

EXAMEN MA26A-01, 2005/1

Prof. M. del Pino

Auxs.: W. Arriagada, C. Muñoz

Tiempo: 3 hrs.

1. Dibuje las trayectorias de los siguientes sistemas, indicando las direcciones (flechas) en las cuales éstas son recorridas. En caso de haber trayectorias rectilíneas, encuéntrelas primero, explícitamente.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y \\ \dot{y} &= 3x + 4y\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x \\ \dot{y} &= x + y\end{aligned}\tag{2}$$

2. (a) Encuentre, la solución general de la ecuación diferencial

$$y''' + 3y'' + 2y' = e^{-x}$$

- (b) Encuentre la solución del problema

$$y'' - y = U_3(x) - U_5(x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

3. (a) Determine si es posible que las funciones linealmente independientes e^{t^2} y e^{-t^2} sean soluciones en todo \mathbb{R} de una ecuación de la forma

$$x'' + a(t)x' + b(t)x = 0,$$

con a, b continuas.

- (b) Considere una ecuación no-lineal de la forma

$$y''(t) + f(y(t)) = 0, \quad t \in [0, \infty)$$

donde f tiene derivada continua en \mathbb{R} , y $f(0) = 0$. Demuestre que si $y(t)$ es solución de esta ecuación, con $y(t_0) = 0$, $y'(t_0) = 0$, entonces $y \equiv 0$.