
Introducción: Visualización, Discretización, Hardware y Métodos Numéricos

Prof. M.C. Rivara
2011

Contenido

- Visualización Científica versus Visualización Realista
- Modelación de objetos geométricos
- Discretización geométrica
- Discretización asociada a hardware gráfico
- Métodos numéricos y discretización

-
- Visualización científica
visualización 'rigurosa' que ayuda
en ingeniería / ciencias
 - Visualización realista
técnicas para visualizar escenas
generadas por computador de
modo que parezcan 'reales':
fotografías, escenas oníricas.

Visualización científica (1)

- Conjunto de técnicas matemático / computacionales rigurosas cuyo objetivo es ayudar al analista (ser humano) a interpretar / analizar / comprender datos complejos, fenómenos físicos, modelaciones o simulaciones de fenómenos en estudio.
- Técnicas “visuales” relacionadas con el sistema visual y cerebro humanos, e interpretaciones culturales vigentes.
- Relacionadas con la tecnología computacional disponible.
- Objetivos: rigurosidad y utilidad. No busca impresionar (aunque puede hacerlo).

Visualización científica (2)

Hacer búsqueda por:

Scientific Visualization Images

http://www.google.cl/images?q=scientific+visualization&oe=utf-8&rls=org.mozilla:es-CL:official&client=firefox-a&um=1&ie=UTF-8&source=univ&ei=1sdhTLmtM8G88gawqlCECQ&sa=X&oi=image_result_group&ct=title&resnum=4&ved=0CEAQsAQwAw&biw=1416&bih=698

Definición de Scientific Visualization

<http://www.cc.gatech.edu/scivis/tutorial/linked/whatisscivis.html>

Ámbitos de uso de Visualización Científica(1)

- Datos capturados / medidos por instrumentos / satélites. Datos meteorológicos, terrestres, astronómicos, etc.
- Abstracciones que permiten comprender fenómenos. Modelos de proteínas.
- Datos masivos. Visualización de estadísticas, funciones escondidas, medidas. Minería de datos.
- Modelos de objetos diseñados por ser humano. Aviones, edificios, piezas mecánicas, edificios

Ámbitos de uso de Visualización Científica(2)

- Simulaciones de fenómenos físicos.
- Aplicaciones: médicas, terrenos, simuladores de vuelos.
- Funciones matemáticas explícitas.
- Discretización de funciones.
- Visualización de fenómenos en tiempo real
- High performance computing (cálculo paralelo)

Ejemplos: Problemas básicos “simples” de VC

- Visualizar esfera $x^2+y^2+z^2 = r^2$

Puntos (x,y,z) que satisfacen la ecuación

- Visualizar función $u(x,y) = x^2+y^2$

- Terreno terrestre para (x,y) en un cuadrado

- Visualizar solución de EDP sobre dominio 2D.

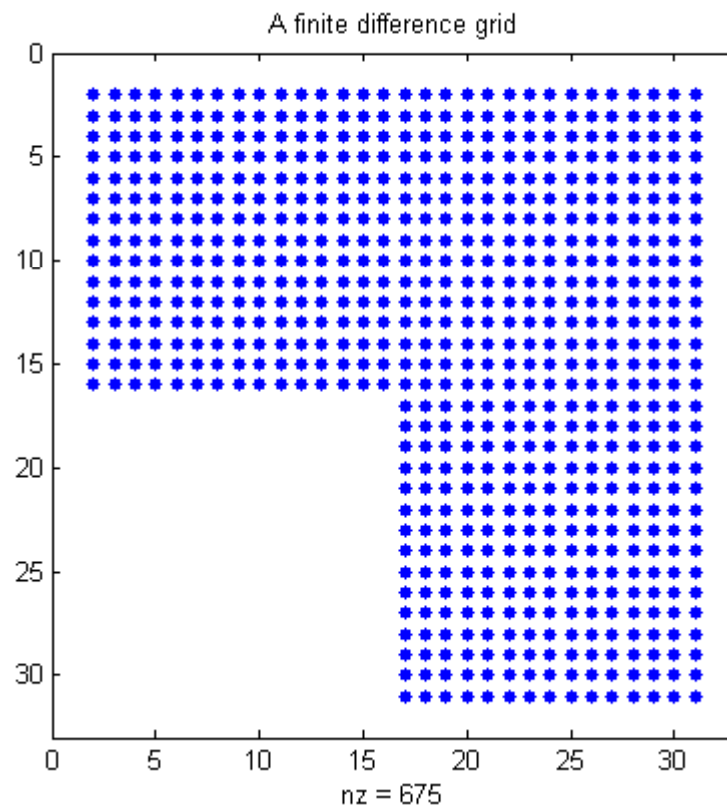
¿Qué tienen en común estas funciones? ¿Cómo visualizamos? ¿Es fácil? ¿En qué se diferencian de estos problemas?

