido de la partícula proyectado en la dirección del lecho ( $W_s \sin \alpha$ ) y en la dirección normal ( $W_s \cos \alpha$ ), la normal ejercida por el lecho sobre el cual se apoya la partícula ( $N$ ) y la fuerza resistiva (roce estático, entramamiento, etc.) que se opone al desplazamiento de la partícula

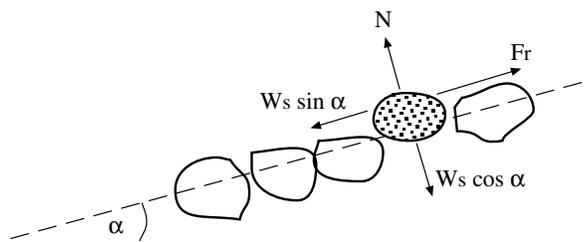


Figura 5.2: Ángulo de reposo sumergido.

a lo largo del plano inclinado ( $F_r$ ). Si  $\alpha < \phi$ , entonces  $F_r > W_s \sin \alpha$  y el lecho es estable. De lo contrario el efecto de la gravedad excede la fuerza resistiva y el lecho falla. La situación límite corresponde a  $\alpha = \phi$ , para la que se cumple (Fig. 5.2):

$$N = W_s \cos \phi$$

$$F_r = W_s \sin \phi$$

Definiendo un coeficiente de roce estático o coeficiente de fricción de Coulomb,  $\mu$ , tal que:

$$F_r = \mu N$$

Entonces la condición de equilibrio asociada al ángulo de reposo se reduce a:

$$F_r = \mu N = \mu W_s \cos \phi = W_s \sin \phi$$

de donde se obtiene:

$$\mu = \tan \phi$$

Es decir, el ángulo de reposo y el coeficiente de roce estático están directamente relacionados. El ángulo de reposo de un lecho es una cantidad empírica. Es necesario recurrir a ensayos de laboratorio para determinarlo. En general éste depende del tamaño, distribución granulométrica, forma y entramamiento (o empaquetamiento) del lecho. Material grueso, angular, de granulometría extendida tiene un mayor valor de  $\phi$  que sedimento fino, uniforme y redondeado.

Para sedimento natural uniforme,  $\phi$  es función principalmente del tamaño de las partículas. Para arenas  $\phi$  tiene un valor de aproximadamente  $30^\circ$ , mientras que para gravas dicho valor aumenta a aproximadamente  $40^\circ$ .

### 5.3 Condición de arrastre incipiente

Consideremos ahora un lecho con un ángulo de inclinación,  $\alpha$ , pequeño. Si existe flujo sobre el lecho, caracterizado por un perfil de velocidades,  $u(y)$ , donde  $y$  denota una coordenada normal al lecho, como se muestra en la Fig. 5.3, entonces sobre las partículas actúan las fuerzas hidrodinámicas de arrastre y sustentación,  $F_a$  y  $F_s$ , respectivamente, además del peso sumergido,  $W_s$ , la fuerza normal

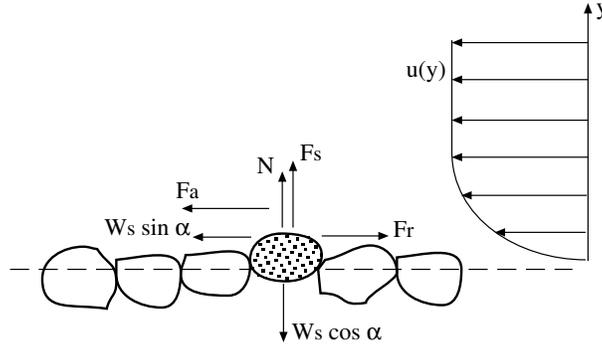


Figura 5.3: Condición de arrastre incipiente.

del lecho,  $N$ , y la fuerza resistiva,  $F_r$ . La fuerza de arrastre hidrodinámico actúa paralela al flujo, mientras que la de sustentación hidrodinámica actúa paralela a la normal al lecho.

De acuerdo a la situación mostrada en la Fig. 5.3, la condición de arrastre incipiente está dada por:

$$F_a + W_s \sin \alpha = F_r$$

Por otro lado en la dirección normal se cumple:

$$F_s + N = W_s \cos \alpha$$

Dado que  $F_r = \mu N$ , entonces la condición de arrastre incipiente está dada por:

$$F_a + W_s \sin \alpha = F_r = \mu (W_s \cos \alpha - F_s)$$

El peso sumergido de las partículas de sedimento puede ser estimado suponiendo que ellas son esféricas, utilizando un diámetro equivalente:

$$W_s = (\rho_s - \rho) g \frac{\pi d_s^3}{6}$$

Las fuerzas de arrastre y sustentación hidrodinámicas se estiman a partir de:

$$F_a = \frac{1}{2} \rho C_D u_f^2 A$$

$$F_s = \frac{1}{2} \rho C_L u_f^2 A$$

donde  $u_f$  representa la velocidad del flujo en el entorno de la partícula,  $C_D$  y  $C_L$  denotan los coeficientes de arrastre y sustentación hidrodinámicos, respectivamente, y  $A$  denota el área transversal de la partícula, la que puede estimarse suponiendo esfericidad de los granos de sedimento:

$$A = \frac{\pi d_s^2}{4}$$

Reemplazando en la condición de arrastre incipiente y ordenando términos se obtiene:

$$\frac{u_{fc}^2}{gRd_s} = \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{(C_D + \mu C_L)}$$

donde el término del lado izquierdo es un parámetro adimensional que determina la condición hidráulica asociada al umbral del movimiento de las partículas del lecho y  $u_{fc}$  denota el valor crítico de la velocidad en torno a la partícula para el movimiento incipiente de ella. La expresión anterior es compleja porque requiere conocer  $u_f$  y los coeficientes  $C_D$  y  $C_L$ , los que en principio son función del número de Reynolds de la partícula ( $Re_p = u_f d_s / \nu$ ).

## 5.4 Criterios de arrastre incipiente

Del punto de vista ingenieril, es necesario establecer una condición de arrastre incipiente en función de parámetros globales del flujo, tales como la velocidad media,  $U$ , o el esfuerzo de corte sobre el fondo,  $\tau$ . En efecto, existen básicamente dos escuelas para definir criterios de arrastre incipiente: una basada en la velocidad media en la sección y la otra en el esfuerzo de corte sobre el fondo. Para convertir la relación de arrastre incipiente determinada en la sección anterior a algunos de los criterios recién descritos, es necesario relacionar la velocidad  $u_f$  con parámetros globales del flujo.

### 5.4.1 Criterio de velocidad crítica de arrastre

Consideremos el caso de lecho hidrodinámicamente rugoso. La distribución de velocidades en la dirección normal al lecho está dada por la ley logarítmica:

$$\frac{u(y)}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(30 \frac{y}{d_s})$$

donde se ha supuesto que la altura de asperezas del lecho está dada por el tamaño representativo del sedimento del lecho.

Por otro lado, Keulegan permite expresar:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(12 \frac{h}{d_s})$$

La razón de velocidades  $u/U$  puede, por lo tanto, estimarse como:

$$\frac{u(y)}{U} = \frac{\ln(30 y/d_s)}{\ln(12 h/d_s)}$$

Evaluando la velocidad  $u_f = u(y = d_s/2)$ , entonces se obtiene:

$$\frac{u_f}{U} = \frac{2.71}{\ln(12 h/d_s)}$$

expresión que permite relacionar la velocidad en torno a la partícula con la velocidad media del flujo para escurrimiento hidrodinámicamente rugoso.

Un análisis alternativo consiste en utilizar una ley de potencia para caracterizar el perfil de velocidades. Usando una ley "1/6", se tiene:

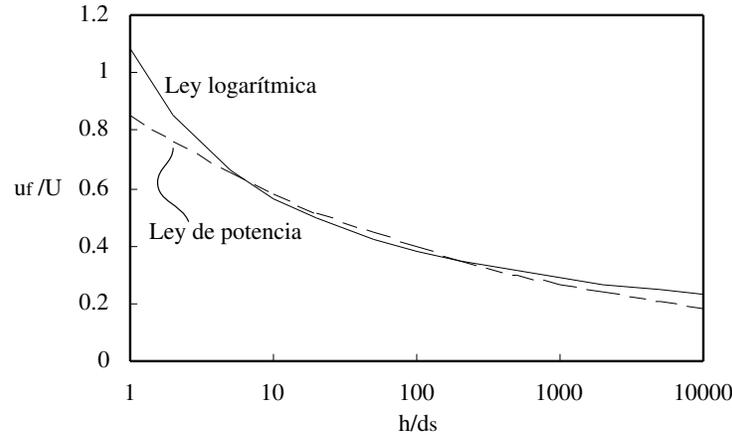


Figura 5.4: Razón  $u_f/U$  según ley logarítmica y ley de potencia para la distribución de velocidades.

$$\frac{u(y)}{U} = K_0 \left(\frac{y}{h}\right)^{1/6}$$

donde  $K_0$  es una constante. En base a esta relación se puede estimar:

$$\frac{u_f}{U} = \frac{K_0}{2^{1/6}} \left(\frac{d_s}{h}\right)^{1/6}$$

La Fig. 5.4 muestra una comparación de los valores de la razón  $u_f/U$  determinados a partir de la ley logarítmica y de la ley de potencia, respectivamente, usando un valor  $K_0 = 0.95$ . En general se aprecia una buena coincidencia entre ambas formas de estimar la razón  $u_f/U$ , al menos para valores de la razón  $h/d_s > 5$ , aproximadamente. Utilizando, por simplicidad, la relación dada por la ley de potencia para esta razón y reemplazándola en la condición de arrastre incipiente obtenida en la sección anterior se llega a:

$$\frac{U_c}{\sqrt{g h}} = \frac{2^{1/6}}{K_0} \left\{ \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{(C_D + \mu C_L)} \right\}^{1/2} \sqrt{R} \left(\frac{h}{d_s}\right)^{-1/3}$$

donde  $U_c$  representa la velocidad media crítica para el arrastre incipiente de sedimentos del lecho. El parámetro adimensional del lado izquierdo es el número de Froude del escurrimiento asociado al umbral de arrastre,  $Fr_c$ .

Considerando un valor  $K_0 = 0.95$ , una pendiente de fondo pequeña de modo que  $\sin \alpha \approx 0$ , sedimento en el rango de gravas de modo que  $\phi \approx 40^\circ$  ( $\tan \phi = \mu = 0.84$ ), un valor de  $C_D = 0.4$  (para valores altos del Reynolds de la partícula) y una razón  $C_L/C_D = 0.85$  (valor aproximado basado en evidencia experimental), se obtiene:

$$Fr_c = 1.50 \sqrt{R} \sqrt{\cos \alpha} \left(\frac{h}{d_s}\right)^{-1/3}$$

ecuación que representa una condición teórica para el umbral de arrastre de sedimentos relativamente gruesos.

Tabla 5.1: Valores empíricos de  $k$ ,  $m$  y  $n$ , dados por distintos investigadores.

Investigador	$k$	$m$	$n$
Isbash	1.70	0.5	0.5
Straub	1.49	0.0	0.33
Neill	1.41	0.0	0.33
Maza y García	1.50	0.0	0.35

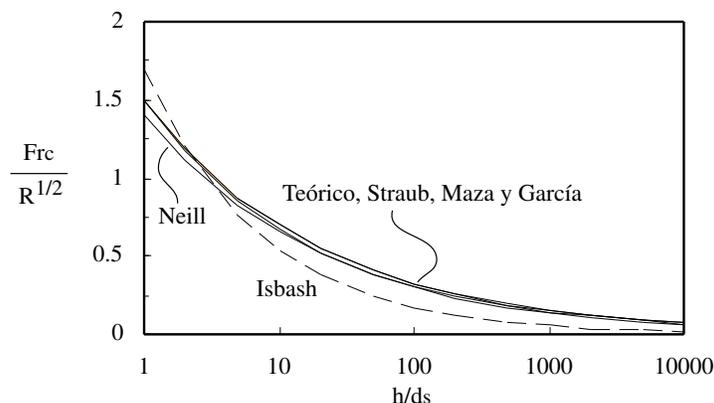


Figura 5.5: Comparación del Froude crítico para el umbral de arrastre según distintas relaciones empíricas y la relación teórica aquí deducida.

El problema de arrastre incipiente ha sido muy estudiado experimentalmente, existiendo una gran cantidad de relaciones empíricas para estimar la condición hidráulica asociada al umbral de arrastre. La mayoría de ellas puede expresarse como:

$$Fr_c = k \sqrt{R} (\cos \alpha)^m \left(\frac{h}{d_s}\right)^{-n}$$

donde  $k$ ,  $m$  y  $n$  son constantes. En la Tabla 5.1 se presentan valores de estos tres parámetros propuestos por distintos investigadores. Es notable que la relación teórica antes deducida sea casi idéntica a las relaciones empíricas. Considerando que para pendientes de fondo pequeñas  $\cos \alpha \approx 1$ , entonces la relación teórica es prácticamente idéntica a la propuesta por Straub y muy similar a las de Neill y Maza y García. Una comparación de las distintas relaciones se presenta en la Fig. 5.5.

