MA2601-3- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
Profesora: Claudio Muñoz.
Auxiliares: Sebastián Barbieri L., Carlos Román P.

Auxiliar 2

30 de Marzo de 2011

P1. Resuelva las siguientes EDO

1. $y' = 2 + \sqrt{y - 2x + 3}$
2. $xy^2y' + y^3 = xcos(x)$
3. $x^2y' - 2xy = 3y^4$

P2. Modelamiento: Circuito RC

Considere una malla simple que posee una alimentación de V volts, una resistencia de tamaño R, y un condensador de capacidad C. La segunda ley de Kirchoff establece que la suma de las caídas de voltaje a través del circuito es igual al voltaje aplicado V. Se sabe que la caída de tensión al pasar por una resistencia es iR, donde i es la corriente ($\frac{dq}{dt}$) y la caída de tensión en el condensador es de q/C.

1. Plantee lo anterior en la forma de una ecuación diferencial ordinaria.
2. Resuelva el sistema anterior, encontrando la ecuación para la carga del condensador en funcíon del tiempo suponiendo que la carga inicial es nula.
3. obtenga también la corriente en el condensador en función del tiempo, y la caída de tensión en este mismo en función del tiempo.

P3. Ley de Hooke: Se tiene un sistema compuesto por un resorte de constante elástica k,cuyo extremo izquierdo está fijo, mientras que el lado derecho se encuentra amarrado a un cuerpo de masa m. La ley de Hooke establece que: *"Para pequeños desplazamientos en torno a la posición de equilibrio, la fuerza de restitución del resorte es proporcional al desplazamiento"*. La ecuación que modela este sistema es: $m \cdot \frac{dy^2}{dx} = -k \cdot y$, donde x representa el desplazamiento del resorte respecto a su punto de equilibrio.

P4. Considere el problema de Cauchy

$$(PC) \begin{cases} y' = (1 + \sin(xy)^2)y^2 + 1 \quad x \in (-a, a),\, a > 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(a) Pruebe que la solución de este problema es impar (esto es, $y(-x) = -y(x)$).

P5. Mostrar que $f(y) = y^{2/3}$ no satisface la condición de Lipschitz cerca del origen.
Hint: Estudie la derivada de la función cerca de cero, y concluya utilizando el Teorema del Valor Medio.
Encuentre una solución no nula del problema

$$y' = y^{2/3},\, y(0) = 0$$

Observe que la función nula es también solución. Combinando estas soluciones, demuestre que este problema admite infinitas soluciones.