Clasificación de problemas “simples” de VC

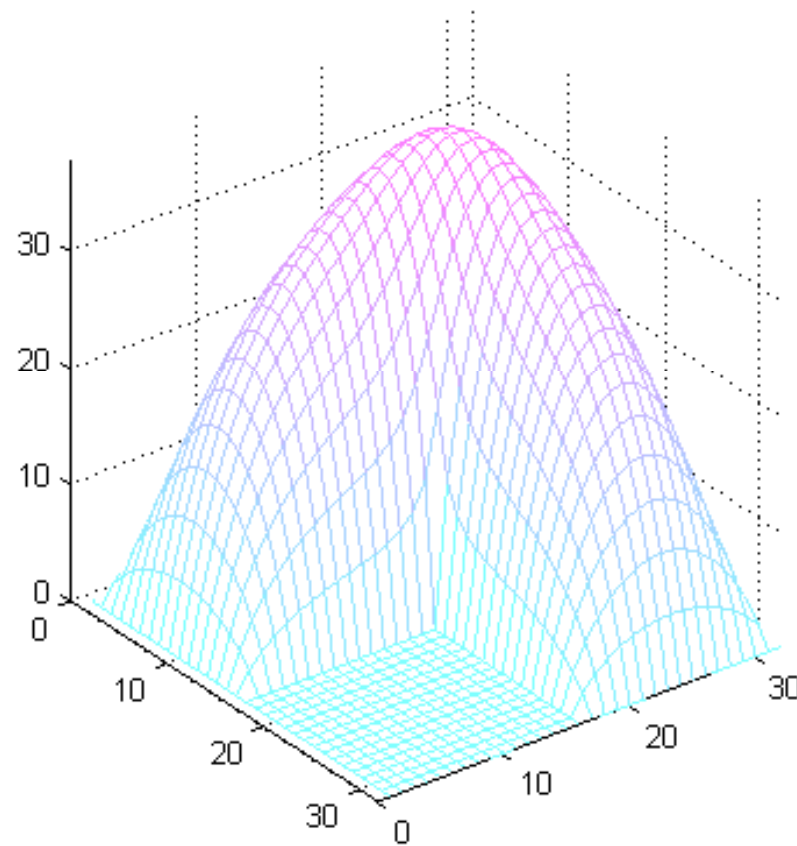
- Visualización de superficies en 2D → “trivial”
- Visualización de superficies en 3D
 - abiertas
 - cerradas
- Visualización de datos de volumen: temperatura en un objeto 3D.
- Funciones definidas en dominio 3D (con volumen)

Ejemplo

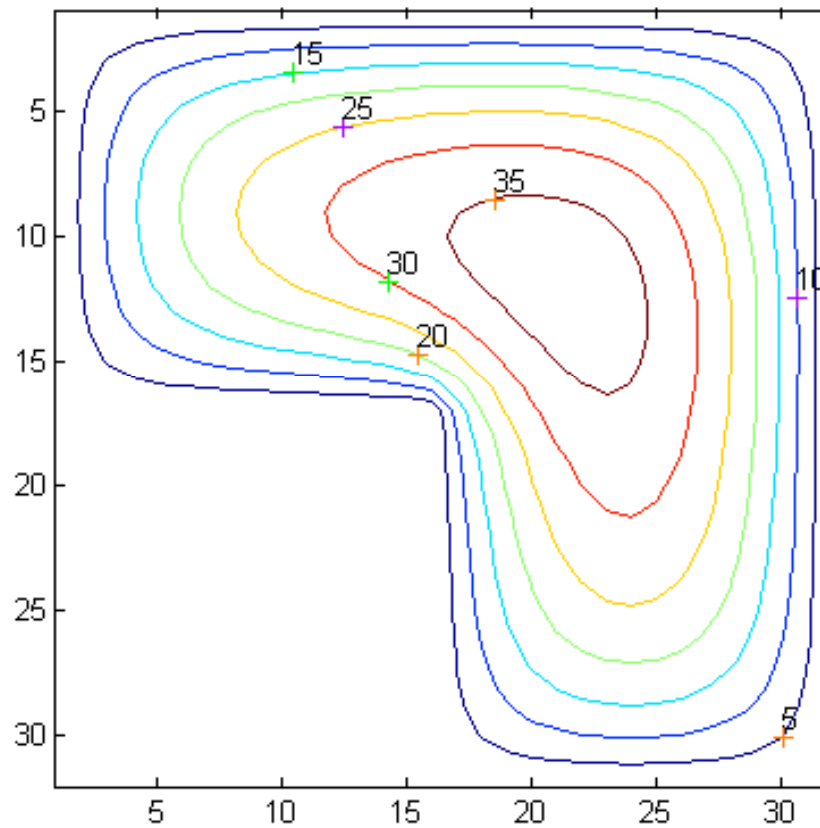
:Ec. Laplace con condiciones Dirichlet sobre
región con forma de L



Visualización solución numérica



Curvas de nivel



Preguntas fundamentales

- ¿Cómo modelamos superficies 3D?
- ¿Cómo modelamos objetos con volumen?
- ¿Cómo modelamos funciones matemáticas explícitas? ¿Con qué objetivo?
- ¿Cómo modelamos aproximaciones / discretizaciones de funciones desconocidas? o conocidas? Con qué objetivo?
- ¿Cómo visualizamos estos modelos?

