```
CI5310: Competencia y Regulación en Mercados de Transportes
Profesor : Leonardo Basso S.
Auxiliar : Olivia Aravena
```

Tarea N°1

Teoría de Juegos

Fecha de entrega: Jueves 1 de Diciembre

Las tareas son personales, y deben ser escritas a mano. Tareas entregadas el viernes 2 de Diciembre tendrán dos puntos menos. No se recibirán tareas entregadas despué.

Problema 1: Juegos para perros en dos etapas

Considere dos firmas cuyas funciones de costos son:

$$C_1(q_1, k_1) = (5 - k_1)q_1 + k_1^2 \qquad C_2(q_2) = 5q_2$$

Para la firma 1, el término puede ser interpretado como una inversión para reducir el costo marginal: se gasta una vez , pero eso disminuye el costo marginal de todas las unidades producidas en pesos. Entonces, en este juego, sólo la firma 1 puede invertir en reducir su costo marginal (mejorar su tecnología) pero la firma 2 no.

a) Suponga primero que las firmas producen bienes homogéneos y compiten a lo Cournot. La demanda inversa está dada por:

$$P(q_1 + q_2) = 10 - (q_1 + q_2)$$

1) Si simultáneamente, las firmas 1 y 2 eligen q_1, q_2 y k_1,encuentre el equilibrio de Cournot-Nash en cantidades, así como el valor óptimo de k_1 para la firma 1.

   Suponga que la firma 1 puede escoger k_1 **antes** que las firmas elijan cantidades, y que esta inversión es observada por la firma 2. Entonces:

2) Para k_1 dado, obtenga las funciones de reacción de cada firma y gráfiquelas. Concluya que las cantidades son sustitutos estratégicos y explique cómo se mueve la función de reacción de la firma 1 cuando k_1 crece. Concluya que una mayor inversión en k_1 hace que la firma 1 sea un competidor más agresivo.
3) Para k_1 dado, obtenga el equilibrio de Nash en cantidades. Comente acerca de la estabilidad del equilibrio.
4) Muestre que en este caso, en que la inversión en k_1 es anterior a la competencia en cantidades, la firma 1 sigue una estrategia de *perro bravo* (top dog en inglés), es decir, invierte más en k_1 que en **1**, para enviar la señal de que será un competidor agresivo. Hint: calcule en el equilibrio perfecto de subjuegos.

b) Suponga ahora que las firmas producen bienes diferenciados y que las funciones de demanda son:

$$q_1(p_1, p_2) = a - p_1 + bp_2 \qquad q_2(p_1, p_2) = a - p_2 + bp_1 \qquad b < 1$$

Las firmas compiten a lo Bertrand y sus funciones de costos son las mismas anteriores.

1) Para k_1 dado, obtenga las funciones de reacción de cada firma y gráfiquelas. Concluya que los precios son complementos estratégicos, comente acerca de la estabilidad del equilibrio, y explique cómo se mueve la función de reacción de la firma 1 cuando k_1 crece. Concluya que una mayor inversión en k_1 hace que la firma 1 sea un competidor más agresivo.
2) Encuentre el equilibrio de Bertrand-Nash en precios, así como el valor óptimo de k_1 para la firma 1 cuando las firmas eligen p_1,p_2 y k_1 simultáneamente.
3) Suponga ahora que la inversión en k_1 es anterior a la competencia en cantidades y muestre que en este caso, la firma 1 sigue una estrategia de *cachorro* (puppy dog en inglés), es decir, invierte menos en k_1 que en 2, para enviar la señal de que no será un competidor agresivo.

c) Explique intuitivamente las diferencias en el comportamiento de la firma 1 entre Cournot y Bertrand, cuando la inversión en k_1 es anterior a la competencia en precios o cantidades. Para eso, observe de que manera reacciona la firma 2.

Problema 2: ¿Son los monopolios mejores?

a) Considere dos firmas que producen bienes cuyas demandas están dadas por:

$$q_1(p_1,p_2) = a - p_1 - bp_2 \qquad q_2(p_1,p_2) = a - p_2 + bp_1 \qquad b < 1$$

Las firmas compiten a lo bertand, es decir en precios, y tienes costos marginales constantes e iguales

1) Calcule el equilibrio Bertrand-Nash en precios.
2) Suponga que las firmas se coluden, y eligen precios para maximizar la suma de sus ganancias. Calcule los precios colusivos.
3) Compare los precios resultantes de las partes anteriores.

b) Considere una estructura vertical en la que un firma vende un producto a otra firma, quien a su vez re-vende el producto a los consumidores finales. La firma productora vende cada unidad de producto a precio w al re-vendedor, y tiene una función de costos de $C_p(q) = cq$. El único costo que el re-vendedor tiene es el pago del producto, por lo que su función de costos es $C_w = wq$. La función de demanda de los consumidores por el bien final es $q(p) = 1 - p$, donde p es el precio que el re-vendedor fija.

1) Obtenga el equilibrio del subjuego, $p(w)$ y $q(w)$,es decir, precio y cantidad transada en el mercado final, para precio del insumo w dado.
2) Calcule el Equilibrio Perfecto de Subjuegos, es decir, w, q y p en equilibrio.
3) Suponga ahora que las dos firmas se fusionan, conformando un único monopolio. Calcule el nuevo precio final p y la nueva cantidad transada q, y compare con los resultados anteriores.

c) Explique intuitivamente el resultado de las comparaciones de las partes a y b.

Problema 3: En el modelo de liderazgo de Stackelberg, la firma i elige su nivel de producción antes que la firma j.

Pero suponga ahora que la firma j no sólo debe decidir su nivel de producción, sino que debe decidir si entrar al mercado o no. Para entrar al mercado la firma j debe pagar un monto F.Una vez pagado ese monto, puede producir de acuerdo a función de costos cq.La función de demanda inversa en este mercado está dada por $P(q_i + q_j) = a - (q_i + q_j)$

a) Si la firma i decidiese escoger un nivel de producción de manera de evitar que la firma j entre al mercado, como debe calcular ese nivel de producción? Explique y calcule.

b) Si la firma i decide acomodar o aceptar la entrada de la firma j, como debe calcular ese nivel de producción? Explique y calcule.

c) Muestre bajo que circunstancias las firma i preferirá bloquear la entrada y bajo que circunstancias preferirá acomodar la entrada.