#### 5.4.2 Criterio de esfuerzo de corte crítico de arrastre

Si consideramos la ley logarítmica de velocidades para pared hidrodinámicamente rugosa utilizada en la sección anterior y la evaluamos para  $y = d_s/2$  ( $u = u_f$ ) se obtiene:

$$\frac{u_f}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{30}{2}\right)$$

o bien:  $u_f/u_* = 6.77$ . Reemplazando esta relación en la condición de arrastre incipiente determinada en la Sección 5.3, se llega a:

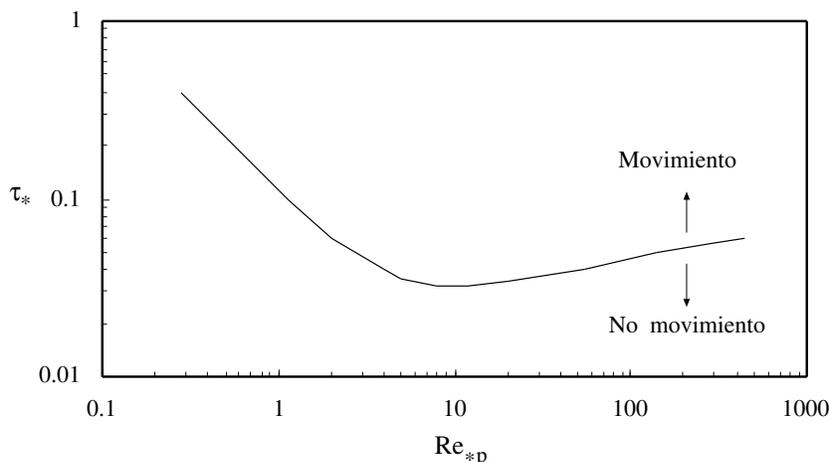


Figura 5.6: Curva de Shields.

$$\frac{u_{*c}^2}{gRd_s} = \frac{1}{6.77^2} \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{(C_D + \mu C_L)}$$

donde  $u_{*c}$  denota la velocidad de corte asociada a la condición de arrastre incipiente. Evaluando la expresión anterior para los mismos valores de los parámetros que en la sección anterior:  $\mu = 0.84$ ,  $C_D = 0.4$ ,  $C_L/C_D = 0.85$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha \approx 0$ , se obtiene:

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{gRd_s} = 0.035$$

Este valor para el esfuerzo de corte adimensional crítico se encuentra dentro del rango usual reportado en la literatura del tema para esta variable. Distintos autores han propuesto valores en el rango  $0.03 < \tau_{*c} < 0.06$ , con un valor medio  $\tau_{*c} \approx 0.045$  (Buffington y Montgomery, 1997).

Uno de los resultados experimentales más citados respecto de la condición de arrastre incipiente de sedimento no cohesivo corresponde a la denominada curva de Shields (Fig. 5.6). Shields (1936) determinó experimentalmente una relación entre el esfuerzo de corte adimensional,  $\tau_*$ , asociado a la condición umbral de arrastre y el número de Reynolds de la partícula,  $Re_{*p}$ . Es importante mencionar que Shields propuso originalmente una banda de valores asociados a la condición de arrastre incipiente. La línea correspondiente a lo que actualmente se conoce como curva de Shields fue trazada por Rouse (1939). La curva de Shields es válida para lechos con características que van desde hidrodinámicamente lisas hasta hidrodinámicamente rugosas. Para lecho hidrodinámicamente rugoso con  $Re_{*p} > 400$ , aproximadamente, se tiene  $\tau_{*c} = 0.06$ . Por otro lado,  $\tau_{*c}$  alcanza un mínimo para  $Re_{*p} \approx 10$  y aumenta cuando este último parámetro decrece bajo un valor de alrededor de 5 (es decir, cuando la pared es hidrodinámicamente lisa).

Es posible reproducir en forma teórica la relación entre  $\tau_{*c}$  y  $Re_{*p}$  expresada por la curva de Shields. Para ello es necesario analizar separadamente las condiciones de lecho hidrodinámicamente liso, en transición liso-rugoso y rugoso.

Para lecho hidrodinámicamente liso, las partículas de sedimento del lecho se encuentran dentro de la subcapa viscosa, y por lo tanto deben tener un tamaño  $d_s < \delta_v$ , donde  $\delta_v \approx 5\nu/u_*$  denota el

espesor de la subcapa viscosa. Es decir, debe cumplirse:  $Re_{*p} < 5$ , aproximadamente. Dentro de la subcapa viscosa la distribución de velocidades del flujo está dada por:

$$\frac{u(y)}{u_*} = \frac{y u_*}{\nu}$$

de modo que si en  $y = d_s/2$ ,  $u = u_f$ , entonces:

$$\frac{u_f}{u_*} = \frac{1}{2} Re_{*p}$$

Reemplazando en la condición de arrastre incipiente determinada en la Sección 5.3, se llega a:

$$\tau_{*c} = \frac{4}{Re_{*p}^2} \frac{4}{3} \frac{(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{(C_D + \mu C_L)}$$

Es necesario tener en cuenta, además, que para partículas finas el coeficiente de arrastre aumenta con respecto al asociado a partículas más gruesas y es necesario modelar este efecto para obtener un valor adecuado del esfuerzo de corte crítico en lechos hidrodinámicamente lisos. Para modelar  $C_D$  se puede utilizar la curva típica,  $C_D = f(Re_p = u_f d_s / \nu)$ , correspondiente a esferas. Esta curva puede ser estimada a partir del siguiente ajuste (Yen, 1992):

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{1/2} + 0.017 Re_p) - \frac{0.208}{1 + 10^4 Re_p^{-1/2}}$$

Dado que la razón  $u_f/u_*$  se relaciona con  $Re_{*p}$ , entonces es posible expresar  $C_D$  como una función sólo de este último parámetro adimensional. Reemplazando esta función en la condición de arrastre incipiente y considerando los valores de los parámetros  $\mu = 0.84$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha \approx 0$  y  $C_L/C_D = 0.85$  utilizados en la sección anterior, se obtiene:

$$\tau_{*c} = \frac{2.61}{Re_{*p}^2 C_D(Re_{*p})}$$

Cuando el lecho es hidrodinámicamente rugoso las partículas del lecho destruyen completamente la subcapa viscosa. Para que ello ocurra, debe cumplirse  $Re_{*p} = d_s u_* / \nu > 70$  aproximadamente. Para este caso ya se obtuvo que  $u_f/u_* = 6.77$ . Por otro lado,  $C_D$  tiende al valor 0.4 a medida que  $Re_p$  aumenta. En el límite cuando  $Re_{*p}$  es suficientemente grande ( $C_D = 0.4$ ), ya determinamos  $\tau_{*c} = 0.035$ . Es decir, cuando el lecho es hidrodinámicamente rugoso y suficientemente grueso,  $\tau_{*c}$  es independiente de  $Re_{*p}$ , en conformidad con la curva de Shields.

Para completar la curva teórica de  $\tau_{*c}$ , es necesario analizar el caso de lecho hidrodinámicamente en transición liso-rugoso. Para ello es necesario conocer el comportamiento de la razón  $u_f/u_*$  en este tipo de lecho. La Fig. 5.7 muestra en línea continua la relación  $u_f/u_*$  en función de  $Re_{*p}$  para pared hidrodinámicamente lisa y rugosa, ya determinada, y en línea segmentada la curva para  $u_f/u_*$  correspondiente a lecho en transición liso-rugoso, obtenida de una extrapolación de las curvas continuas anteriores. Con esta curva interpolada y la relación teórica para  $C_D$  como función de  $Re_{*p}$ , se puede completar la relación teórica entre  $\tau_{*c}$  y  $Re_{*p}$  para cualquier tipo de lecho, la cual se presenta en la Fig. 5.8. La forma de esta curva teórica para el esfuerzo de corte crítico adimensional es muy similar a la de Shields, sin embargo se ubica por debajo de esta última.

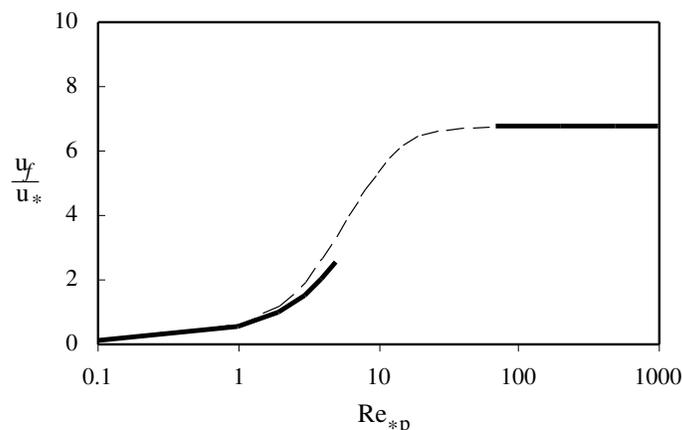


Figura 5.7: Velocidad adimensional en torno a las partículas del lecho.

Además, la condición de arrastre incipiente teórica define una tendencia de menor pendiente en el rango  $Re_{*p} < 1$  que la curva de Shields. Es necesario notar que Shields no hizo experimentos en dicho rango, sino que la curva fue extendida posteriormente por otros investigadores en base a sus propios resultados experimentales. En todo caso, las diferencias que se observan entre las predicciones teóricas aquí obtenidas y los resultados experimentales, pueden explicarse fácilmente en base a las simplificaciones adoptadas en el análisis, específicamente con respecto a los valores de los parámetros  $C_D$  y  $C_L$  usados.

Un aspecto importante de mencionar en cuanto al uso de la curva de Shields, se refiere a la dificultad que se tiene para determinar directamente el valor del esfuerzo de corte (o velocidad de corte) asociado a la condición de arrastre incipiente de un tamaño dado de sedimento, debido a que dicha variable aparece en ambos parámetros adimensionales:  $\tau_*$  y  $Re_{*p}$ . Para evitar este problema y facilitar el cálculo del esfuerzo de corte crítico para un tamaño dado de sedimento, sin necesidad de realizarlo por iteraciones, puede hacerse uso del parámetro alternativo  $R_p = \sqrt{g R d_s^3} / \nu$ , aprovechando la relación  $R_p = Re_{*p} / \sqrt{\tau_*}$ , de modo de construir una curva alternativa:  $\tau_{*c}$  en función de  $R_p$ . Brownlie (1981) determinó un ajuste a tal curva, dado por la ecuación:

$$\tau_{*c} = 0.22 R_p^{-0.6} + 0.06 \exp(-17.77 R_p^{-0.6})$$

la que se grafica en la Fig. 5.9.

Para finalizar podemos comentar que ambos acercamientos al problema de la determinación de la condición de arrastre incipiente, a través de la velocidad crítica o el esfuerzo de corte crítico, son igualmente válidos y están ligados fundamentalmente a través de una ley de resistencia que relaciona  $U$  y  $\tau$ . Más allá de eso, los criterios experimentales basados en la velocidad crítica corresponden a flujos con una rugosidad relativa más bien alta ( $h/d_s < 100$ ), en tanto el criterio de Shields se aplica al caso opuesto, es decir flujos con baja rugosidad relativa.

Al aplicar los distintos criterios de arrastre incipiente es necesario tener en cuenta la dificultad intrínseca para definir en forma precisa el umbral de arrastre, cuando experimentalmente es usual encontrar un rango de condiciones que determinan el comportamiento de las partículas de sedimento del lecho desde que no se mueve ninguna, hasta que se produce transporte generalizado de ellas. En otras palabras, el valor de la condición de arrastre incipiente depende del objetivo del cálculo. Por

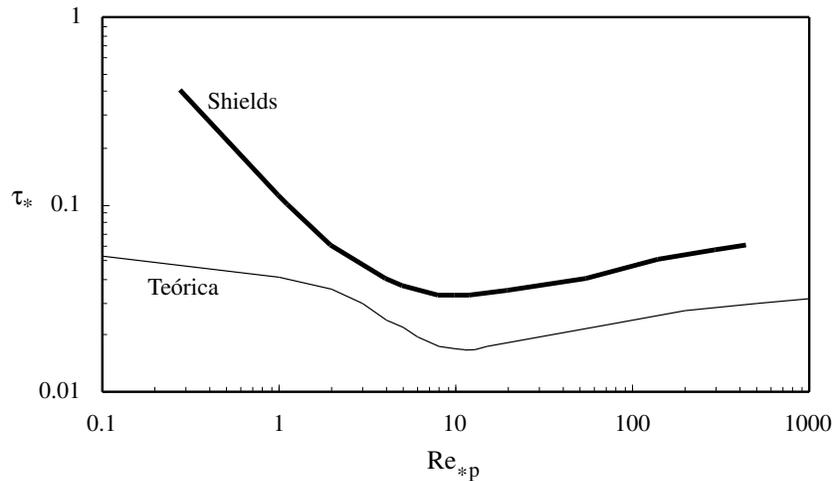


Figura 5.8: Curva de Shields experimental y teórica.

ejemplo, para el diseño de enrocados de protección se buscará una condición en que no se mueva ninguna partícula del enrocado, para el diseño de una obra de desripación se buscará una condición que asegure arrastre generalizado del lecho.

