

MA3403 - Probabilidades y Estadística.**Profesor:** Raul Gouet. **Auxiliares:** Alberto Azócar, Franco Basso, Francisco Castro.

Auxiliar 4

7 de Abril 2011

P1. En pruebas de medición de distancia de frenado de automóviles, los vehículos que viajan a determinada velocidad tienden a recorrer distancias de frenado que están distribuidas uniformemente entre dos puntos A y B. Calcular la probabilidad de que uno de estos automóviles:

- a) se detenga más cerca de A que de B.
- b) se detenga de tal modo que la distancia a A sea por lo menos 3 veces mayor que la distancia a B.

P2. Sea $X_1 \sim \text{poisson}(\lambda_1)$, $X_2 \sim \text{poisson}(\lambda_2)$. Demuestre que $X_1 + X_2 \sim \text{poisson}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

P3. El consumo máximo de agua potable de una ciudad en un día cualquiera es una variable aleatoria X (en miles de m³) con densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ kxe^{-\frac{x}{3}} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Determine el valor de k para que f sea una densidad (de ahora en más se trabaja con ese valor).
- b) Si la capacidad máxima de suministro de agua es de 27.000 m³, hallar la probabilidad de que en un día determinado no se pueda satisfacer la demanda de agua potable (y por lo tanto haya corte de suministro).
- c) Hallar la probabilidad de que en dos días cualesquiera de la próxima semana haya corte de suministro.
- d) Hallar la probabilidad de que por lo menos en un día de la próxima semana haya corte de suministro.

P4. Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ variables aleatorias independientes tal que $X_i \sim \text{exp}(\lambda_i) \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Sea $W = \min_{i \in \{1, 2, \dots, n\}} X_i$. Calcule la función de densidad de W .

P5. Para armar su árbol de navidad, usted debe probar las luces antes de ponerlas. Para evitar probar las luces una a una, usted separa las N ampolletas y las conecta en k series de n ampolletas cada una y las prueba (Considere $N = kn$). En caso que una serie no funcione, usted prueba todas las ampolletas de esa serie. Se sabe que cada ampolleta tiene una probabilidad p de encontrarse defectuosa. Considere la variable aleatoria X = "Número de pruebas hechas".

- (i) Calcule $E(X)$.
- (ii) Encuentre k tal que, en promedio, le convenga más probar las luces de esta forma, que probarlas de a una.