

# CC4102 - Diseño y Análisis de Algoritmos

## Auxiliar 8

Prof. Gonzalo Navarro; Aux. Mauricio Quezada

28 de Diciembre, 2011

### 1 MAX-3SAT

Una fórmula lógica está en *forma normal conjuntiva* o CNF si la fórmula consiste en una conjunción de cláusulas, esto es,  $\bigwedge_{i=1}^N \bigvee_{j=1}^M x_{ij}$  donde  $x_{ij}$  es un *literal*, es decir, una proposición lógica o su negación. Decimos que una fórmula está en 3CNF si cada cláusula es de tamaño 3.

Sabemos que el problema de satisfacibilidad de una fórmula lógica es un problema NP-completo. Consideremos el siguiente algoritmo aproximado y aleatorizado, cuyo objetivo es maximizar la cantidad de cláusulas que son satisfechas:

Una instancia consiste en  $n$  literales  $x_1, \dots, x_n$ , y  $m$  cláusulas. El algoritmo escoge independientemente para cada literal una asignación, tal que a la variable  $x_i$  le asigna 1 con probabilidad  $1/2$  o 0 con probabilidad  $1/2$ .

1. Muestre que el radio de aproximación de este algoritmo es  $8/7$ , asumiendo que en cada cláusula no aparece una variable y a la vez su negación.
2. (Propuesto) Muestre el mismo radio de aproximación aun sin la suposición anterior.
3. (Propuesto) Diseñe un algoritmo para resolver MAX-CNF con radio de aproximación 2.

### 2 Ecuaciones binarias

Suponga que tiene un conjunto de  $n$  variables binarias  $x_1, \dots, x_n$  y un conjunto de  $k$  ecuaciones, donde la ecuación  $r$ -ésima es de la forma

$$(x_i + x_j) \bmod 2 = b_r$$

Para dos variables distintas  $x_i, x_j$  y algún valor  $b_r$ . Considere el problema de encontrar una asignación de valores que maximice el número de ecuaciones que se cumplen.

1. Sea  $c^*$  el máximo número de ecuaciones que se cumplen dada una asignación de valores a las variables. Diseñe un algoritmo que produzca una asignación que satisfaga al menos a la mitad de las ecuaciones.
2. Ahora considere el mismo problema pero para una cantidad arbitraria de variables por ecuación.