

# CI4202: ANALISIS ESTRUCTURAL

Prof.: Ricardo Herrera M.



## Programa CI4202

| NÚMERO     | NOMBRE DE LA UNIDAD                                                                                                                                                                                                          | OBJETIVOS                                                                                                                                                                                                  |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1          | Principio de los trabajos virtuales y teoremas de Energía                                                                                                                                                                    | Manejar definiciones de trabajo y energía. Calcular desplazamientos en sistemas isostáticos.                                                                                                               |
| DURACIÓN   |                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                            |
| 4 semanas  |                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                            |
| CONTENIDOS |                                                                                                                                                                                                                              | BIBLIOGRAFÍA                                                                                                                                                                                               |
| 1.1.       | Definición de trabajo externo, trabajo externo complementario, energía de deformación complementaria, evaluación de la energía de deformación en un segmento de viga, evaluación del trabajo externo (teorema de Clapeyron). | [Belluzi, Pág. 15, 16]<br>[Gere&Timoshenko, Pág. 10]<br>[Hibbeler, Pág. 8]<br>[Laible, Pág. 7]<br>[Leet, Pág. 8, 9]<br>[Luthe, Pág. 1]<br>[Popov, Pág. 15]<br>[Rosenberg, Pág. 2]<br>[Timoshenko, Pág. 10] |
| 1.2.       | Principio de los trabajos virtuales.                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.3.       | Teorema de los trabajos virtuales complementarios.                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.4.       | Principio de la Energía potencial total estacionaria, determinación de funciones de desplazamientos.                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.5.       | Teorema de Castigliano I y II.                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.6.       | Método de la carga unitaria para evaluar desplazamiento ante cargas externas, movimiento de apoyo, cambios de temperatura, errores de fabricación.                                                                           |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.7.       | Teorema de Menabrea, análisis de estructuras hiperestáticas.                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.8.       | Alternativas para elegir los sistemas de fuerzas y desplazamientos, aplicaciones a sistemas con grandes desplazamientos y materiales no lineales.                                                                            |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.9.       | Teorema de Betti.                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                            |
| 1.10.      | Teorema de Maxwell, coeficientes de flexibilidad.                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                            |



## Programa CI4202

| NÚMERO                                                  | NOMBRE DE LA UNIDAD      | OBJETIVOS                                       |
|---------------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------------|
| 2                                                       | Indeterminación estática | Reconocer cuán hiperestática es una estructura. |
| DURACIÓN                                                |                          |                                                 |
| 2 semanas                                               |                          |                                                 |
| CONTENIDOS                                              |                          | BIBLIOGRAFÍA                                    |
| 2.1. Características de las estructuras hiperestáticas. |                          | [Belluzi, Pág. 20]                              |
| 2.2. Métodos de análisis: flexibilidad y rigidez.       |                          | [Hidalgo, Pág. 5]                               |
|                                                         |                          | [Laible, Pág. 2]                                |
|                                                         |                          | [Rosenberg, Pág. 3]                             |

| NÚMERO                                                                                                                                                   | NOMBRE DE LA UNIDAD    | OBJETIVOS                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 3                                                                                                                                                        | Método de Flexibilidad | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de flexibilidad. |
| DURACIÓN                                                                                                                                                 |                        |                                                                                      |
| 3 semanas                                                                                                                                                |                        |                                                                                      |
| CONTENIDOS                                                                                                                                               |                        | BIBLIOGRAFÍA                                                                         |
| 3.1. Ecuaciones de compatibilidad de desplazamiento, cálculo de los coeficientes de flexibilidad y desplazamientos producto de acciones externas.        |                        | [Belluzi, Pág. 20]                                                                   |
| 3.2. Elección de sistema isostático fundamental, aplicaciones a estructuras simétricas y antisimétricas, vigas continuas (teorema de los tres momentos). |                        | [Hibbeler, Pág. 9]                                                                   |
| 3.3. Cálculo de desplazamientos en estructuras hiperestáticas.                                                                                           |                        | [Hidalgo, Pág. 6]                                                                    |
| 3.4. Líneas de influencia en sistemas indeterminados.                                                                                                    |                        | [Laible, Pág. 8]                                                                     |
|                                                                                                                                                          |                        | [Leet, Pág. 10]                                                                      |
|                                                                                                                                                          |                        | [Luthe, Pág. 3, 4]                                                                   |
|                                                                                                                                                          |                        | [Popov, Pág. 12]                                                                     |
|                                                                                                                                                          |                        | [Rosenberg, Pág. 4]                                                                  |