¿Qué es visualización realista?

Visualización realista

- Es **Computación Gráfica 3D**. Síntesis matemático computacional de escenas 3D
- Visualización en dispositivo gráfico raster.
- No se busca rigurosidad, sino impresionar

VC y VR son técnicas que interactúan

- Visualización científica usa elementos de visualización realista.
- Visualización realista usa elementos rigurosos de visualización científica.

Computación Gráfica 3D

- Modelación matemático computacional de escena 3D que se visualiza en pantalla / dispositivo 2D.

Involucra:

- modelación de la escena y sus objetos 3D
- luces
- punto de vista
- transformaciones de proyección
- transformaciones geométricas
- modelo de iluminación que permite pintar en dispositivo raster (pantalla 2D discretizada)
- algoritmos (partes de los objetos no se ven o están cortados, trabajo raster, etc.)

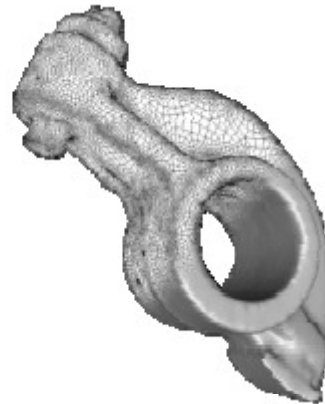
Geometric Modeling



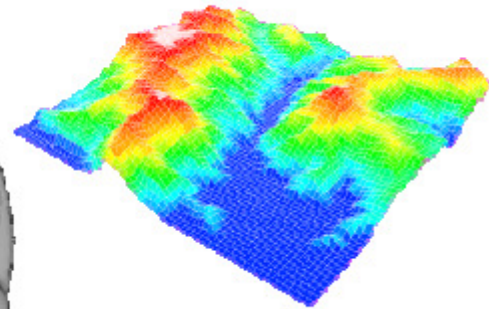
Medical



Art History



Engineering



Topography

games



Virtual
Malls

CS101.3 2002 zoe Wood, Peter Schröder

Modelación de objetos geométricos

Discretización: un concepto
útil e interesante

Discretización (concepto amplio e importante)

- Modelo matemático que aproxima y representa un objeto continuo en base a número finito de elementos básicos (puntos, polígonos, pedacitos curvos)
- Representación / modelo computacional asociado a modelo matemático
 - distintas alternativas
 - cómo elegir la mejor?

Ejemplo: discretización de esfera, terreno, derivada, integral, EDP (ec . a derivadas parciales)

¿Cómo modelamos / discretizamos superficies y objetos 3D?

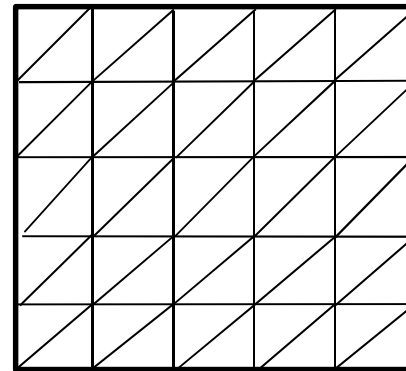
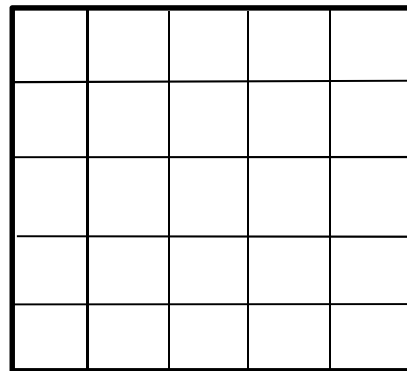
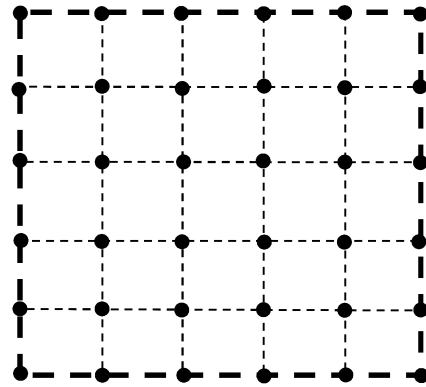
- Superficie: depende de la aplicación
 - modelación rigurosa en aplicaciones “duras”
 - modelación relajada en entretenimientos (juegos / cine)
- Modelación data 3D asociada a objeto 3D
 - interesa el volumen / interior de los objetos
 - aplicaciones ingeniería / ciencias aplicadas. Ejemplos: temperatura, fluidos, medicina
 - Visualización científica

