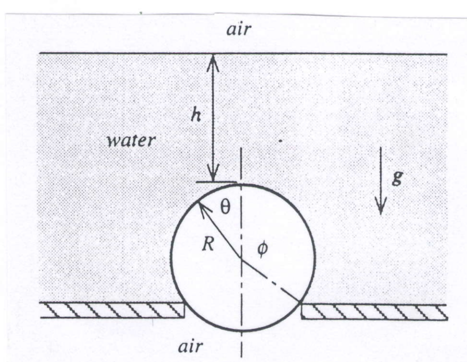
CONTROL 1
ME3301 Mecánica de Fluidos
Semestre Otoño 2011

April 8th, 2011

Problema 1 (30%)

La válvula al fondo de un estanque consiste de una esfera de radio R y de masa despreciable que cierra una abertura circular en el fondo del estanque. La línea de contacto entre la esfera y la abertura se posiciona a un ángulo ϕ desde la vertical (ver figura). La interface aire/agua arriba del estanque esta a una distancia h sobre la parte superior de la esfera. La presión del agua en la superficie superior de la esfera la mantendra en su lugar a menos que la abertura sea muy pequeña, es decir, a menos que $\phi \approx \pi$.

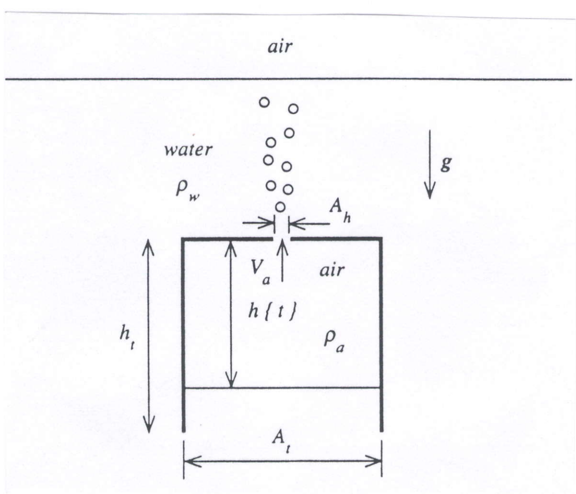
- Derive una expresión para la presión medida $p(\theta)$ en la superficie de la esfera como una función del ángulo θ medido desde la vertical, en términos de los parámetros R, h y la densidad del agua ρ.
- Derive una expresión para la fuerza neta hacia abajo, F, debido a presión del agua en la esfera como función del ángulo ϕ.
- Calcule el valor mínimo de h/R que hace que $F \geq 0$ cuando $\phi = 3\pi/4$. Explique el caso de $\phi = \pi/2$.



Problema 2 (35%)

Un estanque cilindrico, abierto en la parte inferior, es sumergigo bajo la superficie de un estanque mas grande que contiene agua de densidad $\rho_w = 1000\text{kg/m}^3$ (ver figura). La parte superior del estanque contiene una pequeña abertura de área $A_h = 1\text{cm}^2$. El estanque cilindrico, de área de sección $A_t = 1\text{m}^2$ y alto $h_t = 1\text{m}$, esta inicialmente lleno de aire teniendo una densidad $\rho_a = 1.2\text{kg/m}^3$ que permanece constante cuando el aire se escapa a través de la abertura en la parte superior. La profundidad de aire en el estanque, $h(t)$, decrece con el tiempo desde su valor inicial de h_t cuando el aire se escapa a través del orificio a una velocidad variando en el tiempo $V_a(t)$.

- Derive una expresión para la velocidad del aire, V_a.
- Obtenga una expresión para dh/dt en función de los parámetros ρ_a, ρ_w, A_t, A_h, g y la variable h.
- Por integración, derive una expresión para la profundidad $h(t)$ como una función del tiempo t y los parámetros ρ_a, ρ_w, A_t, A_h y g.
- Desde la respueta anterior, $h(t)$, calcule el tiempo necesario para que el estance cilindrico se vacie por completo.



Problema 3 (35%)

Un fluido viscoso en incompresible es empujado en el espacio entre dos placas paralelas cuando la placa superior se mueve hacia abajo a una velocidad V y la plca inferior se mantiene estacionaria. Debido a que la dimensión de la placa es grande en la dirección z normal a la figura, la velocidad del fluido esta enteramente en el plano x, y, y no hay dependencia en la dirección z. La componente u de la velocidad tiene una distribución parabólica como la mostrada en la figura,

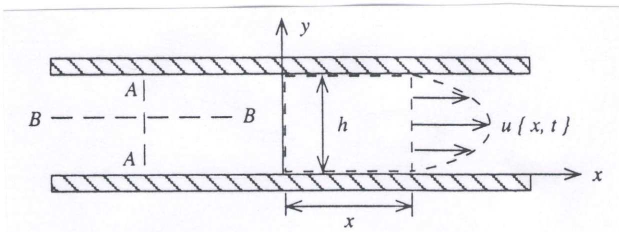
$$u = f(x)\left[\frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2}\right]$$

donde $f(x)$ es una función de x solamente. Recuerde que en $y = 0$, $y = h$, se tiene $u = 0$. El eje y es un plano de simetría del flujo, el flujo a la izquierda es una imagen de espejo de lo que sucede a la derecha, y así $u(0, y) = 0$.

- Usando el volumen de control indicado por la línea segmentada, determine la función $f(x)$en términos de las variables x, V y h.
- Utilizando la forma diferencial de conservación de masa, derive una expresión para la componente de la velocidad vertical $v(x, y)$ como una función de x, y, V y h.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0$$

- Bosqueje la variación de v como una función de y para $h \geq y \geq 0$.
- En un instante de tiempo particular, líneas de tinta son insertadas en el flujo en la forma de una cruz, $A - -A$ y $B - -B$, como es mostrado por las líneas segmentadas en la figura. Bosqueje la forma distorcionada que la cruz toma en un corto tiempo despues.



Tiempo: 1.45 horas.