Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Profesor Héctor Olivero Q.
Auxs: Sergio Araneda & Victor Verdugo
Semestre de Otoño 2011

MA2002-3: CÁLCULO AVANZADO Y APLICACIONES
CLASE AUXILIAR 5: REPASO

1. *a*) Definamos

$$\vec{F}(\vec{r}) = (2x + y\sin(x-y), -y + y\sin(x-y), (x^2+y^2)^{1/4} - z\sin(x-y))$$

¿En qué región puede afirmar que $\vec{F}$ es de clase C^1?

b) Calcule

$$\iint_S \vec{F}\cdot\hat{n}dA$$

donde S es la superficie $x^2+y^2=e^z$, y $0\le z\le 1$, orientada según normales $\hat{n}$ que apunten alejándose del eje z.
Indicación: Puede argumentar que ciertas integrales que aparecen son cero por simetría.

2. *a*) Verifique que

$$\vec{F}(\vec{r}) = (y^2\cos(x) + z^3, 2y\sin(x) - 4, 3xz^2 + 2z)$$

es un campo conservativo y encuentre un potencial escalar.

b) Calcule $\int_\Gamma \vec{G}\cdot d\vec{r}$ donde

$$\vec{G}(\vec{r}) = (y^2\cos(x) + 2z^3, 2y\sin(x) - 4, 3xz^2 + 2z)$$

y Γ es la curva que consta del arco de $y=x^2$, $z=0$ del origen al punto $(1,1,0)$ junto con el segmento recto de (1,1,0) al punto (0,0,1).

c) Considere una superficie regular y orientable S con campo de normales $\hat{n}$, y $\vec{F},\vec{G}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ dos campos vectoriales de clase C^1 tales que

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{G}(\vec{r}) \quad \text{para todo } \vec{r}\in S.$$

Muestre que

$$(\operatorname{rot}\vec{F})(\vec{r})\cdot\hat{n}(\vec{r}) = (\operatorname{rot}\vec{G})(\vec{r})\cdot\hat{n}(\vec{r}) \quad \text{para todo } \vec{r}\in S.$$

De un ejemplo de S, $\vec{F}$, $\vec{G}$ que cumplan las condiciones anteriores pero

$$\operatorname{rot}\vec{F}(\vec{r}) \neq \operatorname{rot}\vec{G}(\vec{r}) \quad \text{para todo } \vec{r}\in S.$$

Indicación: Dado $\vec{r}_0\in S$ utilice el teorema de Stokes en una familia de superficies adecuadas (pequeñas y centradas en $\vec{r}_0$).