Ejemplos de discretizaciones (1)

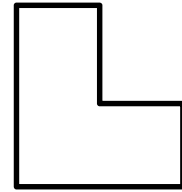
Discretizar placa cuadrada (geometría)

- puntos equidistribuidos. Se le puede asociar grilla y matriz que 'estructura' la información
Datos: conjunto de puntos! **Aproximación no continua!**
- malla uniforme de cuadriláteros (polígonos).
Permite manejar información de superficie (normales, áreas, etc.). **Aproximación "continua" !!!**

Discretizaciones



Ejemplos de discretizaciones (2)



Discretizar placa 2D con forma de L

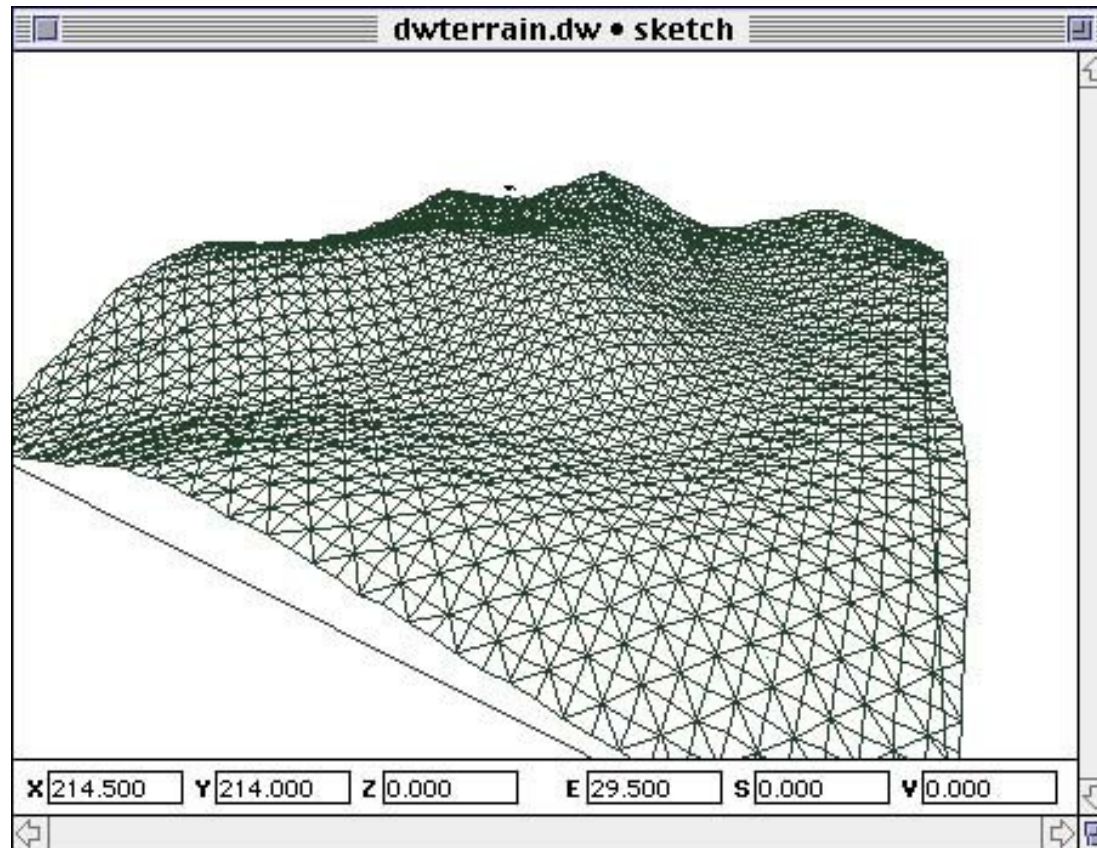
- Puntos equidistribuidos. Se pueda asociar grilla. Matriz? Sí, con cuidado.
- Malla de cuadriláteros (polígono). Información de superficie. Permite cálculo de normales y áreas.

