Auxiliar 11 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile
Miércoles 31 de Agosto, 2011

Profesor Cátedra: Jaime H. Ortega
Profesores Auxiliares: Benjamín Obando Vallejos - Matías Godoy Campbell

Pregunta 1.

a) Demuestre que: $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{a+\cos\theta}d\theta = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2-1}}$ con $a > 1$

b) Para $a > 1$ y $n = 0, 1, 2, \ldots$ evalúe las integrales:

$$C_n(a) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos n\theta}{a-\cos\theta}d\theta \quad S_n(a) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin n\theta}{a-\cos\theta}d\theta$$

Hint: Calcule $C_n(a) + iS_n(a)$

Pregunta 2. Evalúe las siguientes integrales aprovechando los teoremas vistos en clase:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2+3}{x^4+5x^2+4}dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\pi x)}{x^5-x}dx$$

Pregunta 3. *(Pasando el lado derecho a la condición inicial)*
Resuelva el siguiente problema diferencial en derivadas parciales:

$$\begin{array}{ll} y_{tt} - y_{xx} = 4\sin 2x, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ y(0,t) = y(\pi,t) = 0, & t > 0 \\ y(x,0) = 0, & 0 < x < \pi \\ y_t(x,0) = \pi - x, & 0 < x < \pi \end{array}$$

Indicación: Considere el cambio $u(x,t) = y(x,t) - \sin 2x$

Pregunta 4. *(Ecuacion de Helmholtz)*
Resuelva la ecuacion de Helmholtz:

$$\Delta u + u = 0$$

en la región

$$\Omega = \{(x,y) : 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2\}$$

con las siguientes condiciones de borde:

$$u(x,0) = u(0,y) = u(1,y) = 0$$

$$u(x,2) = x(1-x) \quad \forall (x,y) \in \Omega$$