MA4601-1 Cálculo Avanzado y Aplicaciones, Semestre 2011-01
Profesor: Jaime Ortega
Auxiliares: Benjamín Obando - Matias Godoy

Clase Auxiliar I

28 de marzo de 2011

P1. Sea $\vec{F} = z^2\hat{\imath} + (z\sin y)\hat{\jmath} + (2z + axz + b\cos y)\hat{k}$

a) Determine los valores de a y b para que $\vec{F}$ sea conservativa

b) Para los valores recien encontrados, encuentre el potencial de $\vec{F}$

P2. Considere el paraboloide $P \subset \mathbb{R}^3$ de ecuación $z = 1 + \rho^2$, $\rho \geq 0, \theta \in [0, 2\pi]$ (en coordenadas cilíndricas).

a) Bosqueje la superficie P.

b) Considere la sección S de P que queda dentro del cilindro $(x-1)^2 + y^2 \leq 1$. Encuentre una parametrización para S indicando su dominio de definición.

c) Encuentre el plano tangente a S en el punto $R = (x_0, y_0, z_0) \in S$.

d) Calcule el vector normal unitario a S.

P3. Considere la superficie S que se obtiene de intersectar la superficie $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ con el volumen dado por $x^2 + y^2 - 2ay \leq 0$, donde $a > 0$.

a) $(1,5$ pts$)$ Encuentre una parametrización de S.

b) (2 pts) Calcule el área de S.

c) (1 pt) Considere ahora la curva Γ que se obtiene como intersección de las superficies $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y $x^2 + y^2 - 2ay = 0$, donde $a > 0$. Encuentre una parametrización para Γ.

d) $(1,5$ pts$)$ Suponga ahora que Γ es un alambre con densidad de masa $\rho(x, y, z) = \frac{2a}{\sqrt{8a^2 - x^2 - y^2}}$. Calcule la masa del alambre.

P4. Considere el campo vectorial $\vec{F} = (\frac{x}{a^2}, \frac{y}{b^2}, \frac{z}{c^2})$ y sea S la superficie de la elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Muestre que el vetor normal a S es paralelo al campo $\vec{F}$.

P5. Utilice el Teorema de Green en el plano para calcular el area de la región encerrada por la hipocicloide

$$x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} = 4$$