## 5.5 Transporte incipiente de sedimento graduado

Cuando el sedimento del lecho es de granulometría no uniforme, la definición y determinación de la condición de arrastre incipiente se hace más compleja. En primer lugar, es necesario definir la fracción granulométrica para la cual se desea determinar la condición de arrastre incipiente. Además, la presencia de granos de sedimento de distinto tamaño induce fenómenos de naturaleza no lineal, que implican que la condición de arrastre incipiente de una partícula en un lecho de partículas de igual tamaño es distinta de aquella de la misma partícula rodeada de partículas de diferente tamaño.

Por una parte, existe un *efecto de escondimiento* que ocurre cuando una partícula se encuentra rodeada de otras de mayor tamaño, que induce una mayor resistencia al arrastre de la partícula más fina, y que implica que es necesario ejercer un mayor esfuerzo de corte para ponerla en movimiento. Es decir, aumenta el esfuerzo de corte crítico correspondiente. Por otro lado, existe un *efecto de sobreexposición* cuando una partícula se encuentra rodeada por otras de menor tamaño, de manera tal que ella tiene una menor resistencia al arrastre que si estuviera rodeada de partículas de igual tamaño, lo cual implica una disminución del esfuerzo de corte crítico correspondiente.

Ambos efectos pueden tomarse en cuenta a través de la siguiente relación (Parker, 1990):

$$\tau_{*ci} = \tau_{*cg} \left( \frac{d_{si}}{d_{sg}} \right)^{-\beta}$$

donde  $\tau_{*ci}$  representa el esfuerzo de corte crítico adimensional asociado a la fracción granulométrica de tamaño  $d_{si}$ ,  $\tau_{*cg}$  representa el esfuerzo de corte crítico adimensional asociado al tamaño medio geométrico  $d_{sg}$ , y  $\beta$  es una constante con un valor aproximadamente igual a 0.9.

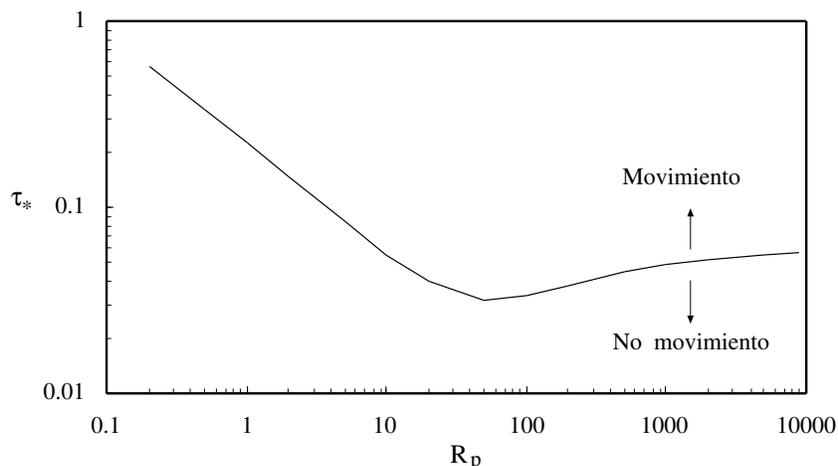


Figura 5.9: Curva de Shields en función de  $R_p$ .

Es interesante comparar los dos casos siguientes. Para el primer caso, consideremos dos lechos uniformes de tamaños  $d_{s1}$  y  $d_{s2}$ , respectivamente. Si ambos tamaños son suficientemente grandes de modo que  $\tau_{*c1} = \tau_{*c2} = 0.06$  (Shields, Fig. 5.9), entonces se tiene, en términos dimensionales,  $\tau_{c1}/\tau_{c2} = d_{s1}/d_{s2}$ . En el segundo caso consideremos un lecho de granulometría extendida, formado, entre otras fracciones, por los tamaños  $d_{s1}$  y  $d_{s2}$  anteriores. En este caso se tiene escondimiento y sobreexposición de modo que  $\tau_{*c1}/\tau_{*c2} = (d_{s1}/d_{s2})^{-\beta}$ , o bien, en términos dimensionales:  $\tau_{c1}/\tau_{c2} = (d_{s1}/d_{s2})^{(1-\beta)}$ . Dado que  $1 - \beta \approx 0.1$ , entonces en el segundo caso se tiene que ambos valores del esfuerzo de corte crítico son más similares entre sí que en el primer caso. Por ejemplo, sea  $d_{s1}/d_{s2} = 2$ . En el primer caso se tiene  $\tau_{c1}/\tau_{c2} = 2$ , en tanto que en el segundo caso esa misma razón es 1.07. Es decir, cuando las partículas del ejemplo forman parte de un lecho uniforme los esfuerzos de corte crítico de ellas difieren en un 100 %, siendo la partícula más fina mucho más móvil que la más gruesa, mientras que cuando ellas forman parte del mismo lecho heterogéneo, dichos esfuerzos difieren sólo en un 7 %, siendo la partícula más fina sólo levemente más móvil que la más gruesa.

El resultado anterior se relaciona con un concepto denominado *igual movilidad*, que indica que en un lecho de granulometría extendida, todas las fracciones granulométricas tienen un esfuerzo de corte crítico similar, es decir resultan ser similarmente móviles.

## 5.6 Estabilidad de enrocados

Una aplicación importante del concepto de arrastre incipiente, desde el punto de vista de la ingeniería fluvial, lo constituye el diseño de enrocados para protección de taludes. Básicamente existen dos situaciones distintas: taludes laterales y taludes de fondo. Los primeros corresponden a muros de defensa fluvial y los segundos a barreras transversales al flujo, del tipo barreras fijas utilizadas comúnmente en bocatomas.

Para el caso de taludes laterales es necesario modificar el análisis de estabilidad realizado anteriormente para tomar en cuenta la inclinación del talud en una dirección perpendicular a la del flujo. Considerando la situación esquematizada en la Fig. 5.10, donde  $\theta$  representa el ángulo de

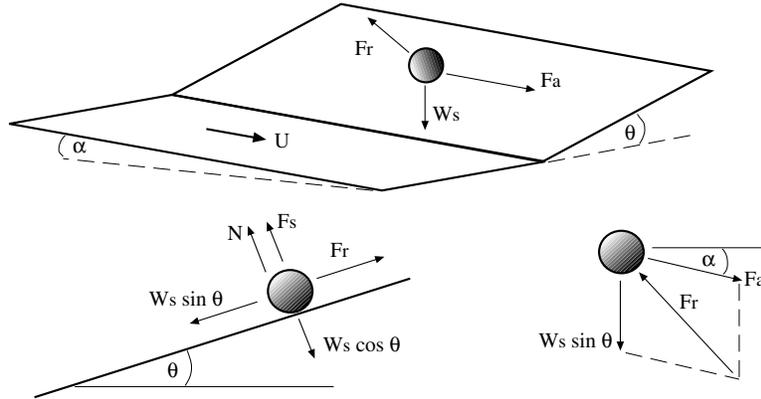


Figura 5.10: Umbral de arrastre en talud lateral.

inclinación del talud lateral y  $\alpha$  el ángulo de inclinación del lecho, se tiene para la condición umbral de arrastre:

$$F_r = \sqrt{F_a^2 + (W_s \sin \theta)^2}$$

$$N = W_s \cos \theta - F_s$$

Dado que ya hemos definido:  $F_r = \mu N$ , entonces se tiene:

$$\sqrt{F_a^2 + (W_s \sin \theta)^2} = \mu (W_s \cos \theta - F_s)$$

Reemplazando las expresiones para  $F_r$ ,  $F_s$  y  $W_s$  usadas previamente se llega a:

$$\sqrt{\left(\frac{u_f^2}{gRd_s}\right)^2 + \left(\frac{4 \sin \theta}{3 C_D}\right)^2} = \frac{4 \mu \cos \theta}{3 C_D} - \mu \frac{C_L}{C_D} \frac{u_f^2}{gRd_s}$$

Y como hemos expresado  $u_f/u_* = f(Re_{*p})$ , entonces es posible reducir la expresión anterior en términos del esfuerzo de corte crítico adimensional,  $\tau_{*c}$ :

$$\sqrt{\tau_{*c}^2 + \left(\frac{4 \sin \theta}{3 C_D f^2}\right)^2} = \frac{4 \mu \cos \theta}{3 C_D f^2} - \mu \frac{C_L}{C_D} \tau_{*c}$$

Si consideramos que en un lecho horizontal el esfuerzo de corte crítico adimensional está dado por:

$$\tau_{*c0} = \frac{4}{3} \frac{\mu}{C_D + \mu C_L} \frac{1}{f^2}$$

entonces el esfuerzo de corte crítico adimensional en el talud lateral,  $\tau_{*c}$  puede expresarse como una fracción de  $\tau_{*c0}$ , de modo que:

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}}\right)^2 + \left(\frac{\sin \theta}{\mu} \left(1 + \frac{C_L}{C_D} \mu\right)\right)^2} = \left(1 + \frac{C_L}{C_D} \mu\right) \cos \theta - \frac{C_L}{C_D} \mu \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*c0}}$$

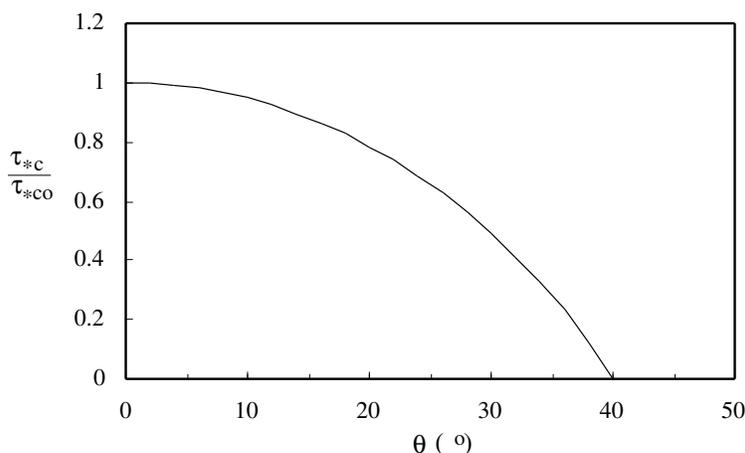


Figura 5.11: Esfuerzo de corte crítico en función del ángulo de inclinación del talud lateral.

La ecuación anterior se puede resolver para determinar el valor de la razón  $\tau_{*c}/\tau_{*c0}$  dados valores de  $\theta$ ,  $\mu$  y la razón  $C_L/C_D$ . Por ejemplo, para  $\mu = 0.84$  y  $C_L/C_D = 0.85$ , se tiene el resultado mostrado en la Fig. 5.11 para  $\tau_{*c}/\tau_{*c0}$  en función de  $\theta$ . Obviamente, cuando el ángulo  $\theta$  es igual al ángulo de reposo,  $\phi$ , (es decir  $\tan \theta = \mu$ ), entonces se tiene  $\tau_{*c} = 0$  y el talud falla aun cuando no exista esfuerzo de corte sobre él.

El problema de la estabilidad de taludes también se suele analizar, desde el punto de vista práctico, en términos de un criterio de velocidad crítica de arrastre. Algunas fórmulas empíricas utilizadas comúnmente para fines de diseño son:

Fórmula California Division of Highways:

$$\frac{U}{\sqrt{gRd_s}} = 1.92 \{ \sin(\phi - \theta) \}^{1/2}$$

Fórmula Lopardo-Estellé:

$$\frac{U}{\sqrt{gRd_s}} = 1.3 \left( \frac{h}{d_s} \right)^{1/6} \left\{ 1 - \frac{(\sin \theta)^2}{(\sin \phi)^2} \right\}^{1/4}$$

en general, no se recomienda usar valores del ángulo de reposo,  $\phi$ , superiores a alrededor de  $60^\circ$ . Valores tan altos como este último, pueden considerarse sólo cuando se especifique la colocación manual de elementos de enrocado suficientemente angulosos (material de cantera).

En el caso de enrocados de protección de taludes de fondo (como en el caso de barreras fijas), se pueden utilizar los criterios de arrastre incipiente para sedimento grueso presentados previamente. Por ejemplo, cualquiera de los criterios de velocidad crítica de arrastre son aplicables para el dimensionamiento de este tipo de enrocados. El problema usual consiste en determinar el tamaño (o peso) mínimo de los enrocados, para un caudal por unidad de ancho de diseño que escurre sobre la barrera que tiene un talud dado (Fig. 5.12). Para este fin, se requiere utilizar la condición de arrastre incipiente en conjunto con una ley de resistencia, que permita relacionar el caudal por

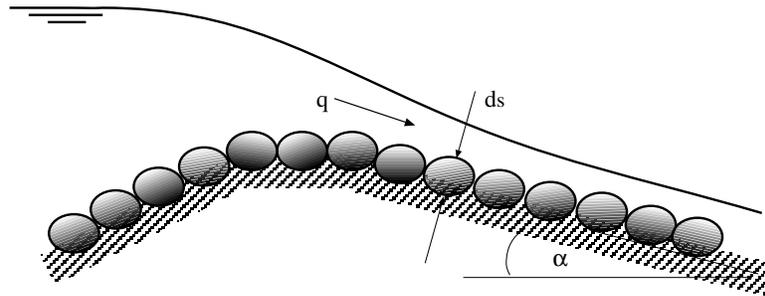


Figura 5.12: Enrocado de protección de barreras fijas.

unidad de ancho,  $q$ , con la altura de escurrimiento sobre el talud. Esta ley de resistencia debe, en general, corresponder a un escurrimiento de tipo macrorugoso, dado los valores altos de la rugosidad relativa del flujo sobre el enrocado que se da en este tipo de situación.

