

AUXILIAR 11: CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: JUAN DÁVILA

AUXILIARES: BENJAMÍN PALACIOS - MAURO ESCOBAR

10 DE JUNIO DE 2011

P1. Considere

$$I = \int_0^1 \int_0^y (x^2 + y^2) dx dy + \int_1^2 \int_0^{2-y} (x^2 + y^2) dx dy.$$

- (i) Calcule I directamente.
- (ii) Dibuje la región de integración.
- (iii) Calcule I invirtiendo el orden de integración.

P2. Calcule la integral

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_{x^2}^1 12xze^{zy^2} dy dx dz$$

P3. Definamos la región

$$\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 - y, 0 \leq x \leq y^2, y \geq 0\}.$$

Escriba la integral

$$I = \iiint_{\mathcal{D}} (x + y + z) dV$$

como una integral iterada en el orden

$$I = \int \int \int (x + y + z) dy dx dz$$

con los límites de integración correctos y luego evalúe esa integral.

P4. Considere la función

$$f(x, y) = -e^{-x^2} + y^2.$$

Encuentre los puntos en que f alcanza su valor mínimo sobre la región $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

P5. [Propuesto] Calcule la suma superior e inferior de la función

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

en el dominio $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$. Se recomienda utilizar una partición en coordenadas polares.