

Auxiliar 7: Introducción al Álgebra

Profesores de Cátedra: Leonardo Sanchez C. y Pablo R. Dartnell R.
Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Matias Godoy Campbell
Viernes 01 de Abril de 2011

P1. Sea $A = \{x \in \mathbb{R} / \exists k \in \mathbb{Z}, \exists i \in \mathbb{N}, x = \frac{k}{3^i}\}$. Pruebe que A es numerable.

P2. Sea A un conjunto infinito, y $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ una función tal que:

$$(\forall n \in \mathbb{N}), \quad f^{-1}[\{n\}] \text{ es finito o numerable.}$$

Demuestre que A es infinito numerable.

P3. Sea $\mathcal{C}$ el conjunto de todas las circunferencias en el plano cartesiano cuyos centros tienen coordenadas racionales y su radio es racional, es decir $C \in \mathcal{C} \Leftrightarrow C$ es una circunferencia de centro (a, b) y radio r con $a, b, r \in \mathbb{Q}$.

Pruebe que el conjunto de todos los pares de puntos (P, Q) donde P y Q son los extremos de diámetros horizontales de las circunferencias de $\mathcal{C}$, es infinito numerable.