Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática

Profesor Héctor Olivero Q.
Auxs: Sergio Araneda & Victor Verdugo
Semestre de Otoño 2011

MA2002-3: CÁLCULO AVANZADO Y APLICACIONES
CLASE AUXILIAR 4: BORDE EFECTIVO Y TEOREMAS DE CÁLCULO VECTORIAL

1. *a*) Determine el borde efectivo de la superficie S (pizarra).

   b) Compruebe el Teorema de Stokes para S, con el campo vectorial $\vec{F}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ dado por $\vec{F}(x,y,z)=(x,z,x+y)$.

2. Compruebe el Teorema de Stokes para la superficie S (pizarra) y el campo vectorial $\vec{F}$: $\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ dado por $F(x,y,z)=(y,z^2,x)$.

3. *a*) Para el campo
$$\vec{F}(\vec{r})=(2\theta+\sqrt{2+\rho^2})\hat{\rho}+\frac{1}{\rho}e^{\theta^2}\hat{\theta}+(\theta^2+\log(1+z^2))\hat{k}$$
   expresado en coordenadas cilíndricas, calcule $\operatorname{rot}\vec{F}$.

   b) Bosqueje la superficie $S=\{(x,y,z\in\mathbb{R}^3: x^2+y^2=1, 0\le z\le x, y\ge 0)\}$.

   c) Calcule $\oint_{\partial S}\vec{F}\cdot d\vec{r}$ donde $\vec{F}$ es el campo de la parte *a*) y S es la superficie en *b*) (∂S está orientada de $(1,0,0)$ a $(0,1,0)$ a $(1,0,1)$.

4. Sea Γ la curva que se obtiene de intersectar la superficie $z=x^2+y^2$ con la superficie de la esfera unitaria. Considere Γ recorrida en sentido antihorario.

   a) Calcule la integral de trabajo del campo $\vec{F}=(x^2+z,y^2+x,z^2+y)$ a lo largo de Γ.

   b) Sea $\vec{F}=\frac{1}{\rho}\hat{\theta}+z\hat{k}$ (en coordenadas cilíndricas). Pruebe que $\operatorname{rot}\vec{F}=0$ para $\rho>0$, pero que sin embargo $\oint_\Gamma\vec{F}\cdot d\vec{r}\neq 0$. Explique esta aparente contradicción con el teorema de Stokes.