

PAUTA AUXILIAR #3

PA

(a) Como PETERS ~~se~~ NO PUEDE GANAR EN 2 MÁQUINAS A LA VEZ ENTONCES SE TIENE QUE $\forall i \neq j \quad G_i \cap G_j = \emptyset$, es decir los eventos G_i son disjuntos (donde G_i : "PETERS RECIBE EL PREMIO DE LA MÁQUINA i ")

Ahora calculemos las probabilidades que piden

$i=1$

$$P(G_1) = p > 0 \quad (\text{GANO CON PROBA } p \text{ EN CADA MÁQUINA})$$

$$P(G_2) = P(G_2 | \bar{G}_1) \cdot P(\bar{G}_1) \quad (\bar{G}_1: \text{"NO GANAR EN LA MÁQUINA 1"})$$

$\swarrow \quad \searrow$

$$= p \cdot (1-p)$$

$\nearrow$ PROBA DE GANAR EN 2 DADO QUE NO GANÉ EN 1 NI EN 2. $\searrow$ PROBA DE NO GANAR EN 2 DADO QUE NO GANÉ EN 1.

$$P(G_3) = P(G_3 | \bar{G}_1 \cap \bar{G}_2) \cdot P(\bar{G}_2 | \bar{G}_1) \cdot P(\bar{G}_1)$$
$$= p \cdot (1-p) \cdot (1-p) = p \cdot (1-p)^2$$

DE FORMA MÁS GENERAL SI TUVIÉSEMOS n MÁQUINAS

$$P(G_i) = P(G_i | \bar{G}_1 \cap \dots \cap \bar{G}_{i-1}) \cdot P(\bar{G}_{i-1} | \bar{G}_1 \cap \dots \cap \bar{G}_{i-2}) \dots P(\bar{G}_2 | \bar{G}_1) \cdot P(\bar{G}_1)$$
$$= p \cdot \underbrace{(1-p) \dots (1-p)}_{i-1 \text{ veces}} = p (1-p)^{i-1} \quad i=1, \dots, n$$

b) $P(\text{"PETERS NO GANÉ"}) = 1 - P(\text{"GANÉ EN ALGUNA MÁQUINA"})$

$$= 1 - P(G_1 \cup G_2 \cup G_3)$$

EVENTOS $\rightarrow$ DISJUNTOS

$$= 1 - P(G_1) - P(G_2) - P(G_3)$$
$$= 1 - p - p(1-p) - p(1-p)^2$$

(c) VEAMOS SI SON INDEPENDIENTES. ~~NO~~ G_1 y G_2 (EL RESTO ES ANALOGO)

$$P(G_1) = p > 0 \quad \overset{0}{\overset{?}{\downarrow}} \quad \overset{\text{EVENTOS DISJUNTOS}}{\longrightarrow} P(G_1 \cap G_2) = 0$$

$$P(G_2) = p > 0$$

$$P(G_1 \cap G_2) \neq P(G_1) \cdot P(G_2)$$

$\overset{p}{\underset{0}{}} \qquad \qquad \qquad \overset{p}{\underset{p^2}{}}$

$\Rightarrow G_1, G_2$ y G_3 NO SON ~~PAR~~ PARES INDEPENDIENTES.

(d) SABEMOS QUE PETERS GANO EN ALGUNA MÁQUINA Y ESTO SE REPRESENTA COMO EL EVENTO $G_1 \cup G_2 \cup G_3$. POR LO TANTO NOS PIDEN LO SIGTE.

$$P(G_i | G_1 \cup G_2 \cup G_3) = ? \quad i=1, 2, 3.$$

LO HAREMOS PARA i ~~PARA CADA UNO DE LOS CASOS~~ GENERAL

$$\cancel{P(G_i)} P(G_i | G_1 \cup G_2 \cup G_3) = \frac{P(G_i \cap (G_1 \cup G_2 \cup G_3))}{P(G_1 \cup G_2 \cup G_3)}$$

$$= \frac{P(G_i)}{P(G_1) + P(G_2) + P(G_3)} = \frac{p(1-p)^{i-1}}{p + (1-p)p + (1-p)^2 p}$$