Ejemplos de discretizaciones (3)

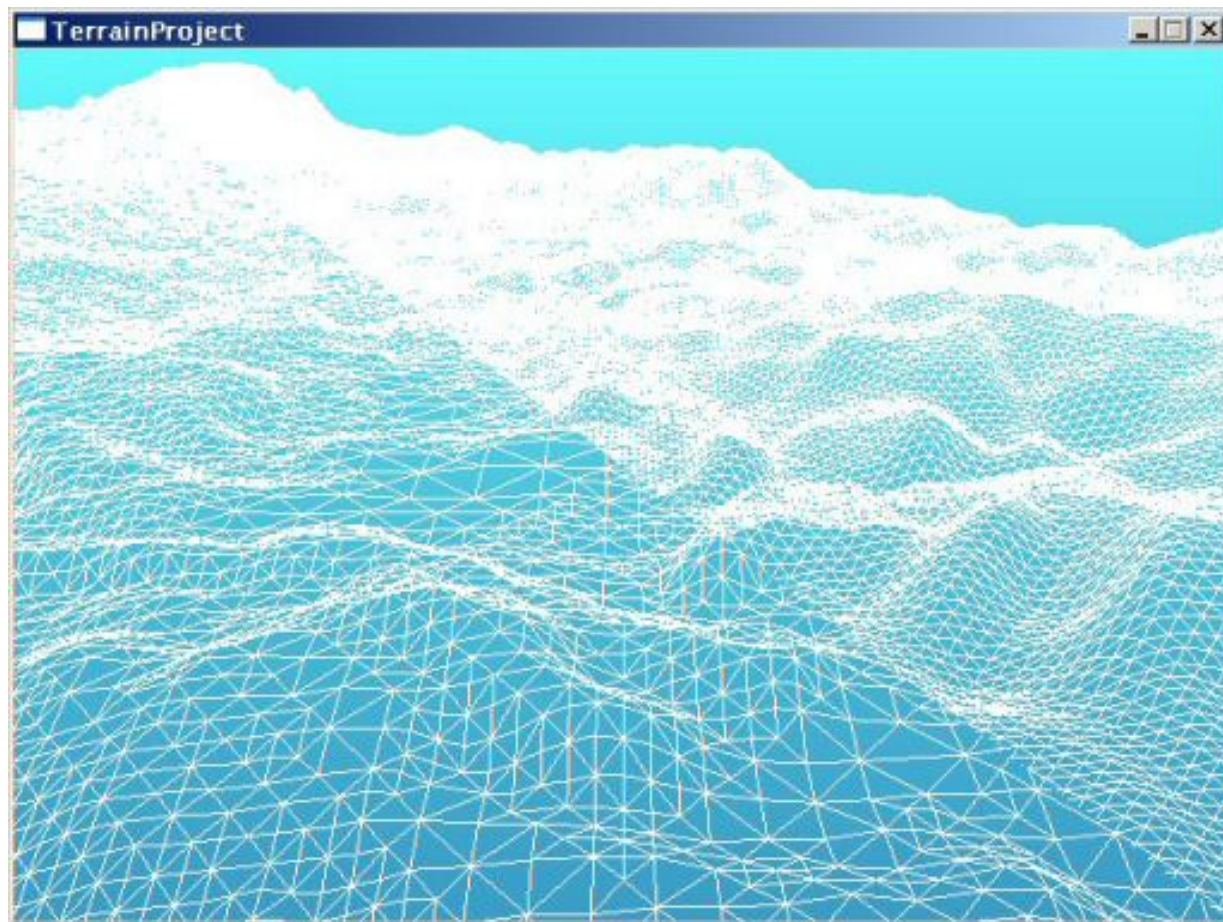
Discretizar superficie de terreno

- conjunto de puntos relevantes
- Conjunto de puntos equidistribuidos (satélite). Se asocia grilla y estructura de datos tipo matriz
- malla de polígonos de
 - cuadriláteros
 - triangulaciones

Terrenos



Terrenos

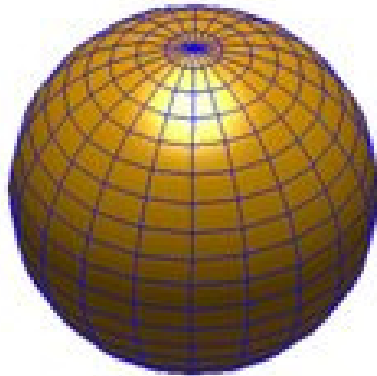


Discretización de esfera

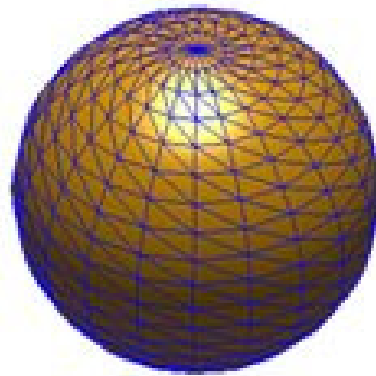
Cómo lo hacemos?

