# Auxiliar 5: Probabilidades MA3401-1

Profesor: Raul Gouet
Auxiliar: Amitai Linker
11 de abril de 2011

**P1.** Considere la variable aleatoria $X$ que tiene una distribución exponencial de parámetro $\lambda$:

(a) Encuentre la esperanza y la varianza de $X$

(b) Muestre que $\lfloor X \rfloor$ es una variable aleatoria discreta con distribución geométrica, y encuentre su parámetro

(c) Sea $X$ una variable aleatoria con función de distribución contínua y estrictamente creciente. Encuentre la distribución de $Y = -ln(F(X))$

**P2.** Diremos que una variable aleatoria tiene distribución Gamma de parámetros $h > 0$ y $\lambda > 0$ si su función de densidad es

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(\lambda x)^{h-1}}{\Gamma(h)} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \\ \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Donde la función $\Gamma$ se define como

$$\Gamma(h) \ = \ \int_0^{\infty} t^{h-1} e^{-t} dt$$

(a) Muestre que esta función de densidad define una función de distribución

(b) Muestre que $\Gamma(1) = 1$ y que $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$

(c) Para el caso $h$ un natural, demuestre que la función de distribución queda de la forma

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \displaystyle\sum_{k=0}^{h-1} e^{-\lambda x} \frac{(\lambda x)^k}{k!} & \text{si } x > 0 \\ \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$