$$= \frac{(1-p)^{i-1}}{1 + (1-p) + (1-p)^2}$$

$$(e) P(G) = P(\text{"GANAR PREMIO"}) = P(\underbrace{\bigcup_{i=1}^{\infty} G_i}_{\substack{\text{INFINITAS} \\ \text{MÁQUINAS}}}) = \underbrace{\sum_{i=1}^{\infty} P(G_i)}_{\substack{\text{DISJUNTOS} \\ \sum_{k=0}^{\infty} 2^k = \frac{1}{1-2}}}$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} p(1-p)^{i-1} = p \sum_{i=1}^{\infty} (1-p)^{i-1} = p \sum_{i=0}^{\infty} (1-p)^i = ? \cdot \frac{1}{1-(1-p)} = 1$$

P2 PEDRO TIENE k PESOS Y QUIERE OBTENER N .
SEA.

$$P_k^0 = \text{PROBABILIDAD DE "A"} \\ P(\text{"PARTIR CON } k \text{ PESOS Y LLEGAR A 0 PESOS"})$$

$$P_k^0 = P(\text{"PARTIR CON } k \text{ PESOS" | "CARA"}) \cdot P(\text{"CARA"})^{\frac{1}{2}} \\ + P(\text{"PARTIR CON } k \text{ PESOS" | "SALO"}) \cdot P(\text{"SALO"})^{\frac{1}{2}}$$

$$P(A | \text{"CARA"}) = P(\text{"PARTIR CON } k+1 \text{ PESOS Y LLEGAR A 0"}) = P_{k+1}^0 \\ P(A | \text{"SALO"}) = P(\text{"PARTIR CON } k-1 \text{ PESOS Y LLEGAR A 0"}) = P_{k-1}^0$$

$$\Rightarrow P_k^0 = \frac{P_{k+1}^0}{2} + \frac{P_{k-1}^0}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_k^0}{2} + \frac{P_k^0}{2} = \frac{P_{k+1}^0}{2} + \frac{P_{k-1}^0}{2} \quad \Leftrightarrow P_k^0 - P_{k+1}^0 = P_{k-1}^0 - P_k^0 \\ \forall k \in \{1, \dots, N-1\}$$

AHORA IMPONGAMOS CONDICIONES DE BORDE
(YA QUE SI SE LLEGA A N O 0 EL JUEGO TERMINA).

$$P_0^0 = 1 \quad P_N^0 = 0$$

VEAMOS PARA $k = N-1$

$$P_{N-1}^0 - P_N^0 = P_{N-2}^0 - P_{N-1}^0$$

$$P_{N-2}^0 = 2 P_{N-1}^0$$

$k = N-2$

$$P_{N-2}^0 - P_{N-1}^0 = P_{N-3}^0 - P_{N-2}^0$$

$$2 P_{N-2}^0 - P_{N-1}^0 = P_{N-3}^0 \rightarrow P_{N-2}^0 = 2 P_{N-1}^0$$

$$\Rightarrow P_{N-3}^0 = 4 P_{N-1}^0 - P_{N-1}^0 = 3 P_{N-1}^0$$

y así sucesivamente hasta $k=2$

$$\Rightarrow P_{N-j}^0 = j P_{N-1}^0 \Leftrightarrow \cancel{P_j^0} = (N-j) P_{N-1}^0$$

con $j \in \{1, \dots, N-1\}$.

VEAMOS $k=1$ | ~~PARA~~ PARA ENCONTRAR P_{N-1}^0

$$P_1^0 - P_2^0 = \overset{1}{P_0^0} - P_1^0$$

$$(P_1^0 = (N-1) P_{N-1}^0 \quad P_2^0 = (N-2) P_{N-1}^0$$

$$\Leftrightarrow 2(N-1) P_{N-1}^0 - (N-2) P_{N-1}^0 = 1$$

$$P_{N-1}^0 \cdot (2N-2 - N+2) = 1$$

$$\Rightarrow P_{N-1}^0 = \frac{1}{N}$$

$$\Rightarrow P_j^0 = (N-j) P_{N-1}^0 = \frac{N-j}{N} = 1 - \frac{j}{N}$$

$\Rightarrow$ SI PARTO CON k PESOS

$$P_k^0 = 1 - \frac{k}{N}$$

(NOTAR QUE SI PETERS SE QUISIERA HACER INFINITAMENTE RICO, $N \rightarrow \infty$, SE TIENE QUE $P_k^0 = 1$, ES DECIR, CON PROBABILIDAD 1 PIERDE TODA LA PLATA, SI PARTO CON k PESOS

