Auxiliar 3 - Inducción, Lógica, Conjuntos

Curso: Matemáticas Discretas para la Computación

Profesor: Jorge Perez

Auxiliares: Mauro Escobar - Nicolás Lehmann - Javiera Urrutia

15 de noviembre de 2011

1. Decimos que una fórmula está en FNC si es de la forma

$$\bigwedge_{i=1}^m \bigvee_{j=1}^{n_i} l_{ij}.$$

Además, decimos que una fórmula está en 3-FNC si $n_i = 3, \forall i$. Pruebe que para toda fórmula α en FNC, existe otra fórmula β en 3-FNC tal que α es satisfacible si y solo si β es satisfacible.

2. Consideremos un universo finito $\mathcal{U} = \{x_1, \dots, x_n\}$. Sea $\mathcal{S}$ una familia de conjuntos cuyos elementos pertenecen a $\mathcal{U}$. Diremos que $H = \{x_{i_1}, \dots, x_{i_M}\}$ es un *hitting set* si para cada conjunto $A \in \mathcal{S}$ existe un elemento $x \in H$ tal que $x \in A$, es decir, con los elementos en H se logra ‘tocar’ todos los conjuntos en $\mathcal{S}$.

Construya una fórmula φ en lógica proposicional φ es satisfacible si y solo si existe un *hitting set* de tamaño M .

3. Considere el operador binario $\star$ definido por la siguiente tabla de verdad

p	q	$p \star q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Demuestre que $\star$ es funcionalmente completo.