

Pauta P1

(a.i)

$$\mathbb{P}(\text{Ganar en el } k\text{-ésimo intento}) = \mathbb{P}(\text{Nadie gane } k-1 \text{ veces})\mathbb{P}(\text{Ganar}) = \frac{1}{3}^{k-1} \frac{1}{6}$$

(a.ii)

$$\sum_{k \geq 1} \mathbb{P}(3, 5)^{k-1} \mathbb{P}(1) = \frac{1}{6} \sum_{k \geq 0} \frac{1}{3}^k = \frac{1}{4}$$

$$\Omega = \{(X_1, \dots, X_n) \mid X_1 = \text{nadie gana } \forall i < n, X_n = \text{gano o pierdo}, n \in \mathbb{N}\}$$

(b.i)

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \cap A) = \mathbb{P}(A)^2 \implies \mathbb{P}(A)(\mathbb{P}(A) - 1) = 0 \implies \mathbb{P}(A) = 0 \vee \mathbb{P}(A) = 1$$

(b.ii)

$$\mathbb{P}(A^c \cap B^c) = \mathbb{P}((A \cup B)^c) = 1 - \mathbb{P}(A \cup B) = 1 - \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A^c) - \mathbb{P}(B)(1 - \mathbb{P}(A)) = \mathbb{P}(A^c)\mathbb{P}(B^c)$$

(b.iii)

$$\sum_{i=2}^n \binom{n}{i} = 2^n - (n+1)$$

Esto se puede ver ya que se necesita que todos los subconjuntos posibles ($= 2^n$) sean independientes, pero a estos hay que restarles los singletons y el vacío.