Una fórmula empírica utilizada comúnmente para dimensionar enrocados de protección de taludes de barreras fijas es la de Hartung y Schenerlein (1970) que es muy similar a la de Olivier (1967). Esta fórmula es válida para taludes inferiores a 5:1 (H:V):

$$\frac{q}{\sqrt{g} d_s^{3/2}} = 1.9 + 0.8 P - 3 \sin \alpha$$

donde  $P$  es un coeficiente que depende del tipo de colocación del enrocado. Para colocación por volteo se tiene:  $P = 0.625$ , para colocación manual:  $P = 1.125$ . Conocido el diámetro equivalente del enrocado, el peso de los elementos se estima como:

$$W = \gamma_s \frac{\pi d_s^3}{6}$$

## Capítulo 6

# MECANICA DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

### 6.1 Generalidades

Si las condiciones de escurrimiento en un canal aluvial superan la condición umbral de arrastre entonces el fluido es capaz de inducir el transporte generalizado del sedimento del lecho. Este transporte se puede clasificar en, al menos, dos modos: transporte de fondo y transporte en suspensión. En forma general puede definirse el transporte de fondo como aquel durante el cual las partículas de sedimento transportadas por el flujo se mantienen en frecuente contacto con el lecho. Transporte en suspensión, en contraste, es aquel durante el cual las partículas de sedimento son difundidas en la totalidad de la columna de agua, teniendo un infrecuente contacto con el lecho. Esta distinción entre modos de transporte es bastante subjetiva, sin embargo, en la práctica, ella resulta ser menos problemática, dado que el transporte de fondo está asociado a sedimento relativamente grueso (en el rango de arenas hacia arriba), en tanto el transporte en suspensión se relaciona con sedimento fino (desde arenas finas hacia abajo). Ello porque si bien, en principio, cualquier partícula podría ser puesta en suspensión (independientemente de su tamaño) si el escurrimiento tiene suficiente capacidad de arrastre, en la práctica dicha capacidad es limitada en cauces naturales a los rangos antes indicados.

Un análisis más detallado de ambos modos de transporte, incluyendo las condiciones límite o umbral que los separan, se realiza en las secciones siguientes, sin embargo puede darse aquí una definición más precisa de transporte en suspensión, siguiendo a van Rijn (1984): una partícula de sedimento se puede considerar en suspensión si ella permanece en la columna de agua por distancias superiores a 100 veces su tamaño.

Desde el punto de vista ingenieril, interesa determinar la tasa de transporte de sedimento, medida en volumen por unidad de tiempo o peso seco por unidad de tiempo, que atraviesa una determinada sección transversal del cauce, asociada a una condición hidráulica dada. Esta tasa, denominada también gasto sólido, permite realizar balances sedimentológicos en tramos del cauce para analizar un gran número de problemas de importancia práctica, tales como identificar zonas con tendencia a la erosión o depositación, estimar tasas de alimentación de sedimentos para la explotación de áridos, estimar la vida útil de un embalse, etc.

Ambos modos de transporte, de fondo y suspensión, generalmente coexisten en cauces naturales,

dada, por una parte, la extensión de la curva granulométrica de sus lechos y por otra, debido a la presencia en la columna de agua de sedimento muy fino aportado al cauce por el lavado de las cuencas aportantes. Este material muy fino no proviene del sedimento constituyente del lecho y permanece en suspensión en la columna de agua principalmente debido a fuerzas de cohesión entre partículas.

El gasto sólido total transportado por el flujo en una sección de cauce dada está compuesto, por lo tanto, de ambos modos de transporte, de fondo y suspensión, dando lugar al gasto sólido de fondo y gasto sólido en suspensión, respectivamente. Este último está, a su vez, compuesto del gasto sólido en suspensión proveniente del lecho y del gasto sólido en suspensión proveniente del lavado de la cuenca (conocido como *washload*).

En las secciones siguientes se revisarán los mecanismos asociados a los modos de transporte generalizado de sedimento y finalmente se revisará la ecuación de continuidad de sedimento o conservación de masa aplicada a la fracción sólida transportada por el flujo, la que permite estudiar cambios morfológicos (variación de la elevación del lecho) asociados a las variaciones espaciales de la capacidad de transporte de sedimentos del flujo en cauces naturales.

## 6.2 Gasto sólido de fondo

### 6.2.1 Mecanismos de transporte

Tal como se definió en la sección previa, el gasto sólido de fondo está asociado al modo de transporte de sedimento conocido como arrastre de fondo, para el cual las partículas se mantienen en la región cercana al lecho y en frecuente contacto con él. El movimiento del sedimento es gobernado principalmente por acción de fuerzas hidrodinámicas, la gravedad y el proceso de interacción de las partículas con el lecho.

Este modo de transporte ocurre fundamentalmente en tres submodos distintos: deslizamiento, rotación y saltación. En el primero, la partícula se desplaza sin rotar manteniendo un continuo contacto con el lecho. En el segundo, la partícula rota, manteniendo también un continuo contacto con el lecho. De ambos, el primero es mucho menos frecuente, puesto que el movimiento rotatorio se genera naturalmente al desplazarse las partículas sobre un lecho formado por partículas similares a las que están en movimiento, dispuestas irregularmente.

La saltación, por otro lado, es el principal mecanismo de transporte de fondo, siendo mucho más frecuente que la rotación, puesto que esta última está asociada a valores muy bajos del esfuerzo de corte aunque también puede producirse durante breves intervalos entre eventos de saltación.

### 6.2.2 Saltación

La saltación puede describirse como el transporte de fondo de partículas sólidas sobre un lecho granular en la forma de una sucesión de rebotes en los cuales la colisión de los granos de sedimento con el lecho juega un papel importante. En efecto, la saltación es gobernada por la acción de las fuerzas hidrodinámicas que acarrear a las partículas transfiriéndoles momentum en la dirección del flujo, la fuerza de gravedad que atrae las partículas hacia el lecho y la colisión de ellas con el lecho, proceso que transfiere su momentum horizontal a momentum vertical elevándolas en el campo de flujo, manteniendo de esa manera el proceso de saltación.

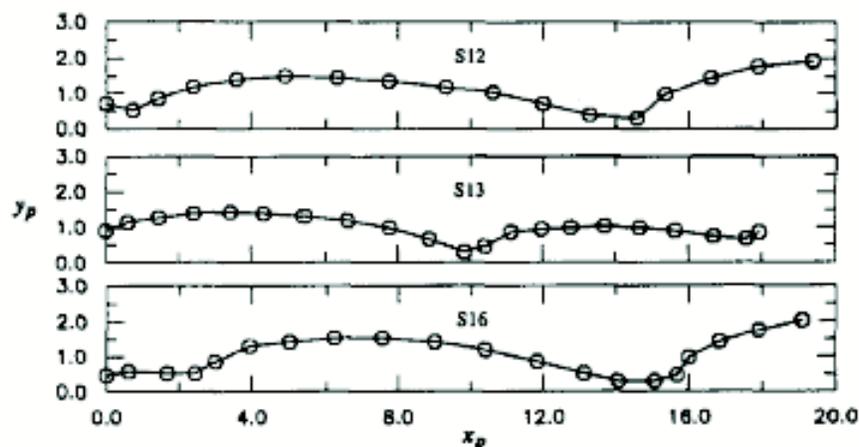


Figura 6.1: Ejemplo de eventos típicos de saltación tomados de Niño y García (1998a). Los símbolos corresponden a mediciones tomadas con un intervalo de 0.004 s. Las coordenadas  $x_p$  e  $y_p$  de las trayectorias han sido adimensionalizadas con el diámetro  $d_s$

Un ejemplo de eventos típicos de saltación de partículas de arena, de aproximadamente 0.5 mm de diámetro medio, registrados en los experimentos reportados por Niño y García (1998a), se muestra en la Fig. 6.1. De acuerdo a los resultados experimentales del proceso de saltación analizados por estos investigadores es posible concluir que, en general, la altura media de saltación,  $H_s$ , es del orden de una a dos veces el diámetro de la partícula, en tanto la longitud media del salto,  $L_s$ , es del orden de 5 a 15 veces dicho diámetro. La velocidad media de la partícula durante el salto, definida como  $L_s/T_s$  donde  $T_s$  denota la duración del salto, alcanza valores medios entre 3 a 8 veces la velocidad de corte  $u_*$ . Estas propiedades de la saltación tienden a aumentar levemente a medida que la capacidad de arrastre, medida como la razón  $\tau_*/\tau_{*c}$ , aumenta. Asimismo, estos resultados son válidos tanto para material relativamente fino, en el rango de arenas como las estudiadas por Niño y García (1998a), como para gravas de, al menos, hasta 30 mm de diámetro estudiadas por Niño et al. (1994).

Tal como se señaló previamente, el proceso de colisión con el lecho tiene una importancia fundamental en la mantención de la saltación. Consideremos la secuencia de imágenes mostrada en la Fig. 6.2 que ilustran la colisión entre una partícula en saltación y otra partícula del lecho. En este proceso se transmite una fuerza tangencial al lecho,  $T_g$ , en el sentido del escurrimiento. La relación entre esta fuerza y el peso sumergido de la partícula,  $W_g$  se define como el coeficiente de fricción dinámica:  $\mu_d$  (en analogía con el coeficiente de fricción estática o de Coulomb). Mediciones con partículas en saltación con tamaños en el rango de arenas a gravas demuestran que  $\mu_d$  tiene un valor medio de aproximadamente 0.3 (Niño et al., 1994a; Niño y García, 1998a).

El proceso de colisión con el lecho puede ser caracterizado en términos de los coeficientes de fricción,  $f$ , y restitución,  $e$ , definidos en la forma siguiente. Considerando el esquema de la Fig. 6.3, los vectores velocidad de entrada y salida con respecto a la colisión,  $\vec{u}_{in}$  y  $\vec{u}_{out}$ , respectivamente, pueden ser expresados en componentes tangenciales y normales al lecho en el punto de colisión,  $u_{Tin}$ ,  $u_{Tout}$  y  $u_{Nin}$ ,  $u_{Nout}$ , respectivamente. Con esta descomposición es posible escribir:

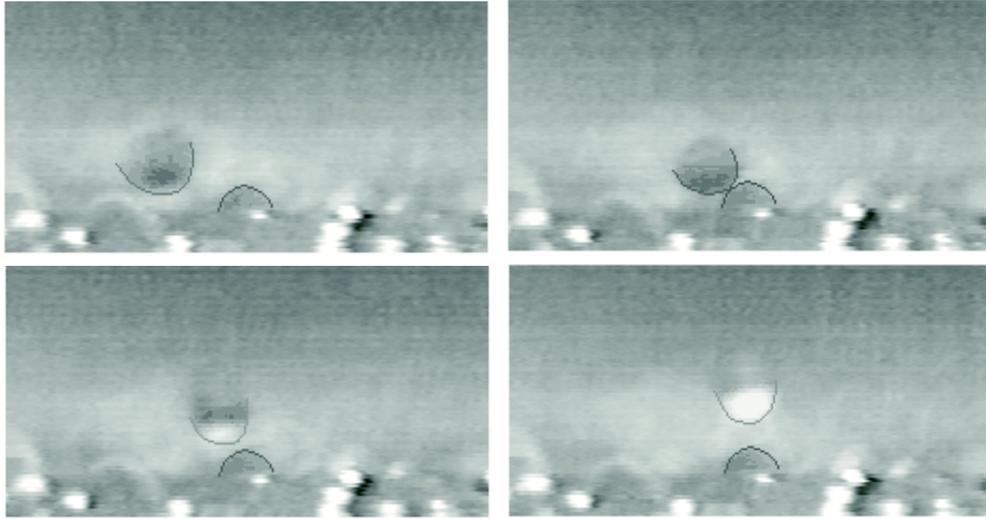


Figura 6.2: Secuencia de imágenes ilustrando un evento de colisión entre una partícula en saltación y otra partícula que forma parte del lecho, tomada de Niño y García (1998a). Las imágenes corresponden a un intervalo de 0.004 s. El campo de visión es de 7.4 por 3.8 mm y el tamaño del sedimento es de 0.9 mm.

$$f = \frac{u_{Tout}}{u_{Tin}} \quad ; \quad e = -\frac{u_{Nout}}{u_{Nin}}$$

De acuerdo a los resultados experimentales de Niño et al. (1994a) y Niño y García (1998a) el coeficiente  $f$  toma valores entre 0.7 y 0.9, en tanto que los valores del coeficiente de restitución están entre 0.1 y 0.5, decreciendo a medida que la capacidad de arrastre ( $\tau_*/\tau_{*c}$ ) aumenta.