- paralelos y meridianos. Uso de coordenadas esféricas. Grilla o malla de “cuadriláteros”.
- mallas de polígonos: triangulaciones o mallas de cuadriláteros.
- Búsqueda web por sphere discretization images

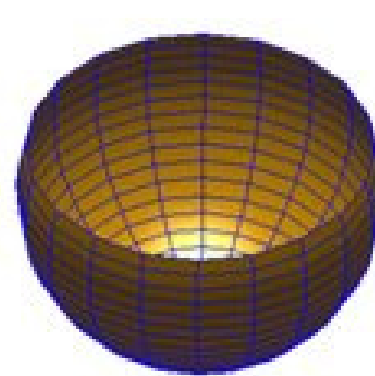
Meridianos y paralelos



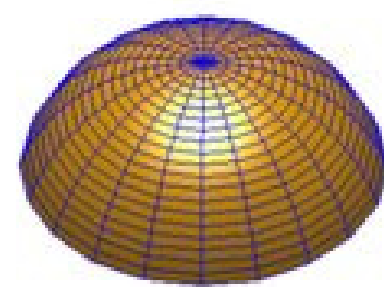
$$\phi = [0, 2\pi], \theta = [0, \pi]$$



'triangles'

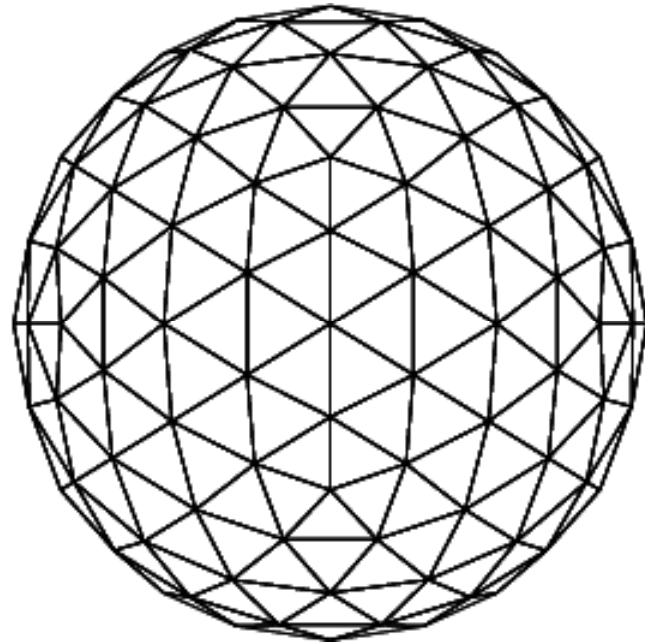
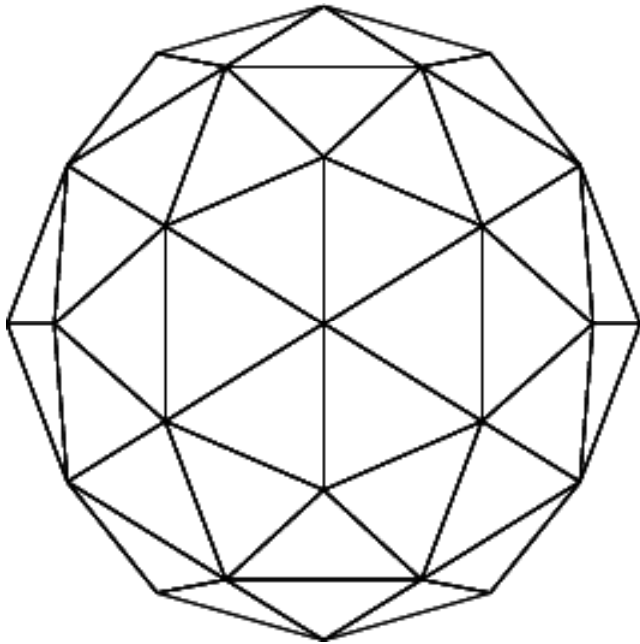


