

MA2601-4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Semestre 2011-01

Profesor: Patricio Felmer.

Auxiliares: Francisco Bravo, Sebastián Reyes Riffo.

Clase auxiliar 01 18/marzo

P1. Mediante variables separables, resuelva las siguientes EDOs:

(a) $y' = 6e^{2t-y}$, $y(0) = 0$.

(a) $y' = ky(n+1-y)$, $y(0) = n$.

(a) $ty' - y = \sqrt{t^2 + y^2}$.

P2. Un paracaidista de masa m abre su paracaídas mientras cae en un tiempo t_0 , justo cuando su velocidad es v_0 . Suponiendo que la abertura del paracaídas produce una fuerza hacia arriba $F_p = kv^2$ con $k > 0$, y despreciando roces, encuentre la velocidad del paracaidista para un tiempo $t > t_0$ cualquiera. Muestre que la velocidad tiende a $-\sqrt{\frac{mg}{k}}$ cuando $t \rightarrow \infty$

P3. *Reducción de la ecuación homogénea generalizada.*

(a) Considere la EDO de primer orden de la forma

$$y' = F\left(\frac{y}{x}\right), \quad x > 0, \quad (1)$$

donde F es una función continua conocida. Mediante la sustitución $z = \frac{y}{x}$ desarrolle un método general para resolver esta EDO. Aplíquelo a la ecuación

$$y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

(b) Considere ahora la EDO

$$y' = F\left(\frac{ax+by+e}{cx+dy+f}\right), \quad a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Pruebe que si $ad - bc \neq 0$, la EDO (2) puede llevarse a la forma (1) mediante un cambio de variables del tipo $z = y - \alpha$, $t = x - \beta$, con α y β constantes elegidas adecuadamente. Aplique este método a la ecuación

$$y' = \frac{x+y+4}{x-y-6}.$$

(c) ¿Cómo resolvería si $ad - bc = 0$?