Tal como se ha señalado, la saltación procede en base a una secuencia de rebotes o colisiones con el lecho, hasta que la partícula queda retenida en alguna cavidad de éste, debido, principalmente, a una pérdida de momentum longitudinal y al entramamiento de ella con irregularidades del lecho. La partícula permanece en reposo durante un intervalo de tiempo, que, en el caso de arena, es

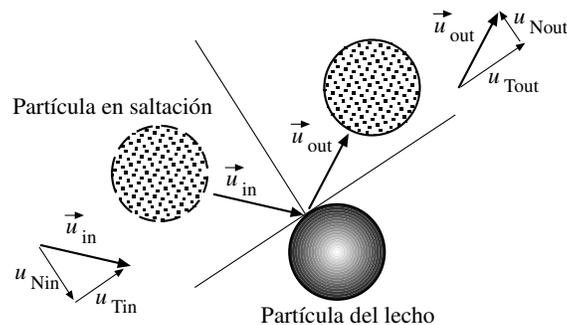


Figura 6.3: Definición de velocidades normales y tangenciales de entrada y salida al punto de colisión.

en promedio bastante breve: menos de un segundo, según resultados experimentales de Niño y García (1998a). La partícula es incorporada nuevamente a la saltación, básicamente mediante dos procesos: turbulencia intermitente en las cercanías del lecho (un proceso conocido como *bursting*) y debido a colisiones de otras partículas en saltación que destraban a la partícula en reposo.

Niño y García (1994, 1998b) realizaron simulaciones numéricas del proceso de saltación basadas en un modelo matemático lagrangeano del movimiento de partículas en las cercanías del lecho de un flujo con superficie libre. Las ecuaciones que representan el movimiento de las partículas de sedimento propuestas por ellos son, en términos adimensionales:

$$\begin{aligned} \frac{du_p}{dt} &= -\frac{3}{4} \alpha C_D |u_R| (u_p - u_f) + \alpha C_m \frac{du_f}{dy} v_p + \frac{\alpha \sin \theta}{\tau_*} \\ &+ 9 \frac{\alpha}{\sqrt{R_p} \tau_*^{1/4}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{d}{d\tau} (u_f - u_p) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} \\ \frac{dv_p}{dt} &= -\frac{3}{4} \alpha C_D |u_R| v_p + \frac{3}{4} \alpha C_L (|u_R|_T^2 - |u_R|_B^2) - \frac{\alpha \cos \theta}{\tau_*} \\ &- 9 \frac{\alpha}{\sqrt{R_p} \tau_*^{1/4}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{d}{d\tau} (v_p) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} + \frac{3}{4} \alpha |u_R| (S - \frac{1}{2} \frac{du_f}{dy}) \end{aligned}$$

donde las variables han sido adimensionalizadas usando el diámetro de la partícula como escala de longitud, la velocidad de corte del flujo como escala de velocidad y la razón entre estas variables como escala de tiempo. La definición de variables es mostrada en el esquema de la Fig. 6.4. En las ecuaciones anteriores,  $u_p$  y  $v_p$  denotan las velocidades adimensionales en la dirección del flujo ( $x$ ) y normal al lecho ( $y$ ), respectivamente,  $u_f(y)$  es la velocidad del flujo promediada sobre la turbulencia, la cual varía solo en la dirección normal al lecho, suponiendo flujo uniforme,  $u_R$  denota el vector velocidad relativa adimensional de la partícula con respecto al flujo ( $|u_R|^2 = (u_p - u_f(y))^2 + v_p^2$ ), y  $|u_R|_T$ ,  $|u_R|_B$  denotan el valor de  $|u_R|$  en los extremos superior e inferior de la partícula, respectivamente. En las ecuaciones anteriores  $t$  representa tiempo adimensional,  $C_D$ ,  $C_L$  y  $C_m$  denotan los coeficientes de arrastre y sustentación hidrodinámica y masa agregada, respectivamente,  $S$  denota la velocidad angular adimensional de la partícula,  $R$ ,  $R_p$  y  $\tau_*$  son los parámetros adimensionales de control habituales,  $\alpha = 1/(1 + R + C_m)$ ,  $\theta$  es el ángulo de inclinación del lecho y  $\tau$  es una variable auxiliar de integración.

Los términos de la mano derecha de la primera ecuación representan los efectos de arrastre hidrodinámico (usualmente fuera del rango de Stokes), masa agregada, peso sumergido proyectado en la dirección del flujo y fuerza de Basset, respectivamente. En la segunda ecuación estos términos representan arrastre hidrodinámico, fuerza de sustentación debido al perfil de velocidad  $u_f(y)$ , componente normal al lecho del peso sumergido, fuerza de Basset y fuerza Magnus debido a la rotación de la partícula, respectivamente.

Las ecuaciones que rigen el equilibrio dinámico de las partículas de sedimento en movimiento se combinan con las ecuaciones lagrangeanas para la posición de ellas:

$$\begin{aligned} \frac{dx_p}{dt} &= u_p \\ \frac{dy_p}{dt} &= v_p \end{aligned}$$

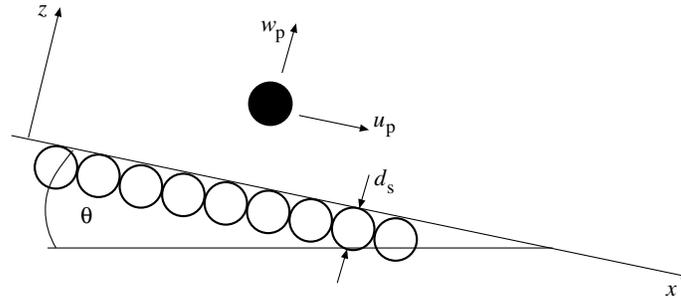


Figura 6.4: Esquema de definición del proceso de saltación.

donde  $x_p$  e  $y_p$  denotan las coordenadas de posición del centroide de la partícula.

El perfil de velocidad media del flujo,  $u_f$ , que experimenta la partícula en su movimiento es estimado utilizando la ley logarítmica, válida para el flujo en canales:

$$u_f = \frac{1}{\kappa} \ln(y_p) + B_0$$

donde  $B_0$  es un coeficiente que en pared hidrodinámicamente rugosa toma un valor igual a 8.5 y que de lo contrario depende de  $Re_{*p}$ , suponiendo que el tamaño  $d_s$  determina la rugosidad del lecho.

Niño y García (1994, 1998b) utilizaron además un modelo estocástico para representar la colisión con el lecho de las partículas en saltación. Este modelo estocástico de colisión en conjunto con las ecuaciones determinísticas para el movimiento de partículas en el flujo permitió realizar simulaciones numéricas para las mismas condiciones experimentales usadas por Niño et al. (1994) y Niño y García (1998a), encontrándose un muy buen ajuste de los resultados de las simulaciones a los datos experimentales. En particular se logra reproducir adecuadamente momentos de primer y segundo orden observados para las variables que caracterizan la saltación, como la altura y longitud del salto, velocidad media de la partícula durante el salto y coeficiente de fricción dinámica. Un ejemplo de una secuencia de saltos simulada por Niño y García (1998b) se muestra en la Fig. 6.5.

### 6.2.3 Gasto sólido de fondo para sedimento de tamaño uniforme

Es posible hacer uso de la información respecto al proceso de saltación, para formular de manera analítica una relación que permita determinar el gasto sólido de fondo inducido por un flujo dado sobre un lecho de sedimento de tamaño uniforme. Niño y García (1998b) formularon tal relación siguiendo las ideas de Bagnold (1956). Específicamente, plantearon un modelo para gasto sólido de fondo en equilibrio en un flujo permanente, suponiendo que el transporte de fondo ocurre en el modo de saltación en una región adyacente al lecho, denominada *capa de arrastre de fondo*. De acuerdo a los antecedentes que se han expuesto, dicha capa tiene un espesor de aproximadamente 2 diámetros de partícula. Así, es posible plantear que el gasto sólido de fondo transportado en la capa de arrastre de fondo,  $i_b$  (entendido como peso sumergido de sedimento por unidad de ancho y tiempo), puede ser expresado como:

$$i_b = W_b u_b$$

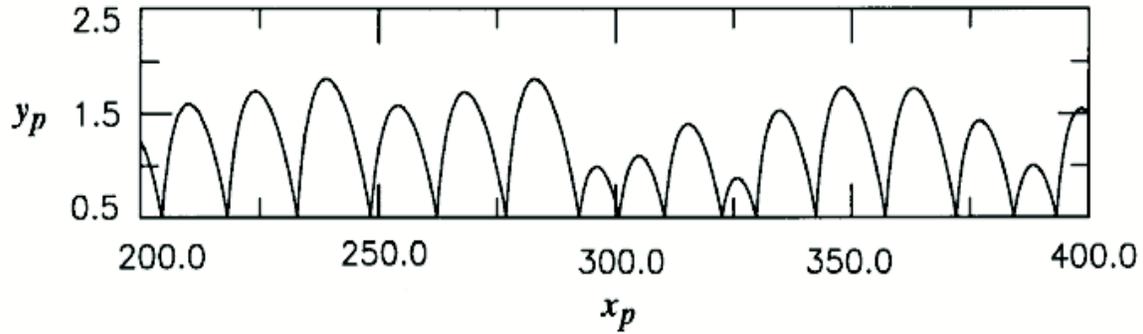


Figura 6.5: Simulación numérica del proceso de saltación para las condiciones  $\tau_* = 0.15$ ,  $R_p = 7400$  y  $\tan \theta = 0.05$  (Niño y García, 1998b).

donde  $W_b$  denota el peso sumergido de la capa de arrastre de fondo por unidad de área del lecho y  $u_b$  denota la velocidad media de los granos de sedimentos en el arrastre de fondo. Usando la definición del coeficiente de fricción dinámica,  $\mu_d$ , entonces es posible expresar:

$$W_b = \tau_g / \mu_d$$

donde  $\tau_g$  denota el esfuerzo de corte que los granos de sedimento en saltación transmiten al lecho. Para determinar esta variable es necesario hacer un balance de fuerzas en la capa de arrastre de fondo. Sobre esta capa el fluido ejerce un esfuerzo de corte  $\tau_t$ ; en la base, debido al contacto con los granos del lecho, la capa recibe como reacción el esfuerzo de corte  $\tau_g$ , además del esfuerzo residual de fluido  $\tau_b$ . Considerando además el efecto de la gravedad proyectada en la dirección del flujo, el balance de fuerzas se expresa como:

$$\tau_t + W_b \sin \theta = \tau_g + \tau_b$$

Si el sedimento es de pequeño diámetro (por ejemplo, en el rango de arenas), el espesor de la capa de arrastre de fondo será pequeño y puede considerarse que  $\tau_t \approx \tau_0$ , donde  $\tau_0 = \rho u_*^2$  denota el esfuerzo de corte de fondo. Una de las hipótesis de Bagnold indica que el esfuerzo de corte residual  $\tau_b$ , en condiciones de transporte de fondo en equilibrio, no puede ser sino el esfuerzo de corte para el umbral de arrastre,  $\tau_c$ . El argumento es como sigue: dentro de la capa de arrastre de fondo y debido a la presencia de partículas, el esfuerzo de corte del fluido disminuye hacia el lecho, desde el valor  $\tau_t$  sobre la capa, hasta el valor  $\tau_b$  en el lecho. La reducción de esfuerzo de corte aumenta mientras mayor sea la concentración de partículas en la capa. Si  $\tau_b > \tau_c$ , partículas del lecho se incorporarán a la capa de arrastre de fondo, aumentando la concentración de partículas en ella, reduciendo el valor de  $\tau_b$ . Si prevalecen condiciones de transporte en equilibrio, entonces, en promedio, la cantidad de partículas en el lecho se mantiene constante y la concentración de sedimento en saltación dentro de la capa de arrastre alcanza un máximo para el cual  $\tau_b = \tau_c$ .

Luego suponiendo que la pendiente del canal es pequeña se tiene:

$$\tau_g = \tau_0 - \tau_c$$

y reemplazando en la expresión para  $i_b$  se llega a:

$$i_b = \frac{1}{\mu_d} (\tau_0 - \tau_c) u_b$$

La tasa de transporte  $i_b$  se puede expresar en términos de la forma propuesta por Einstein para el gasto sólido volumétrico adimensional,  $q_s^*$  dado por:

$$q_s^* = \frac{i_b}{\sqrt{\rho^2 (R g d_s)^3}} = \frac{q_s}{\sqrt{g R d_s^3}}$$

donde  $q_s$  denota el gasto sólido volumétrico por unidad de ancho. Reemplazando esta definición en la ecuación obtenida para  $i_b$ , se llega a:

$$q_s^* = \frac{1}{\mu_d} \tau_*^{1/2} (\tau_* - \tau_{*c}) \frac{u_b}{u_*}$$

donde  $\tau_*$  y  $\tau_{*c}$  denotan los esfuerzos adimensionales de fondo y umbral de arrastre, respectivamente.