$$\phi = [0, 2\pi], \theta = [1.2, \pi]$$



$$\phi = [0, 2\pi], \theta = [0, 1.2]$$

Triangulaciones

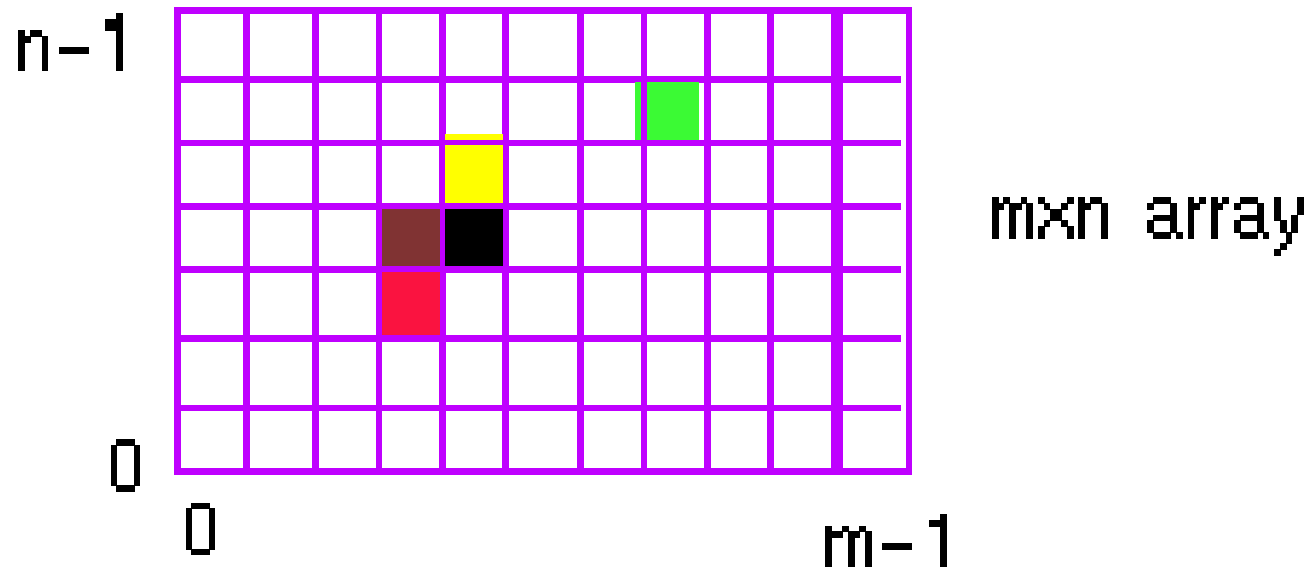


Discretización en hardware gráfico

Discretización: pantalla raster (1)

- Discretización de la pantalla es arreglo rectangular de pixeles. Modelo!
 - pixel (picture element). Elemento más pequeño (con área distinta de cero) accesible para pintar en dispositivo raster.
 - resolución Número total de puntos en cada dirección. Ejes alineados con la pantalla. Ejemplo 1280x1024. (número de puntos por centímetro vertical y horizontalmente).
- (Búsqueda web: raster device images)

Discretización Raster



Discretización: pantalla raster (2)

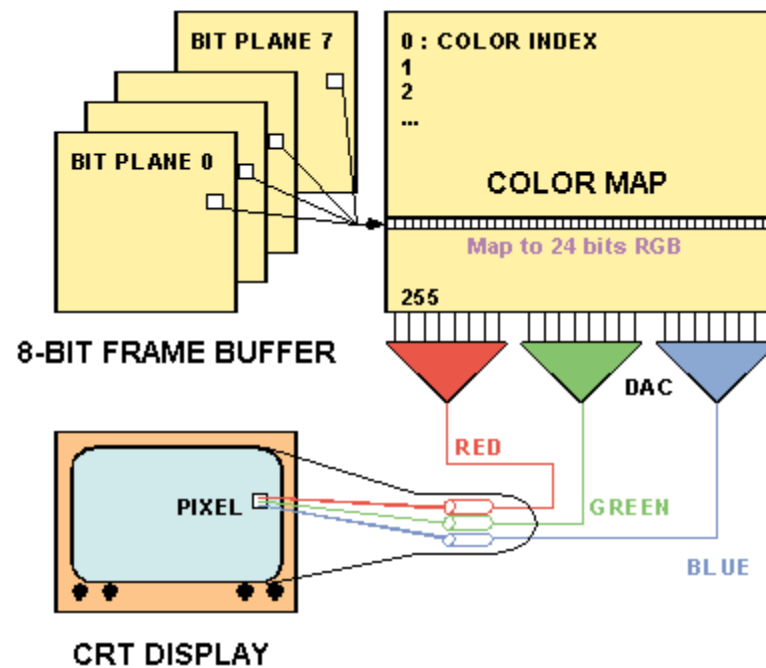
- Tecnologías de hardware
 - CRT tubo de rayos catódicos.
 - pantallas cristal líquido.
- Cada pixel se enciende / pinta por corto tiempo.
 - CRT haz de electrones golpea al pixel (fósforo) y se enciende.
 - persistencia
 - tasa de refresco. Tiempo necesario para encender nuevamente y dar imagen de continuidad.
- Refresco. Barrido Scan line según líneas horizontales, de arriba hacia abajo.

Frame buffer / buffer de refresco

- Frame buffer. Area de memoria (arreglo) donde se almacena la imagen (e información de ésta) asociada a la pantalla completa.
 - Tasa de refresco: 60-80 cuadros / seg
 - Imagen blanco y negro: bitmap (1 bit por pixel)
 - Imagen a color RGB. Ejemplo 24 bits/ pixel.

