



CONTROL # 1

27 de septiembre de 2010

Tiempo: 3 horas

- P1.** a) Un tren, en el que se encuentran n pasajeros, debe efectuar m paradas distintas. ¿De cuántas maneras pueden distribuirse los pasajeros entre estas paradas, suponiendo que
- 1) (1.0 pto.) los pasajeros son distinguibles entre sí?
 - 2) (1.0 pto.) los pasajeros son indistinguibles entre sí?
 - 3) (1.0 pto.) los pasajeros son indistinguibles entre sí y se sabe que en la parada i -ésima bajan al menos n_i , para todo $i = 1, \dots, m$? Suponga $\sum_{i=1}^m n_i \leq n$.
- b) Un bicho se mueve en el plano \mathbb{Z}^2 dando pasos unitarios ya sea hacia arriba o hacia la derecha. Sean $m, n > 0$ números enteros.
- 1) (1.5 ptos.) ¿Cuántos recorridos posibles hay desde el punto $(0, 0)$ al (m, n) ?
 - 2) (1.5 ptos.) Dados $0 \leq i \leq m$ y $0 \leq j \leq n$ números enteros, ¿cuántos recorridos hay desde $(0, 0)$ a (m, n) que pasan por el punto (i, j) ?
- P2.** a) Una mujer embarazada decide hacerse una ecografía para conocer el sexo de su futuro hijo. Se sabe que la probabilidad de que la ecografía diga que es hombre cuando en realidad es hombre, es de un 99 %, y que la probabilidad que diga que es mujer cuando en realidad es mujer es de un 90 %. Suponga que antes de la ecografía las probabilidades de hombre y mujer son iguales a 50 %.
- 1) (1.5 ptos.) Si la ecografía predice que será mujer, ¿cuál es la probabilidad que efectivamente lo sea?
 - 2) (1.5 ptos.) Calcule la probabilidad de que la ecografía se equivoque al predecir el sexo.
- b) (3.0 ptos.) Se dispone de dos monedas, una equilibrada y la otra con probabilidad $2/3$ de cara. Se escoge al azar una de las dos monedas, y se lanza dos veces. Sea C_i el evento en que el lanzamiento i resulta cara, para $i = 1, 2$. ¿Son independientes los eventos C_1 y C_2 ? Explique.
- P3.** a) (3.0 ptos.) Se lanza un dado equilibrado con n caras numeradas de 1 a n , y se anota el resultado obtenido. El procedimiento se repite hasta que se obtiene un resultado que ya se anotó en algún lanzamiento previo. Sea X la variable aleatoria que denota la cantidad total de lanzamientos. ¿Cuál es el rango de la variable? Calcule su función distribución.
- b) Sea X la variable aleatoria que denota el tiempo (en horas) que una cierta componente electrónica funciona antes de fallar. Suponga que su densidad está dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2} & \text{cuando } x > 10 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- 1) (1.0 pto.) Muestre que $c = 10$.
- 2) (1.0 pto.) ¿Cuál es la probabilidad de que la componente dure más de 20 horas?
- 3) (1.0 pto.) Calcule la función de distribución acumulada de X .