MA2601-5- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
Profesor: Juan Campos.
Auxiliares: Carlos Román - Andrés Zuñiga.

Auxiliar 5

15 de Abril de 2011

P1. Se tiene la ecuación $y^{(4)} + p(t)y = g(t)$ con p y g continuas para $t \in [0,1]$ y condiciones de borde $y(0) = y''(0) = y(1) = y''(1) = 0$. Suponiendo que para $g = 0$ la solución de la ecuación es la nula, demuestre que existe una única solución si $g \neq 0$.

Propuesto: Considere el problema:

$$y^{(4)} + \alpha^4 y = g(t),\ t \in [0,1],$$
$$y(0) = y''(0) = y(1) = y''(1) = 0$$

Muestre que si $\alpha \neq k\pi\ \forall k \in \mathbb{Z}$, entonces este problema tiene solución única para cualquier función $g(t)$ continua en $[0,1]$.

P2. Considere el problema de condiciones de borde:

$$y'' + p(t)y = g(t) \quad t \in [a,b],\ y(a) = y(b) = 0$$

donde p, g son funciones continuas en $[a,b]$. Demuestre que si $p(t) \leq 0\, \forall t \in [a,b]$ y si el problema posee solución, entonces ésta es única.

Indicación: Cuando $g = 0$, multiplique la ecuación por y y realice una integración por partes.

P3. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales utilizando el método de **variación de parámetros**.

a) $y'' + 2y' + y = e^{-t}\ln(t)$ con $t > 0$.

b) $y'' + 3y' + 2y = \dfrac{1}{1+e^t}$.

P4. Considere la ecuación diferencial no homogénea a coeficientes variables:

$$4ty'' + (2 - 8\sqrt{t})y' - 5y = (3\sqrt{t} + 2)e^{-\sqrt{t}}, \quad t > 0$$

a) Sea $z(t) = y(t^2)$, demuestre que la ecuación diferencial se reduce a:

$$z''(t) - 4z'(t) - 5z(t) = (3t + 2)e^{-t}.$$

b) Encuentre la solución general de la ecuacion diferencial a coeficientes constantes no homogénea.