OBS:! HABLAR DE QUE UN EVENTO TENGA PROBABILIDAD CERO NO SIGNIFICA QUE NO OCURRE NUNCA, ~~SE~~ SI OCURRIERE SE PODRÍA ASOCIAR CON LOS MILAGROS. ~~PARA~~ ANALIZAR ESTO.

P3) R_i : "PETERS ESTA EN LA REGIÓN i " $i \in \{1, 2\}$

I_i : "LA INTERCEPCIÓN OCURRIÓ EN EL DÍA i "

NOTAR QUE:

$$P(I_1 | R_1) = p_1 = 1/2$$

$$P(I_1 | R_2) = p_2 = 1/4$$

$$P(R_1) = P(R_2) = 1/2$$

a) NOS PIDEN

$p_i = 1$

$$P(R_1 | I_1) = \frac{P(R_1 \cap I_1)}{P(I_1)} = \frac{P(I_1 | R_1) \cdot P(R_1)}{P(I_1)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{P(I_1 | R_1) \cdot P(R_1)}{P(I_1 | R_1) \cdot P(R_1) + P(I_1 | R_2) \cdot P(R_2)} = \frac{1/2 \cdot 1/2}{1/2 \cdot 1/2 + 1/4 \cdot 1/2} = \frac{1/4}{1/4 + 1/8} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

PROBABILIDADES
TOTALES

$$P(R_2 | I_1) = 1 - P(R_1 | I_1)$$

$$= 1/3 \quad (\text{TAMBIÉN SE PUEDE CALCULARLO DIRECTAMENTE})$$

b) E_m : "LA PRIMERA INTERCEPCIÓN OCURRIÓ EL M-ÉSIMO DÍA"

LOS PIDEN:

$$P(R_i | E_m) = ? \quad i \in \{1, 2\}$$

$\bar{I}_i$: "NO INTERCEPTAN EN EL DÍA i "

$$\begin{aligned} P(R_1 | E_m) &= \frac{P(E_m | R_1) \cdot P(R_1)}{P(E_m)} = \frac{P(\bar{I}_1 \cap \dots \cap \bar{I}_{m-1} \cap I_m | R_1) \cdot P(R_1)}{P(E_m | R_1) \cdot P(R_1) + P(E_m | R_2) \cdot P(R_2)} \end{aligned}$$

PROBABILIDADES
TOTALES

INDEPENDENCIA

$$\begin{aligned} &= \frac{P(\bar{I}_1 | R_1) \cdot P(\bar{I}_2 | R_1) \cdot \dots \cdot P(\bar{I}_{m-1} | R_1) \cdot P(I_m | R_1) \cdot P(R_1)}{P(\bar{I}_1 | R_1) \cdot \dots \cdot P(\bar{I}_{m-1} | R_1) \cdot P(I_m | R_1) \cdot P(R_1) + P(\bar{I}_1 | R_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{I}_{m-1} | R_2) \cdot P(I_m | R_2) \cdot P(R_2)} \\ &= \frac{(1/2)^{m-1} \cdot 1/2 \cdot 1/2}{(1/2)^{m-1} \cdot 1/2 \cdot 1/2 + (3/4)^{m-1} \cdot 1/4} \\ &= \frac{(1/2)^{m+1}}{(1/2)^{m+1} + (3/4)^{m-1} \cdot 1/8} \end{aligned}$$

i=2

$$P(R_2 | E_m) = \frac{P(E_m | R_2) \cdot P(R_2)}{P(E_m)} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{m-1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{m-1} + \left(\frac{3}{4}\right)^{m-1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}}$$

evaluar en $m=2$ y $m=3$

(c) SEA ~~$R_i^{(j)}$~~ $R_i^{(j)}$: "PETERS ESTÁN EN LA REGIÓN i AL COMIENZO DEL DÍA j "