## Programa CI4202

| NÚMERO                                                                                                                                        | NOMBRE DE LA UNIDAD | OBJETIVOS                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 4                                                                                                                                             | Método de Rigidez   | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de rigidez. |
| DURACIÓN                                                                                                                                      |                     |                                                                                 |
| 3 semanas                                                                                                                                     |                     |                                                                                 |
| CONTENIDOS                                                                                                                                    |                     | BIBLIOGRAFÍA                                                                    |
| 4.1. Indeterminación geométrica, barras axialmente indeformables, barras infinitamente rígidas, condensaciones estáticas y geométricas.       |                     | [Belluzi, Pág. 20]                                                              |
| 4.2. Determinación de la matriz de rigidez de una barra en coordenadas locales.                                                               |                     | [Hibbeler, Pág. 10, 11, 14, 15]                                                 |
| 4.3. Método de Pendiente – Deformación                                                                                                        |                     | [Hidalgo, Pág. 7]                                                               |
| 4.4. Determinación directa de la matriz de rigidez de una estructura, matriz de rigidez horizontal, sistemas de resortes en serie y paralelo. |                     | [Laible, Pág. 8, 9]                                                             |
|                                                                                                                                               |                     | [Leet, Pág. 11, 12, 15, 16, 17]                                                 |
|                                                                                                                                               |                     | [Luthe, Pág. 3, 5, Apéndice]                                                    |
|                                                                                                                                               |                     | [Rosenberg, Pág. 5]                                                             |

| NÚMERO                                                                                                                           | NOMBRE DE LA UNIDAD      | OBJETIVOS                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| 5                                                                                                                                | Método Iterativo (Cross) | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de Cross. |
| DURACIÓN                                                                                                                         |                          |                                                                               |
| 2 semanas                                                                                                                        |                          |                                                                               |
| CONTENIDOS                                                                                                                       |                          | BIBLIOGRAFÍA                                                                  |
| 5.1. Métodos de Cross, factor de distribución, modificaciones del factor de rigidez angular en casos de simetría y antisimetría. |                          | [Belluzi, Pág. 20]                                                            |
|                                                                                                                                  |                          | [Gere, Pág. 1,2]                                                              |
|                                                                                                                                  |                          | [Rosenberg, Pág. 6]                                                           |

# Programa CI4202

| NÚMERO          | NOMBRE DE LA UNIDAD                                            | OBJETIVOS                                                                      |
|-----------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 6               | Métodos Aproximados                                            | Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando métodos aproximados. |
| <b>DURACIÓN</b> |                                                                |                                                                                |
| 1 semana        |                                                                |                                                                                |
| CONTENIDOS      |                                                                | BIBLIOGRAFÍA                                                                   |
| 6.1.            | Enrejados                                                      | [Belluzi, Cap. 20]                                                             |
| 6.2.            | Marcos con carga horizontal, método del portal y del voladizo. | [Hibbeler, Cap. 7]                                                             |
| 6.3.            | Marcos con cargas verticales.                                  | [Leet, Cap. 14]                                                                |

Evaluaciones: Ejercicios, Controles, Laboratorio

NC  $\geq$  4.0

NE  $\geq$  4.0

NL  $\geq$  4.0

*Fechas tentativas de controles:*

Control 1: semana 8, 30/11/11

Control 2: semana 13, 04/01/12

## Capítulo 0: Introducción

### 0.1. Definiciones Básicas

## Análisis estructural

Herramienta usada durante el proceso de diseño para determinar esfuerzos y deformaciones de una estructura sometida a ciertas acciones.