Para completar el análisis es necesario estimar el valor de la velocidad  $u_b$ . Identificando esta velocidad con la velocidad media de los granos en saltación, y utilizando la relación propuesta por Fernandez-Luque y van Beek (1976) (similar a aquellas propuestas por Ashida y Michiue, 1972; Bridge y Dominic, 1984; Bridge y Bennett, 1992), se tiene:

$$\frac{u_b}{u_*} = a \left(1 - b \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c}}\right)^{-1/2}\right)$$

donde  $a$  es un coeficiente que toma un valor del orden de 11.5, en tanto  $b$  toma un valor de alrededor de 0.7. Esta ecuación y los valores de los coeficientes  $a$  y  $b$  han sido verificados numéricamente a partir de las simulaciones del proceso de saltación por Niño y García (1998b). Reemplazando esta ecuación en la relación encontrada previamente para  $q_s^*$  se obtiene:

$$q_s^* = \frac{a}{\mu_d} (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - b \tau_{*c}^{1/2})$$

expresión que tiene la misma forma de la relación de gasto sólido de fondo propuesta por Engelund y Fredsøe (1976) y además resulta similar a aquellas propuestas por Meyer-Peter y Muller (1948), Ashida y Michiue (1972) y Fernandez-Luque y van Beek (1976). Estas cuatro últimas relaciones son de carácter empírico o semi-empírico y se expresan como:

$$q_s^* = 18.74 (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - 0.7 \tau_{*c}^{1/2})$$

$$q_s^* = 8 (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2}$$

$$q_s^* = 17 (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - \tau_{*c}^{1/2})$$

$$q_s^* = 5.7 (\tau_* - \tau_{*c})^{3/2}$$

donde los valores de  $\tau_{*c}$  son estimados como 0.05, 0.048, 0.05 y 0.05 a 0.058, en cada caso, respectivamente.

Una comparación de los valores de  $q_s^*$  predichos por las relaciones anteriores en función de  $\tau_*$  se presenta en la Fig. 6.6. Claramente todas estas ecuaciones predicen valores similares del

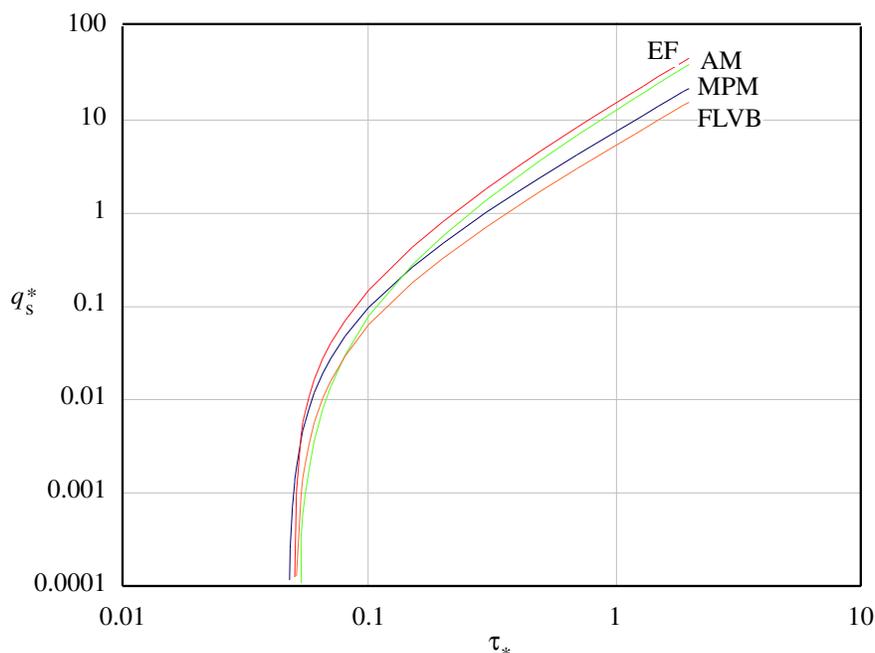


Figura 6.6: Relaciones adimensionales para el gasto sólido de fondo. MPM denota Meyer-Peter y Muller, EF denota Englund y Fredsøe, AM denota Ashida y Michiue y FLVB denota Fernandez-Luque y van Beek.

gasto sólido volumétrico de fondo adimensional. Para valores de  $\tau_*$  cercanos a  $\tau_{*c}$  el valor de  $q_s^*$  presenta una gran variación para pequeñas variaciones del esfuerzo de corte adimensional. Esto es indicativo de la gran incertidumbre e imprecisión asociada a la estimación del gasto sólido de fondo en cauces naturales. Pequeños errores en la estimación de  $\tau_*$  pueden conducir a grandes errores en la estimación de  $q_s^*$ . Para valores de  $\tau_* \gg \tau_{*c}$ , todas las relaciones predicen que  $q_s^*$  tiende a crecer proporcional a  $\tau_*^{3/2}$ .

De las ecuaciones de gasto sólido de fondo revisadas, la más popular es la de Meyer-Peter y Muller. Esta relación fue propuesta a partir de información experimental de laboratorio con partículas de sedimento relativamente grueso, en el rango de arenas a gravas y con granulometría uniforme y también mezclas de sedimentos de distintos tamaños.

Es interesante notar que si se reemplazan los valores de  $a = 11.5$ ,  $b = 0.7$  y  $\mu_d = 0.3$ , obtenidos numéricamente a partir de la simulación del proceso de saltación y validados experimentalmente, se obtiene la siguiente relación:

$$q_s^* = 38.3 (\tau_* - \tau_{*c}) (\tau_*^{1/2} - 0.7 \tau_{*c}^{1/2})$$

Comparando esta expresión con las relaciones empíricas y semi-empíricas revisadas previamente resulta claro que la teoría desarrollada tiende a sobre-estimar el valor de  $q_s^*$ . De hecho, el coeficiente 38.3 de la ecuación anterior (calibrado con valores experimentales de las constantes del modelo) resulta ser del orden del doble del coeficiente 18.74 de la ecuación de Englund y Fredsøe. Niño y García (1998b) argumentan que esto es indicativo de una falla importante en las hipótesis de Bagnold que condujeron al modelo teórico de gasto sólido de fondo. En particular, la hipótesis que

expresa que el esfuerzo de corte se reduce desde  $\tau_0$  hasta  $\tau_c$  en la capa de gasto sólido de fondo parece no ser adecuada, dado que tendería a sobre-estimar la caída del esfuerzo de corte en esta capa debido a interacciones fluido-partícula, particularmente para condiciones de gasto sólido de baja intensidad.

Más recientemente, Seminara et al. (2002) y Parker et al. (2003) revisaron la formulación de Bagnold, demostrando que ella, además de los problemas señalados antes, falla al analizar el transporte de fondo en lechos con pendiente en la dirección transversal al flujo, no se puede generalizar a transporte en condiciones de no equilibrio y no se puede generalizar al caso de sedimento de granulometría extendida. En particular, Parker et al. (2003) desarrollaron un modelo de gasto sólido de fondo basado en una hipótesis de balance dinámico entre la tasa a la cual partículas del lecho se incorporan a la capa de gasto sólido de fondo y la tasa a la cual partículas de dicha capa se depositan en el lecho. Esta hipótesis conduce a una ecuación de gasto sólido que tiene exactamente la misma estructura que la obtenida previamente con el modelo de Bagnold, sin embargo, conceptualmente no incorpora sus hipótesis y por lo tanto no colapsa al imponer sobre ella información empírica del proceso de saltación. Asimismo, esta nueva formulación permite extender sin dificultad la ecuación de gasto sólido al caso de un lecho con pendiente transversal a la dirección del escurrimiento.

Una avenida alternativa al análisis del gasto sólido de fondo lo constituye el método de Einstein (1950). Este método se basa en el concepto de *tasa de incorporación*, que representa el volumen de partículas que salen del lecho y se incorporan a la capa de gasto sólido, por unidad de área del lecho y por unidad de tiempo, y de las propiedades del proceso de saltación. Llamando  $E$  a la tasa de incorporación y  $\Lambda$  a la longitud total media recorrida por una partícula en saltación desde que se incorpora a la capa de gasto sólido hasta que se detiene, es posible plantear:

$$q_s = \Lambda E$$

relación que indica que el volumen de sedimento por unidad de ancho que pasa por una sección transversal dada del flujo proviene de la incorporación de partículas del lecho en un área que se extiende una distancia  $\Lambda$  aguas arriba de la sección de control. Según Einstein, la longitud recorrida por la partícula es proporcional al tamaño de la partícula, tal que:  $\Lambda = 100 d_s$ . Otros investigadores han confirmado esta relación aunque han propuesto otros factores de proporcionalidad.

Einstein hace un análisis estocástico para predecir la probabilidad de que un grano de sedimento deje el lecho y se incorpore a la saltación. La fórmula de Einstein para el gasto sólido de fondo, en el caso de un sedimento de granulometría uniforme, se expresa como:

$$\frac{43.5 q_s^*}{1 + 43.5 q_s^*} = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi_0}^{\xi_1} \exp(-t^2) dt$$

donde

$$\xi_0 = -\frac{0.143}{\tau_*} - 2 \quad ; \quad \xi_1 = \frac{0.143}{\tau_*} - 2$$

Las predicciones de la fórmula de Einstein se muestran en la Fig. 6.7, en conjunto con las de las otras ecuaciones de gasto sólido de fondo revisadas previamente. Es claro que la ecuación de Einstein no predice valores del gasto sólido muy distintos de los predichos por las otras relaciones de gasto sólido, excepto para valores pequeños del esfuerzo de corte adimensional. Las diferencias en este caso se deben a que Einstein no introduce el concepto de esfuerzo de corte crítico en su

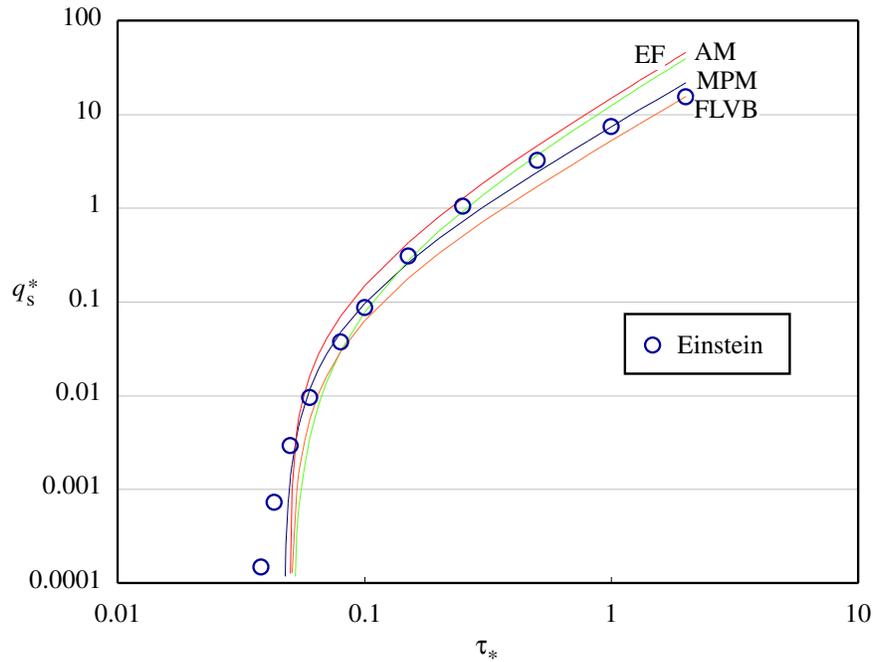


Figura 6.7: Comparación entre las relaciones adimensionales para el gasto sólido de fondo mostradas en la Fig. 6.6 y la fórmula de Einstein.

formulación, y por lo tanto no existe un umbral de arrastre con gasto sólido nulo en la ecuación resultante.

Un método de cálculo del gasto sólido de fondo que no sigue ninguna de las dos escuelas antes mencionadas (Bagnold o Einstein) y sin embargo es bastante utilizado en la práctica es el propuesto por Ackers y White (1973). Este método supone una relación entre dos parámetros adimensionales,  $G_{gr}$  y  $F_{gr}$ , los que son denominados *eficiencia del proceso de transporte* (que representa la tasa de arrastre de fondo adimensional) y *factor de movilidad* (que representa la razón entre el esfuerzo de corte efectivo sobre las partículas de sedimento y el peso sumergido de ellas). Estos parámetros se definen como:

$$G_{gr} = \frac{q_s u_*^n}{d_s U^{1+n}}$$

$$F_{gr} = \frac{u_*^n}{\sqrt{g R d_s}} \left( \frac{U}{\sqrt{32} \log_{10}(10 \frac{h}{d_s})} \right)^{1-n}$$

donde  $h$  denota la altura de escurrimiento,  $U$  denota la velocidad media del flujo y  $n$  es un coeficiente que depende del tamaño del sedimento adimensionalizado de la forma:

$$D_{gr} = d_s \left( \frac{g R}{\nu^2} \right)^{1/3} = R_p^{2/3}$$

La relación de Ackers y White se expresa como:

$$G_{gr} = C \left( \frac{F_{gr}}{A} - 1 \right)^m$$

donde  $A$ ,  $C$  y  $m$  son coeficientes que, al igual que  $n$ , dependen de  $D_{gr}$ . Esta relación indica que se requiere  $F_{gr} > A$  para que exista arrastre de fondo (i.e.,  $q_s \neq 0$ ), de modo que  $F_{gr} = A$  representa una condición de arrastre incipiente según este modelo.