$$P(R_1^{(1)}) = \frac{1}{2} = P(R_2^{(1)})$$

$$P(R_1^{(j+1)} | R_1^{(j)}) = \frac{1}{2} \quad P(R_1^{(j+1)} | R_2^{(j)}) = \frac{1}{4}$$

$$P(R_2^{(j+1)} | R_1^{(j)}) = \frac{1}{2} \quad P(R_2^{(j+1)} | R_2^{(j)}) = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(R_1^{(2)}) &= P(R_1^{(2)} | R_1^{(1)}) \cdot P(R_1^{(1)}) + P(R_1^{(2)} | R_2^{(1)}) \cdot P(R_2^{(1)}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$$P(R_2^{(2)}) = \frac{5}{8}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(R_1^{(3)}) &= P(R_1^{(3)} | R_1^{(2)}) \cdot P(R_1^{(2)}) + P(R_1^{(3)} | R_2^{(2)}) \cdot P(R_2^{(2)}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{16} + \frac{5}{32} = \frac{11}{32} \end{aligned}$$

$$P(R_2^{(3)}) = \frac{21}{32}$$

P4, PROBABILIDADES TOTALES.

$$P(x \in B) = \sum_{k=0}^N P(x \in B | |B|=k) P(|B|=k)$$

$$P(|B|=k) = \text{PROBABILIDAD DE ELEGIR SUBCONJUNTOS DE TAMAÑO } k \text{ EN } A = \frac{\# \text{ c.f.}}{\# \text{ c.t.}} = \frac{\binom{N}{k}}{2^N}$$

CANTIDAD DE SUBCONJUNTOS EN A.

$$P(x \in B | |B|=k) = \frac{\# \text{ c.f.}}{\# \text{ c.t.}} = \frac{\binom{k}{1}}{\binom{N}{1}}$$

EN LOS ELEMENTOS DE B QUE NOS SIRVEN

$x \in \{1, \dots, N\}$

$$\Rightarrow P(x \in B) = \sum_{k=0}^N \frac{\binom{N}{k}}{2^N} \cdot \frac{k}{N} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} \left(\frac{d}{dx} x^k \right) \Big|_{x=1}$$

$$= \frac{1}{2^N N} \left[\frac{d}{dx} \left(\sum_{k=0}^N \binom{N}{k} x^k \right) \right] \Big|_{x=1} = \frac{1}{N} \left(\frac{d}{dx} \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} x^k \cdot 1^{N-k} \right) \Big|_{x=1} \cdot \frac{1}{2^N}$$

$$\stackrel{\substack{\text{BINOMIO} \\ \text{DE NEWTON}}}{=} \frac{1}{N} \frac{d}{dx} (1+x)^N \Big|_{x=1} \cdot \frac{1}{2^N} = \frac{N \cdot (1+x)^{N-1}}{N} \Big|_{x=1} \cdot \frac{1}{2^N} = \frac{2^{N-1}}{2^N} = \frac{1}{2}$$

0!

P5] (a) Sea $(E_n)_{n \in \mathbb{N}}$ familia numerable de subconjuntos de Ω

Definimos

$$F_m = \bigcup_{n=1}^m E_n$$

Claramente $F_m \subseteq F_{m+1}$, es decir, F_m es una sucesión ~~de~~ creciente de subconjuntos de Ω .

También se tiene que

$$\bigcup_{m=1}^{\infty} F_m = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$$

DEFINICIÓN PARA UNA SUCECIÓN CRECIENTE.

$$P\left(\bigcup_{m=1}^{\infty} F_m\right) = \lim_{m \rightarrow \infty} P(F_m) = \lim_{m \rightarrow \infty} P\left(\bigcup_{n=1}^m E_n\right)$$

$$\leq \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^m P(E_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n)$$

NO SE SABE SI SON DISJUNTOS

(DESIGUALDAD DE BOOLE)

$$\Rightarrow P\left(\bigcup_{m=1}^{\infty} F_m\right) = P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n)$$

Para concluir CONSIDEREMOS LA DESIGUALDAD PERO PARA E_n^c (Sabiendo que $P(E_n) = 1 \Rightarrow P(E_n^c) = 0$)