Requiere:

- Modelo del material (ley constitutiva)
- Modelo de la estructura
- Modelo de las acciones externas
- Cumplimiento de dos principios básicos:
  - equilibrio de fuerzas (compatibilidad estática)
  - compatibilidad geométrica

## Estructura

Conjunto o sistema de elementos que transmiten las acciones desde el punto de aplicación de estas hasta los apoyos.

Se habla entonces de sistemas estructurales y elementos estructurales.

## Elementos Estructurales

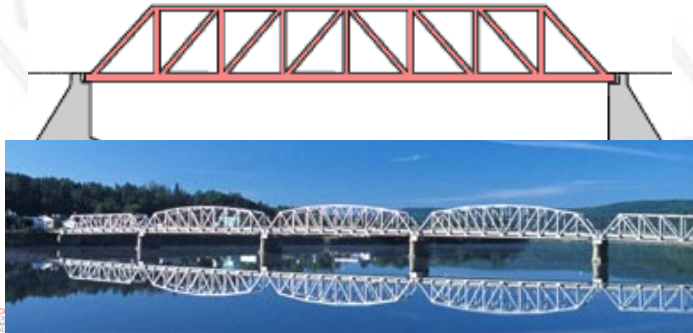
- **Unidimensionales:** una dimensión es mucho mayor que las otras
  - Elementos que resisten tracción (cables, elementos esbeltos)
  - Elementos que resisten compresión (puntales, suelo, aisladores no apertados)
  - Elementos que resisten tracción y compresión (bielas)
  - Elementos que resisten flexión y corte (vigas)
  - Elementos que resisten esfuerzo axial, flexión y corte (viga-columnas)

## Elementos Estructurales

- **Bidimensionales:** dos dimensiones predominantes sobre la otra
  - Elementos que resisten acciones en el plano (muros)
  - Elementos que resisten acciones perpendiculares al plano (losas)
  - Elementos que resisten presiones (cáscaras, membranas)
- **Tridimensionales:** tres dimensiones igualmente importantes
  - Cuerpos sólidos (represa curva)

## Sistemas Estructurales

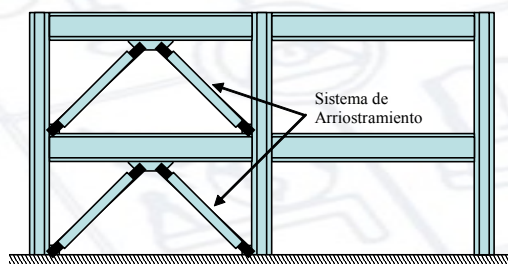
- Enrejados: formados exclusivamente por bielas, sólo resisten acciones aplicadas en los nudos, pueden ser planos o espaciales





## Sistemas Estructurales

- Sistemas combinados: formados por enrejados, marcos, muros, cables y/o arcos trabajando en conjunto



## Sistemas Estructurales

- Cáscaras y membranas: estanques, silos, calderas, cascos de barco.



## Sistemas Estructurales

- Estructuras suspendidas: puentes, techos.



## Acciones

- Cargas muertas.
- Cargas vivas estáticas.
- Cargas vivas móviles.
- Impacto.
- Nieve.
- Viento.
- Sismos.
- Otros

## Acciones

- CHILE:
  - NCh 1537.of1986(2009?): Cargas permanentes y sobrecargas de uso.
  - NCh 431.of1977(2010?): Sobrecarga de nieve
  - NCh 432.of1971(2009?): Sobrecarga de viento
  - NCh 433.of1996(2009?): Diseño sísmico de edificios
  - NCh 2369.of2003: Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales
  - NCh 3171 of2009?: Disposiciones generales y combinaciones de cargas
- USA:
  - SEI/ASCE 7-05: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures

