MA3403 - Probabilidades y Estadistica.
Profesor: Raul Gouet. **Auxiliares:** Alberto Azócar, Franco Basso, Francisco Castro.

Auxiliar 8

28 de Abril 2011

P1. Se ponen a funcionar en un mismo momento (que tomamos como tiempo 0) dos lamparitas de dos marcas distintas, A y B, que se dejan prendidas hasta que se rompan. Llamemos X al tiempo de duración de la lamparita A e Y al tiempo de duración de la lamparita B. Admitamos que X e Y son independientes, que X sigue una distribución exponencial de parametro $\lambda_1 > 0$ y que Y sigue una distribución exponencial de parametro $\lambda_2 > 0$. Llamemos S al tiempo en que ocurre la primera rotura de alguna de las dos lamparitas y T al tiempo en que se rompe la restante lamparita.

(a) Calcular las funciones de distribución de S y T.
(b) Calcule $E(S)$ y $E(T)$.
(c) Calcular $E(ST)$. Son S y T independientes? Justique la respuesta.
(d) Calcular $P(S = T)$.

P2. Sea X variable aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1]$ Se observa X y, sabiendo que $X = x$, se considera la variable aleatoria Y uniforme en el intervalo $[0, \sqrt{x}]$

(a) Obtenga la densidad conjunta de (X, Y).
(b) Calcule $E(Y)$.
(c) Obtenga la densidad marginal Y.

P3. Sean X, Y va con densidad conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{x^2y^2} \text{ si } x \geq 1 \text{ y } y \geq 1.$$

Encuentre la función de densidad conjunta para las variables $U = XY$, $V = \dfrac{X}{Y}$.