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n^c\right) = P\left(\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n\right)^c\right)$$

$$\leq \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n^c) = 0$$

$$\Rightarrow P\left(\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n\right)^c\right) = P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n^c\right) = 0$$

$$\Rightarrow P\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} E_n\right) = 1.$$

P5 (b)

• Si $P(A) = 1 \Rightarrow P(A^c) = 0$

~~P~~

$$P(B) = P((B \cap A) \cup (B \cap A^c)) \\ = P(B \cap A) + P(B \cap A^c) \quad (*)$$

Pero

$$A^c \cap B \subseteq A^c$$

$$\Rightarrow P(A^c \cap B) \leq P(A^c) = 0$$

$$P(A^c \cap B) = 0$$

(*)

$$= P(B) = P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(B) = P(B) \cdot P(A) = P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow A \text{ y } B \text{ son INDEP.}$$

• Si $P(A) = 0 \Rightarrow P(A^c) = 1$

$$A \cap B \subseteq A$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \leq P(A) = 0$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0 = P(A) \cdot P(B)$$

$$\Rightarrow A \text{ y } B \text{ son INDEP.}$$

(c) $P(E) > 0$ $P(F) > 0$ ~~ya~~

$$F \downarrow E \text{ si } P(E|F) \leq P(E).$$

(i) SABERLOS QUE $F \downarrow E \Leftrightarrow P(E|F) \leq P(E)$

Pero ~~si~~ $E \downarrow F$ es decir $P(F|E) \leq P(F)$

$$P(F|E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{P(E|F) \cdot P(F)}{P(E)} \leq \overset{\text{HIPOTESIS}}{\frac{P(E)}{P(E)} \cdot P(F)} = P(F)$$

$$(ii) F \downarrow E, E \downarrow G \Rightarrow F \downarrow G$$

ESTO NO ES CIERTO Y ESTE ES EL CONTRA EJEMPLO.

TENEMOS DOS DADOS EQUILIBRADOS.

$E =$ "LOS DADOS SUMAN ~~12~~ 2".

$F =$ "LOS " " 12".

$G =$ "SALE AL MENOS UN 6".

$$\boxed{F \downarrow E} \quad P(E|F) = 0 \leq P(E) = \frac{1}{36}.$$

$$\boxed{E \downarrow G} \quad P(G|E) = 0 \leq P(G) = \frac{11}{36}.$$

$$\boxed{F \downarrow G} \quad P(G|F) = 1 \neq P(G) = \frac{11}{36}$$

V.A. DISCRETAS,

$$\overline{P_1} \quad \Omega = \{ccc, ccs, css, csc, sec, ssc, sss, scs\}$$

$Y = \text{n}^\circ \text{ DE CARAS.}$

$$P(Y=0) = P(\{sss\}) = \frac{1}{8}$$

$$P(Y=1) = P(\{css, scs, ssc\}) = \frac{3}{8}$$

$$P(Y=2) = P(\{ccs, scc, csc\}) = \frac{3}{8}$$

$$P(Y=3) = P(\{ccc\}) = \frac{1}{8}$$

NOTAR QUE

$$P\left(\bigcup_{i=0}^3 \{Y=i\}\right) = 1$$

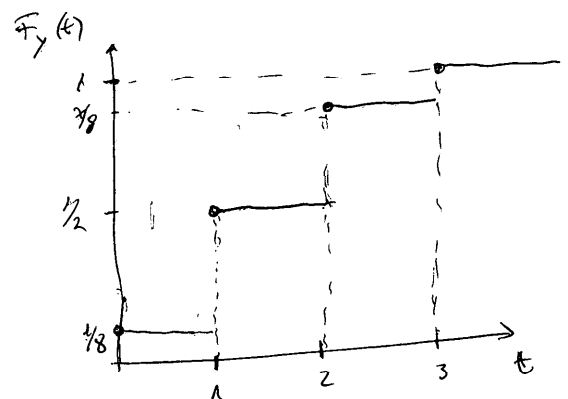
LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN SE DEFINE COMO

$$F_Y(t) = P(Y \leq t) \quad (\text{RECORDAR QUE ESTA FUNCIÓN ES CONTINUA POR LA DERECHA. Y NO DECRECIENTE.})$$

EN BREVE CASO

$\Rightarrow$ ~~$F_Y(t) = P(Y \leq t)$~~

$$F_Y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{8} & 0 \leq t < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq t < 2 \\ \frac{5}{8} & 2 \leq t < 3 \\ 1 & 3 \leq t \end{cases}$$