## Capítulo 0: Introducción

### 0.2. Hipótesis Básicas

## Hipótesis Básicas

1. El material es homogéneo, isótropo, elástico y lineal, es decir, las deformaciones son proporcionales a las tensiones (es válida la ley de Hooke)

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

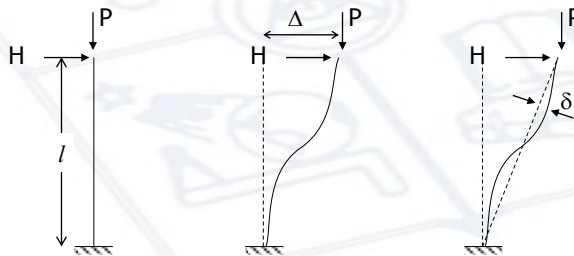
## Hipótesis Básicas

1. En tres dimensiones

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}$$

## Hipótesis Básicas

2. Las deformaciones son pequeñas, el equilibrio puede plantearse en la configuración no deformada sin incurrir en grandes errores



## Hipótesis Básicas

1 y 2 implican que las estructuras consideradas tienen comportamiento Elástico y Lineal.

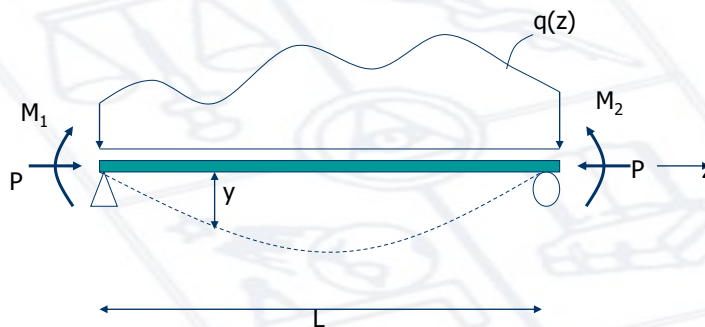
Entonces, es aplicable el principio de superposición: el efecto de varias acciones simultáneas sobre una estructura es equivalente a la suma de los efectos de cada una por separado