COLOR RASTER DISPLAY

(MEDIUM COST, COMPLEXITY)



Hardware actual

➤ Procesadores.

- procesador PC (uno o más)
- procesador gráfico GPU. Acelera proceso gráfico. Realiza por hardware mucho trabajo. Orientado a trabajo paralelo con matrices. Muy útil para algoritmos que realizan trabajo con matrices.

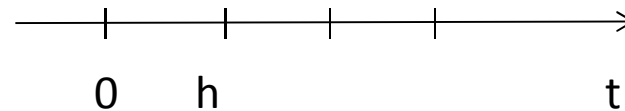
Discretización y métodos numéricos

Discretización / solución numérica de EDO

$$y' = f(t, y)$$

$$y(0) = 0$$

➤ Método de Euler



$$t_{k+1} = t_k + h$$

$$y_{k+1} = y_k + hf(t_k, y_k)$$

Error local = $O(h^2)$

Error global (acumulado) = $O(h)$

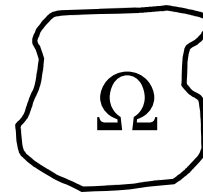
No es buen método!

y_k aproxima el valor $y(t_k)$

Ejemplo EDP **elíptica**

➤ Ecuación de Laplace

- $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ en Ω



- condiciones de borde

- Dirichlet $u = f_1(x, y)$ en el borde
- Newmann $\frac{\partial u}{\partial n} = f_2(x, y)$ en el borde
- mixtas

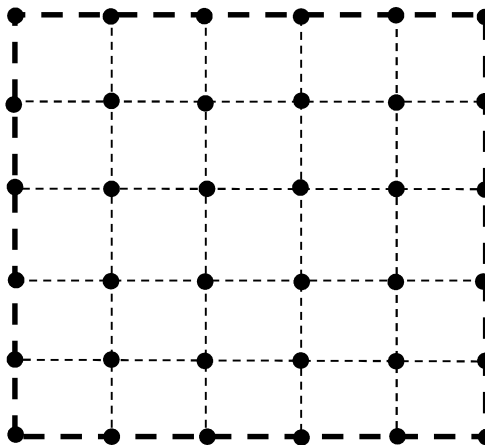
➤ Modela fenómenos estacionarios. Potencial electrostático o distribución de temperatura

Métodos numéricos para EDPs

- Diferencias finitas
- Elementos finitos (MEF)
- Volúmenes finitos
- Software CAD incluye módulo adicional de análisis EDPs

Métodos de diferencias finitas ec. Laplace 2D

- Dominio se aproxima mediante una grilla de puntos equiespaciados.



Métodos de diferencias finitas

- Simple e intuitivo
- Basado en aproximar operadores diferenciales mediante operadores de diferencias. Laplaciano se aproxima por

$$\nabla^2 u_{i,j} \approx \frac{u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}}{h^2}$$

$$\text{Error} = O(h^2)$$

u_{ij} aproxima el valor $u(x_i, y_j)$

Solución numérica

- Se escribe una ecuación de diferencias por cada punto de la grilla.
- Se agregan ecuaciones asociadas a condiciones de borde
- Se obtiene sistema lineal de ecuaciones $A\tilde{u}=b$ en las variables u_{ij}
- Se resuelve por métodos directos o iterativos
- Solución numérica: es aproximación de la solución exacta en conjunto de puntos del dominio

-
- La solución exacta de la EDP es una superficie definida sobre el dominio
 - La solución numérica es una función discreta definida sobre el dominio.

Matrices y computación

- Estructura de datos de manejo muy simple en lenguajes procedurales (NO orientados a objetos)
- Matlab
 - software matemático
 - lenguaje técnico de alto nivel procedural, basado en matrices
 - aplicaciones numéricas, análisis de datos, visualización de datos.
- Phyton (lenguaje computacional).
 - Orientado a objetos
 - Puede usarse con programación orientada a procedimientos (tipo lenguajes C, Fortran)
 - Manejo simple de matrices, cálculo numérico y errores de programación

Matlab

Matlab
Empresa mathwork.com

Sitio de matlab en inglés
<http://www.mathworks.com/products/matlab/?BB=1>

Sitio de matlab en español (parcialmente).
<http://www.mathworks.es/products/matlab/>

Introducción a matlab en español
http://www.mathworks.es/demos/matlab/getting-started-with-matlab-video-tutorial.html?s_cid=ML_b1008_bdyvideo

Demos de matlab (videos y tutoriales)
Solo accesible desde sitio en inglés!!!!
<http://www.mathworks.com/products/matlab/demos.html>

visualización de datos en matlab (en inglés)
<http://www.mathworks.com/demos/matlab/visualizing-data-overview-matlab-video-demonstration.html>