P2] $\Omega = \{C, SC, SSC, SSSC, \dots, \underbrace{SS \dots SC}_{n-1 \text{ veces}}, \underbrace{SS \dots S}_m \text{ veces}\}$

$$P(X=1) = P(\{C\}) = p$$

PRIMERO SALE SELLO
LUEGO CARA

$$P(X=2) = P(\{SC\}) = (1-p)p$$

$$P(X=3) = P(\{SSC\}) = (1-p)^2 p$$

$$P(X=m-1) = P(\{\underbrace{SS \dots SC}_{m-2 \text{ veces}}\}) = (1-p)^{m-2} p$$

$$\begin{aligned} P(X=m) &= P(\{\underbrace{S \dots SC}_{m-1 \text{ veces}}, \underbrace{SS \dots S}_m \text{ veces}\}) = (1-p)^{m-1} p + (1-p)^m \\ &= (1-p)^{m-1} (p + 1-p) \\ &= (1-p)^{m-1} \end{aligned}$$

NO TARE QUE

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{i=1}^m \{X=i\}\right) &= \sum_{i=1}^m P(X=i) \\ &\stackrel{\text{DISJUNTOS}}{=} \sum_{i=1}^{m-1} (1-p)^{i-1} p + (1-p)^{m-1} \quad \leftarrow \text{CASO CUANDO } i=m. \\ &= p \sum_{i=0}^{m-2} (1-p)^i + (1-p)^{m-1} \end{aligned}$$

RECUERDO

$$\sum_{k=0}^m r^k = \frac{r^{m+1} - r^0}{r-1}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow = p \cdot \left(\frac{(1-p)^{m-1} - 1}{(1-p) - 1} \right) + (1-p)^{m-1} \\ &= 1 - (1-p)^{m-1} + (1-p)^{m-1} = 1 \end{aligned}$$

$F_X(t)$

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ p & 0 \leq t < 1 \\ p + (1-p)p & 1 \leq t < 2 \\ \vdots \\ p + (1-p)p + \dots + (1-p)^{m-2} p & m-1 \leq t < m \\ 1 & m \leq t \end{cases}$$

P3

Veamos el lado derecho.

$X \sim \text{geométrica}(p)$

$$\Leftrightarrow P(X=i) = (1-p)^{i-1} p, \quad i=1, 2, \dots$$

$$P(X > n) = 1 - P(X \leq n)$$

~~$= 1 - \sum_{i=1}^n (1-p)^{i-1} p$~~

$$= 1 - \sum_{i=1}^n P(X=i)$$

$$= 1 - \sum_{i=1}^n (1-p)^{i-1} p$$

$$= 1 - p \sum_{i=1}^n (1-p)^{i-1} = 1 - p \sum_{i=0}^{n-1} (1-p)^i$$

$$= 1 - p \left(\frac{(1-p)^n - 1}{(1-p) - 1} \right) = 1 + (1-p)^n - 1 = (1-p)^n$$

RCDO:

$$\sum_{k=m}^n r^k = \frac{r^{m+1} - r^{n+1}}{r - 1}$$

El lado izquierdo

$$P(X > n+k | X > k) = \frac{P(X > n+k \text{ y } X > k)}{P(X > k)} \quad (1)$$
$$P(X > k) \quad (2)$$

$$(1) = P(X > n+k \text{ y } X > k) = P(X > n+k) = (1-p)^{n+k}$$

↑
SIGUIENDO LA LÓGICA
DEL CÁLCULO ANTERIOR

$$(2) = P(X > k) = (1-p)^k$$

$$\Rightarrow P(X > n+k | X > k) = \frac{P(X > n+k)}{P(X > k)} = \frac{(1-p)^{n+k}}{(1-p)^k} = (1-p)^n$$