# Capítulo 0: Introducción

## 0.3. Relación M-Q-q

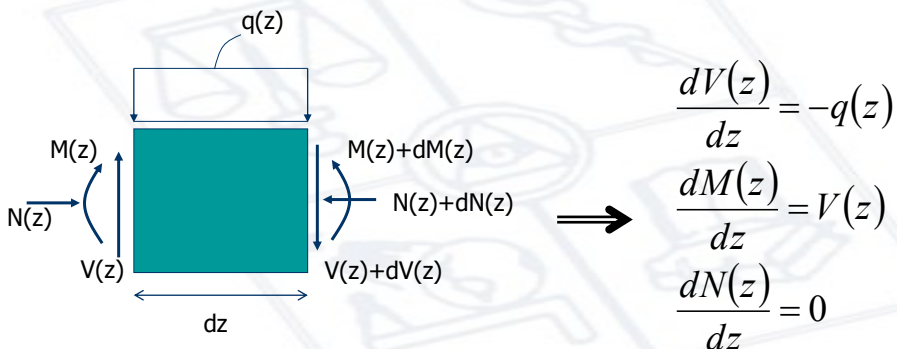
## Relación M-Q-q

Consideremos la viga de la figura



## Relación M-Q-q

Segmento de longitud  $dz$

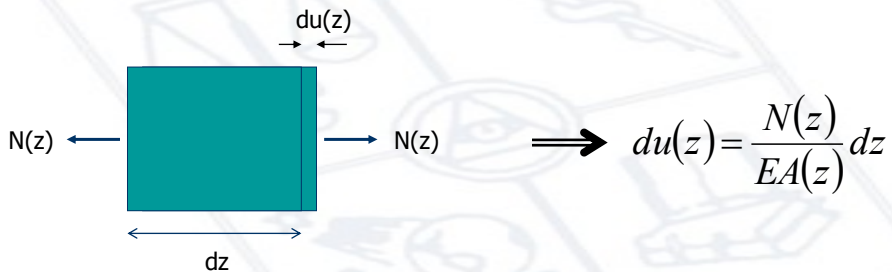


## Capítulo 0: Introducción

### 0.4. Deformaciones en un segmento de elemento uniaxial (barra)

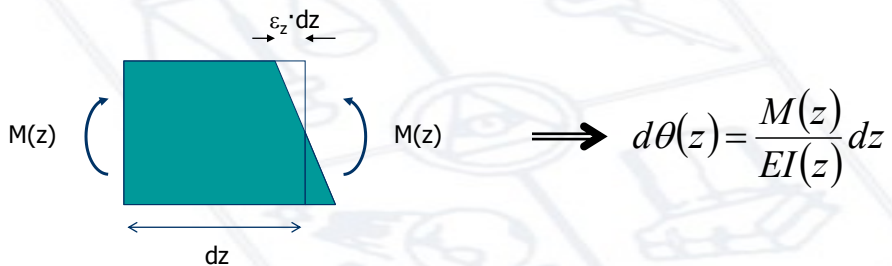
## Deformaciones en un...

Deformación debido a esfuerzo axial



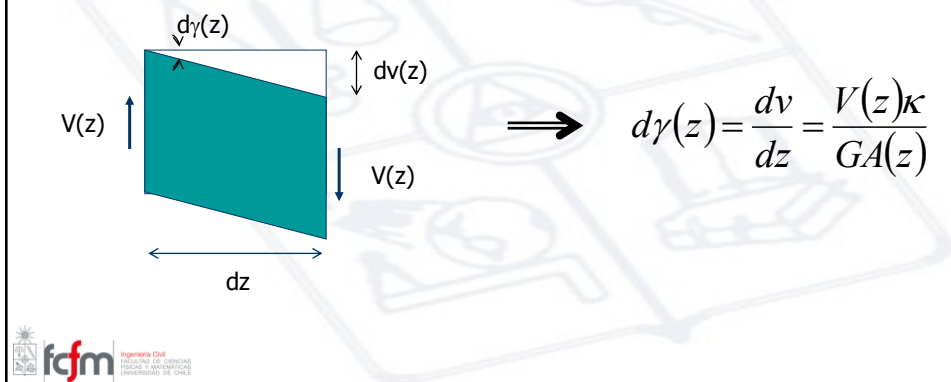
## Deformaciones en un...

Deformación debido a flexión



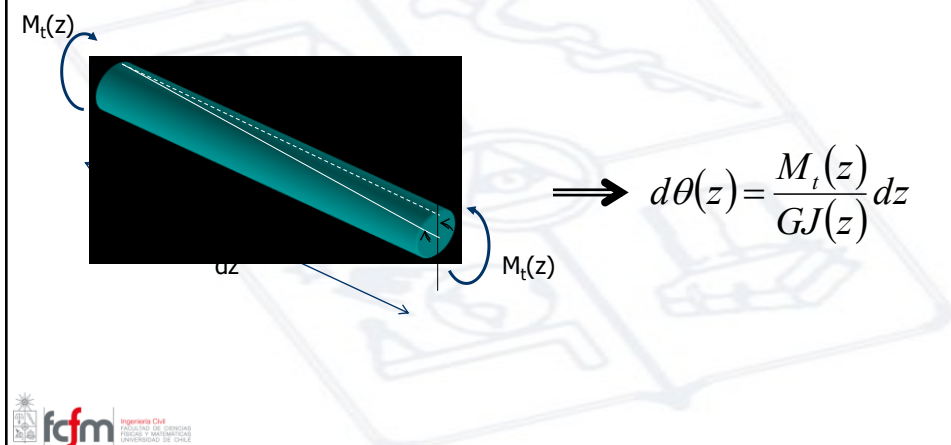
## Deformaciones en un...