La ecuación anterior es aplicable solo si  $D_{gr} > 1$ . Los valores de los parámetros  $A$ ,  $C$ ,  $m$  y  $n$ , son determinados de la forma siguiente:

Si  $1 < D_{gr} < 60$ , entonces:

$$A = \frac{0.23}{\sqrt{D_{gr}}} + 0.14$$

$$C = 10^{(2.86 \log_{10}(D_{gr}) - (\log_{10}(D_{gr}))^2 - 3.53)}$$

$$m = \frac{9.66}{D_{gr}} + 1.34$$

$$n = 1 - 0.56 \log_{10}(D_{gr})$$

Si  $D_{gr} > 60$ , entonces:

$$A = 0.17$$

$$C = 0.025$$

$$m = 1.5$$

$$n = 0$$

#### 6.2.4 Transporte de fondo de sedimento no uniforme. El concepto de igual movilidad

Usualmente ríos de montaña o de zonas de pendientes relativamente altas, como es el caso de la gran parte de los ríos Chilenos, tienen lechos de grava, con granulometrías extendidas, que incorporan desde grandes bolones hasta arenas. Un aspecto importante de considerar en el caso de estos lechos de granulometría no uniforme, corresponde al arrastre diferenciado de las distintas fracciones granulométricas presentes. Las partículas más gruesas son intrínsecamente más difíciles de mover que las más finas. Esto usualmente conduce a la formación de una capa superficial en el lecho, que es de granulometría más gruesa que el sustrato. Esta capa se denomina *coraza*.

Parker y Klingeman (1982) hacen una diferenciación básica entre *coraza estática* y *coraza móvil*. La primera está asociada a una situación en la que un tramo de cauce deja de recibir una alimentación de sedimentos desde aguas arriba, por ejemplo en el caso en que se construye una presa en el cauce. La coraza estática, por lo tanto, se obtiene como consecuencia del lavado del material más fino del lecho hasta alcanzar una capa superficial inmóvil con una granulometría claramente más gruesa que la del lecho original y que la del sustrato.

Coraza móvil corresponde a una situación en la que existe una alimentación normal a un determinado tramo de cauce, y el efecto del transporte diferenciado de finos y gruesos da lugar a una capa superficial móvil, pero que es más gruesa que el sustrato. Parker y Toro-Escobar (2002) relacionan la existencia de la coraza móvil con el concepto de *igual movilidad*. Ellos distinguen dos formas para este concepto: la *débil* y la *fuerte*. La forma débil expresa: i) las partículas de grava más gruesa son más difíciles de mover que las más finas; ii) un cauce con lecho de grava, sin embargo,

debe mover la parte más gruesa de su carga media anual de sedimento de arrastre de fondo a la misma tasa que la de la parte más fina para que el sistema esté en equilibrio; iii) esto se logra *sobreexponiendo* las fracciones granulométricas más gruesas en la capa más superficial del lecho, creando una coraza móvil; iv) la mayor disponibilidad de material más grueso para ser incorporado como arrastre fondo compensa, por lo tanto, la dificultad intrínseca de mover este material, dando lugar a una ecualización de la granulometría del material transportado como gasto sólido de fondo; v) La intensidad de este acorazamiento tiende a disminuir a medida que aumenta el caudal y la capacidad del flujo de transportar sedimentos.

La forma fuerte del concepto de igual movilidad expresa que en un cauce con lecho de grava, la distribución granulométrica de la carga media anual de grava tiende a ser más fina que aquella contenida en la coraza superficial observada en tal cauce para caudales bajos y similar a aquella contenida en el sustrato.

La forma débil del concepto de igual movilidad se denomina como tal porque tiende a ser una tautología. Al considerar que el lecho de grava está en equilibrio, es obvio que el lecho tiene que acomodar su granulometría de modo que fracciones gruesas y finas se transporten a la misma tasa, lo cual conduce a la necesidad de sobreexponer las fracciones más gruesas.

La hipótesis de igual movilidad ha sido criticada por varios investigadores, lo cual, sin embargo, ha sido consecuencia de una mala interpretación de ella. La hipótesis no implica que todos los granos son intrínsecamente igualmente móviles, sino lo contrario, los granos gruesos son intrínsecamente menos móviles que los más finos y que la tendencia a la ecualización de la movilidad de las distintas fracciones se logra mediante el engruesamiento de la capa superficial asegurando la sobreexposición del material más grueso. Esta hipótesis tampoco implica que todos los granos comienzan a moverse bajo el mismo valor umbral del esfuerzo de corte de fondo. Ella se aplica en cambio al caso de un lecho plenamente móvil en equilibrio. De hecho muchos modelos de gasto sólido de fondo para sedimento de granulometría extendida evitan incorporar un esfuerzo de corte crítico en su formulación. Finalmente es necesario aclarar que el concepto de igual movilidad se aplica a una condición promediada en el tiempo sobre la morfología creada por el paso de sucesivos hidrogramas capaces de poner en movimiento el lecho.

La hipótesis de igual movilidad ha sido estudiada recientemente por Parker y Toro-Escobar (2002) utilizando información tanto de terreno (usando los datos de Lisle, 1995) como de laboratorio. La principal conclusión obtenida es que tanto la información de laboratorio como de terreno confirman ambas formas de la hipótesis, la débil y la fuerte, sin embargo, ello no es cierto en todos los casos. Existen algunos cauces naturales en los cuales la forma fuerte de la hipótesis (es decir, que la granulometría de la fracción de gravas del gasto sólido es idéntica a aquella de la fracción de gravas del sustrato) no se cumple. Los cauces en los que no se cumple la hipótesis tienden a ser pequeños arroyos en las partes altas de las cuencas estudiadas (Lisle, 1995).

### 6.2.5 Gasto sólido de fondo para sedimento de granulometría extendida

Algunas de las ecuaciones de gasto sólido de fondo revisadas previamente han sido aplicadas al caso de granulometría no uniforme introduciendo alguna recomendación para estimar el tamaño del sedimento a ser usado en cada caso. Por ejemplo, la fórmula de Meyer-Peter y Muller se recomienda aplicarla usando el tamaño medio del sedimento, tal que  $d_s = d_{sm}$ , mientras que la ecuación de Ackers y White se recomienda aplicarla usando  $ds = D_{35}$ . Por otro lado, Einstein propone una corrección a su fórmula tomando en cuenta un factor de escondimiento para corregir los valores de

$\xi_0$  y  $\xi_1$ , aplicándola a cada fracción granulométrica por separado y luego sumando sobre todas las fracciones, considerando el porcentaje retenido de cada fracción en la curva granulométrica.

Estas consideraciones, sin embargo, no toman en cuenta el fenómeno de formación de la coraza en presencia de una granulometría extendida y, por lo tanto, las ecuaciones clásicas de gasto sólido revisadas hasta ahora no necesariamente son aplicables a tales condiciones.

El transporte de sedimentos en un lecho de granulometría extendida depende de la cantidad de cada fracción granulométrica presente en la superficie del lecho, es decir de la granulometría de la coraza (Wilcock y Crowe, 2003). Cualquier método de cálculo de gasto sólido de fondo que no incorpore esta información y se base solo en la granulometría del sustrato será incapaz de estimar adecuadamente las tasas de transporte, en tanto no podrá tomar en cuenta los procesos de segregación que ocurren en la capa superficial. Existen al menos dos métodos de cálculo del gasto sólido de fondo en lechos de granulometría extendida que se basan en la granulometría de la coraza: Parker (1990) y Wilcock y Crowe (2003).

Considerando los efectos asociados a un lecho de granulometría extendida, y en particular la distribución granulométrica de la coraza, Parker (1990) desarrolló una metodología de cálculo del gasto sólido de fondo, basado en datos de terreno medidos en un par de arroyos montañosos de Nueva Zelanda y California, Estados Unidos. Esta metodología, sin embargo, es definida solo relativa a tamaños mayores a 2 mm y, por lo tanto, no toma en cuenta la fracción de arenas presente en la capa superficial.

Sea  $\{(d_{si}, F_i), i = 1, N\}$  la curva granulométrica de la coraza, formada por  $N$  fracciones granulométricas, donde  $F_i$  representa el porcentaje retenido asociado a la fracción de tamaño  $d_{si}$ . Esta curva no debe contener tamaños inferiores a 2 mm. Ello significa que si la curva granulométrica disponible contiene dichos tamaños, ella debe ser cortada a 2 mm y el gasto sólido calculado con este método corresponderá solo a fracciones de tamaño superior. El método de Parker no permite estimar el gasto sólido de las arenas arrastradas por el flujo.

Sea  $q_s$  el gasto sólido total de fondo, medido como tasa volumétrica por unidad de ancho. Este corresponde a la suma sobre el gasto sólido asociado a cada fracción granulométrica ( $q_{si}$ ):

$$q_s = \sum_{i=1}^N q_{si}$$

La fracción retenida correspondiente a  $d_{si}$  en el material transportado es:

$$p_i = \frac{q_{si}}{q_s}$$

Parker adimensionaliza  $q_{si}$  en la forma:

$$W_{si}^* = \frac{R g q_{si}}{u_*^3 F_i}$$

donde  $q_{si}/F_i$  es una medida de la cantidad de material arrastrado correspondiente a la fracción  $d_{si}$  si éste estuviera exclusivamente representado en el lecho, aunque considera los efectos de acondicionamiento y sobreexposición asociados a la granulometría de la coraza.

Por otra parte, si  $d_{sg}$  es el tamaño medio geométrico de la mezcla, entonces el esfuerzo de corte adimensional asociado es:

$$\tau_{*sg} = \frac{u_*^2}{g R d_{sg}}$$

Este valor se normaliza de modo que:

$$\phi_{sg0} = \frac{\tau_{*sg}}{\tau_{*rsg}}$$

donde  $\tau_{*rsg}$  representa un esfuerzo de corte de referencia al cual se le asigna un valor igual a 0.0386.

La ecuación de gasto sólido de Parker relaciona este esfuerzo de corte adimensional normalizado con la tasa de transporte adimensional mediante:

$$W_{si}^* = 0.00218 G(X_i)$$

donde

$$X_i = \omega g_{0i} \phi_{sg0}$$

representa el esfuerzo de corte adimensional, normalizado, modificado por efecto de escondimiento/sobreexposición (donde  $g_{0i}$  representa una función de escondimiento/sobreexposición evaluada para la fracción  $i$ ) y además modificado por un parámetro de estiramiento para ajustar datos empíricos (donde  $\omega$  representa el parámetro de estiramiento). Por otro lado,  $G$  representa una función que está dada por:

$$G(\xi) = \begin{cases} 5474 (1 - 0.853/\xi)^{4.5} & \xi \geq 1.65 \\ \exp(14.2 (\xi - 1) - 9.28 (\xi - 1)^2) & 1 \leq \xi < 1.65 \\ \xi^{M_0} & \xi \leq 1 \end{cases}$$

con  $M_0 = 14.2$ .

Las funciones de escondimiento y estiramiento propuestas por Parker son:

$$g_{0i} = \left(\frac{d_{si}}{d_{sg}}\right)^{-0.0951}$$

$$\omega = 1 + \frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi 0}} (\omega_0 - 1)$$

donde  $\sigma_\phi = \log_2(\sigma_{sg})$  y  $\sigma_{sg}$  denota la desviación estándar geométrica del material del lecho. Las variables  $\omega_0$  y  $\sigma_{\phi 0}$  son funciones de  $\phi_{sg0}$  como se muestra en la Fig. 6.8.

Wilcock y Crowe (2003) señalan que una importante limitación del método de Parker es el hecho de que no se hace cargo de la fracción de arenas presente en la curva granulométrica de la coraza. Según estos autores dicha fracción tiene un importante efecto, no lineal, sobre el transporte de gravas, el cual no es tomado en cuenta por el método de Parker. Para corregir ese problema Wilcock y Crowe proponen un método alternativo basado en experimentos de laboratorio, en los que se han medido simultáneamente parámetros del flujo, la tasa de transporte de fondo y la granulometría de la coraza en lechos de granulometría extendida.

