

MA2601-2 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Semestre 2011-01

Profesor: Julio López.

Auxiliares: Sebastián Reyes Rifo, Sebastián Román.

Clase auxiliar 04

8/Abril

P1. Encuentre la solución general de

a) $y'' + 5y' + 6y = 0$

b) $y'' + 2y' + y = 0$

c) $y'' + 2y' + 2y = 0$

P2. Encuentre la solución general de

$$y''' - 5y'' + 7y' - 3y = 0$$

P3. Consideremos la ecuación de segundo orden

$$y''(t) + p(t)y' + q(t)y = 0 \tag{1}$$

con $p, q : I \rightarrow \mathbb{R}$ funciones continuas.

(a) Demuestre que $W(t) = W(y_1, y_2)(t)$, con $y_1(t), y_2(t)$ soluciones de (1) satisface

$$W(t) = W(t_0) \exp \left(- \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi \right)$$

(b) Encuentre una expresión para $\left(\frac{y_2(t)}{y_1(t)} \right)$ en términos de $W(t), y_1(t)$. A partir de esto y de (a), determine $y_2(t)$.

(c) Considere la ecuación (1), para $t \in (0, l)$, con $y_1(0) = 0, y_1(l) = 1, y_2(0) = 1, y_2(l) = 0$. Pruebe que el valor medio de $p(t)$:

$$M = \frac{1}{l} \int_0^l p(s) ds$$

puede ser obtenido mediante la fórmula $M = \ln \left[- \frac{y_1'(0)}{y_2'(l)} \right]^{1/l}$