Deformación debido a corte



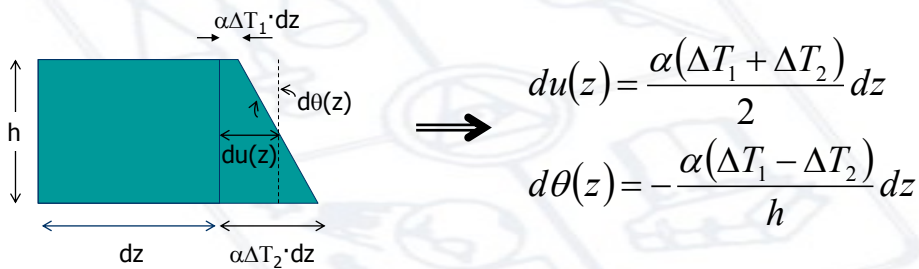
## Deformaciones en un...

Deformación debido a torsión no restringida



## Deformaciones en un...

### Deformación debido a temperatura

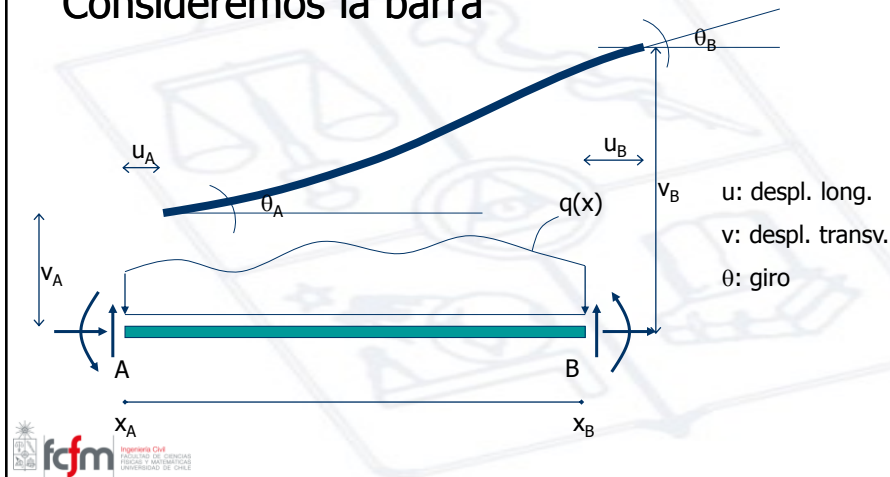


## Capítulo 0: Introducción

### 0.5. Cálculo de desplazamientos en estructuras isostáticas

## Cálculo de desplazamientos...

Consideremos la barra



### 0.5.1 Ecuaciones de Bresse

Desplazamiento longitudinal

$$u_B = u_A + \int_{x_A}^{x_B} \frac{N(x)}{EA(x)} dx + \int_{x_A}^{x_B} \alpha \Delta T dx$$

Giro

$$\theta_B = \theta_A + \int_{x_A}^{x_B} \frac{M(x)}{EI(x)} dx$$

Desplazamiento transversal

$$v_B = v_A + \theta_A L + \int_{x_A}^{x_B} \frac{M(x)}{EI(x)} (x_B - x) dx - \int_{x_A}^{x_B} \frac{V(x) \kappa}{GA(x)} dx$$

## 0.5.2 Teoremas de Mohr

1<sup>er</sup> teorema de Mohr: "La variación de la pendiente entre las tangentes trazadas a la elástica en dos puntos cualesquiera A y B es igual al producto de  $1/EI$  por el área del diagrama de momento entre los dos puntos."

$$\Delta\theta = \theta_B - \theta_A = \frac{1}{EI} \int_{x_A}^{x_B} M(x) dx$$

2<sup>o</sup> teorema de Mohr: "La desviación de un punto B respecto de la tangente trazada a la elástica en otro punto cualquiera A, medida en la dirección perpendicular a la inicial de la barra trazada por B es igual al producto de  $1/EI$  por el momento respecto de B del área del diagrama de momento entre los puntos A y B."

$$v_{B/A} = \frac{1}{EI} \int_{x_A}^{x_B} M(x)(x_B - x) dx$$