

MA2601-5- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.**Profesor:** Juan Campos.**Auxiliares:** Carlos Román - Andrés Zúñiga.

Auxiliar 3

30 de Marzo de 2011

P1. Resuelva las siguientes EDOs:

1. $xy^2y' + y^3 = x\cos(x)$

2. $xy' + y = y^{-2}$

P2. *Modelo logístico de población:* El modelo logístico se basa en el siguiente principio:

“El aumento de una población es proporcional al producto entre la población misma y su diferencia respecto a un valor máximo que es función de los recursos disponibles, los cuales son limitados”

Traduzca el modelo en una ecuación diferencial ordinaria y resuélvala.

P3. *Ley de Hooke:* Se tiene un sistema compuesto por un resorte de constante elástica k , cuyo extremo izquierdo está fijo, mientras que el extremo derecho se encuentra amarrado a un cuerpo de masa m . La ley de Hooke establece que:

“Para pequeños desplazamientos en torno a la posición de equilibrio, la fuerza de restitución del resorte es proporcional al desplazamiento”.

La ecuación que modela este sistema es: $m \cdot \frac{d^2y(x)}{dx^2} = -k \cdot y$, donde x representa el desplazamiento del resorte respecto a su punto de equilibrio. Resuelva la EDO utilizando un cambio de variable apropiado, que permita obtener una EDO de primer orden.

P4. Considere el problema de Cauchy

$$(PC) \begin{cases} y' = (1 + \sin(xy)^2)y^2 + 1 & x \in (-a, a), a > 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Pruene que la solución de este problema es impar (esto es, $y(-x) = -y(x)$).

P5. Mostrar que $f(y) = y^{2/3}$ no satisface la condición de Lipschitz cerca del origen.

Hint: Estudie la derivada de la función cerca de cero, y concluya utilizando el Teorema del Valor Medio.

Considere el problema:

$$y' = y^{2/3}, y(0) = 0$$

Encuentre dos soluciones no nulas y continuamente diferenciables. ¿Qué se puede decir respecto del teorema de existencia y unicidad?.