La definición del gasto sólido adimensional  $W_{si}^*$  que hacen Wilcock y Crowe es la misma de Parker. Estos autores plantean una relación del tipo:

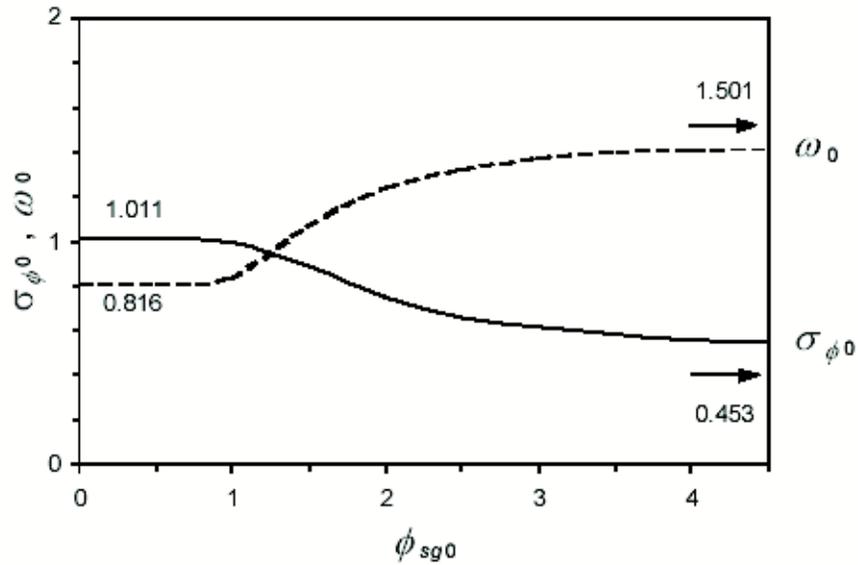


Figura 6.8: Curvas para  $\omega_0$  y  $\sigma_{\phi_0}$  utilizadas por el método de Parker (1990)

$$W_{si}^* = f(\tau/\tau_{ri})$$

donde  $\tau$  es el esfuerzo de corte sobre el lecho y  $\tau_{ri}$  denota un esfuerzo de corte de referencia, tal que cuando  $\tau = \tau_{ri}$  el valor de  $W_{si}^*$  corresponde al valor pequeño, de referencia, igual a 0.002. El valor de  $\tau_{ri}$  se define para cada fracción granulométrica, tomando en cuenta los efectos de escondimiento y sobre exposición, según el ajuste siguiente (Fig. 6.9):

$$\frac{\tau_{ri}}{\tau_{rm}} = \left(\frac{d_{si}}{d_{sm}}\right)^b$$

donde  $d_{sm}$  denota el tamaño medio del sedimento de la coraza y  $\tau_{rm}$  corresponde al esfuerzo de corte de referencia asociado a  $d_{sm}$  y el exponente  $b$  está dado por:

$$b = \frac{0.67}{1 + \exp(1.5 - d_{si}/d_{sm})}$$

El valor de  $\tau_{rm}$  se correlaciona, en términos del esfuerzo adimensional:  $\tau_{rm*} = \tau_{rm}/(\rho g R d_{sm})$ , con el porcentaje de arena presente en la capa superficial,  $F_s$ , considerando en el rango de arenas los tamaños inferiores a 2 mm (Wilcock y Crowe experimentaron con arenas en el rango entre 0.5 y 2 mm), según la expresión siguiente (Fig. 6.10):

$$\tau_{rm*} = 0.021 + 0.015 \exp(-20 F_s)$$

La ley de gasto sólido propuesta por Wilcock y Crowe es, finalmente:

$$W_{si}^*(\phi) = \begin{cases} 0.002 \phi^{7.5} & \phi < 1.35 \\ 14 (1 - 0.894/\phi^{0.5})^{4.5} & \phi \geq 1.35 \end{cases}$$

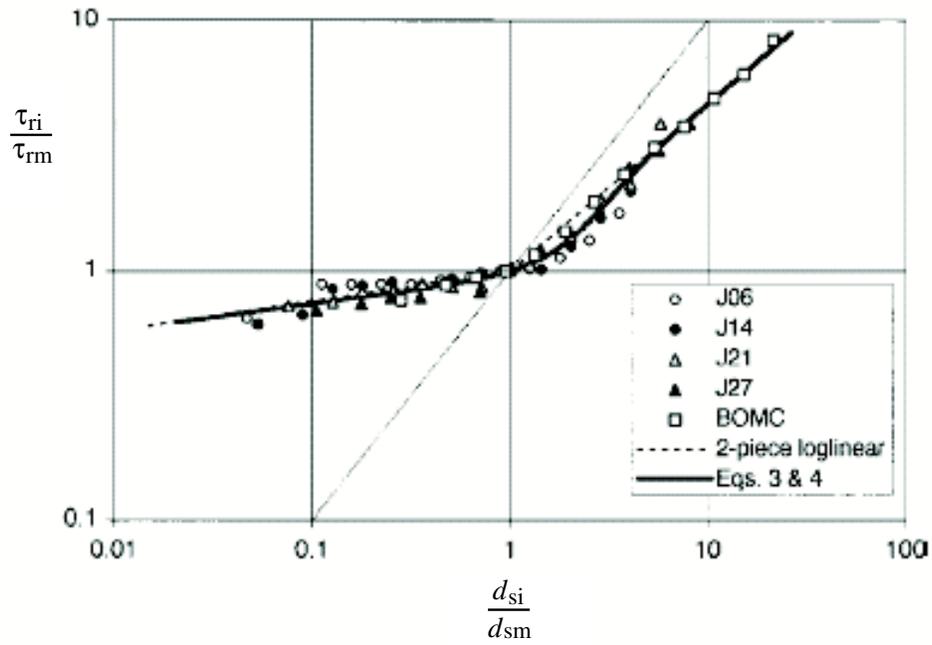


Figura 6.9: Efecto de escondimiento y sobreexposición sobre el esfuerzo de corte de referencia (Wilcock y Crowe, 2003).

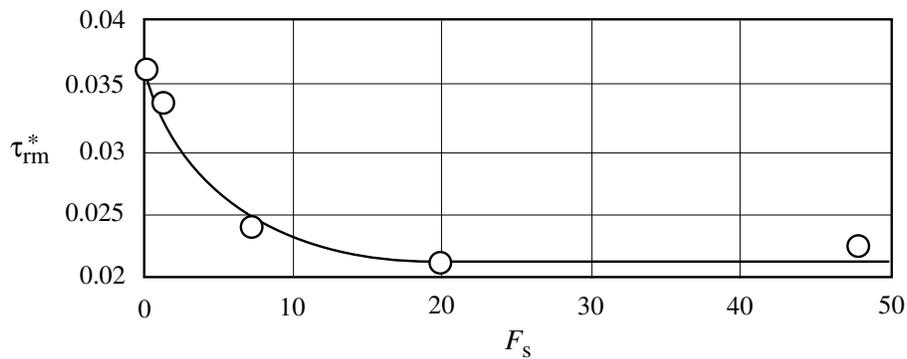


Figura 6.10: Esfuerzo de corte adimensional de referencia asociado al tamaño medio del sedimento de la coraza en función del contenido de arenas de la capa superficial (Wilcock y Crowe, 2003).

donde, en este caso,  $\phi = \tau/\tau_{ri}$ . En esta ecuación se ha intentado preservar gran parte de la forma de la ecuación equivalente de Parker (1990), incluyendo la aproximación asintótica de  $W_{si}^*$  a un valor constante a valores grandes del esfuerzo de corte. Esto puede verse más claramente si se considera la adimensionalización que se utilizó previamente para el gasto sólido de fondo:

$$q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{g} R d_s^3} = W_s^* \tau_*^{3/2}$$

En secciones previas se discutió que la mayoría de las ecuaciones de gasto sólido de fondo predicen que  $q_s^*$  se hace proporcional a  $\tau_*^{3/2}$  cuando  $\tau_*$  es suficientemente grande. Esto mismo implica que  $W_s^*$  tiende a un valor constante en ese caso.

La Fig. 6.11 muestra el ajuste de la ecuación de transporte de Wilcock y Crowe a sus datos experimentales. Resulta interesante constatar la tremenda dispersión de los datos. Una diferencia de dos órdenes de magnitud en el gasto sólido para aproximadamente el mismo valor del esfuerzo de corte parece ser normal y dentro del comportamiento que debiera ser esperado para este fenómeno. Es importante tener presente esta variabilidad natural al momento de hacer estimaciones de gasto sólido en ríos para resolver problemas de ingeniería. En ningún caso deben aceptarse indiscriminadamente los valores predichos por cualquiera de las metodologías de cálculo aquí revisadas y es recomendable contrastar los resultados obtenidos por varias metodologías distintas para finalmente aceptar un eventual rango relativamente amplio de valores para efectos de análisis o diseño. En este proceso resulta imprescindible apoyarse en información de tasas de arrastre recopilada en terreno, cuando ésta está disponible.

En la Fig. 6.12 se muestra, solo con fines comparativos, la función  $W_s^*$  estimada con Wilcock y Crowe (W&C) en función de  $\tau/\tau_r$  y la ecuación clásica de Meyer-Peter y Muller (M-P&M) expresada como:

$$W_s^* = 8 (1 - \tau_c/\tau)^{3/2}$$

esta última graficada en función de  $\tau/\tau_c$ . Si bien ambas ecuaciones de gasto sólido no son directamente comparables, debido a las diferencias en la interpretación del esfuerzo de corte de referencia con respecto al esfuerzo de corte crítico, se observa claramente que M-P&M tiende a sobreestimar el arrastre predicho por W&C a valores del esfuerzo de corte superiores al de referencia.

Aparentemente, este comportamiento parece ser generalizable a casos reales de cálculo de gasto sólido en ríos de granulometría gruesa y extendida, y algo similar ocurre con la metodología de Parker. En general, Parker y W&C parecen estimar valores menores del gasto sólido de fondo con respecto a lo predicho por las fórmulas clásicas.

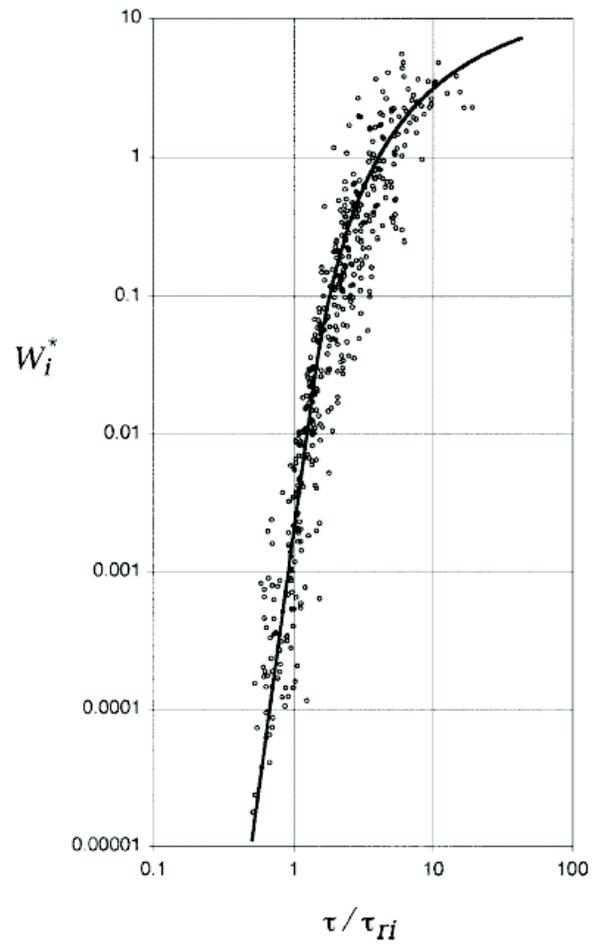


Figura 6.11: Ajuste de la ecuación de transporte de fondo de Wilcock y Crowe (2003) a sus datos experimentales.

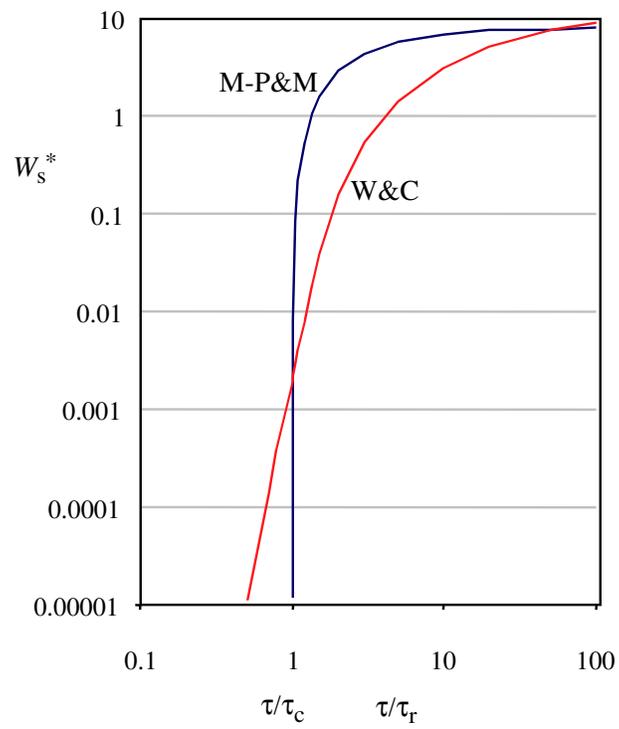


Figura 6.12: Comparación entre las ecuaciones de gasto sólido de fondo de Meyer-Peter y Muller (M-P&M) y Wilcock y Crowe (W&C).