Auxiliar 4: Introducción al Álgebra

Profesor de Cátedra: Leonardo Sanchez C.
Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier y Matias Godoy Campbell
Viernes 15 de Abril de 2011

P1. Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y consideremos la relación $\mathcal{R}$ sobre A definida por

$$\mathcal{R} = \{(1,1), (1,2), (2,2), (1,3), (2,4), (1,4), (4,4)\}.$$

Determine si $\mathcal{R}$ es refleja, simétrica, antisimétrica o transitiva.

P2. Sea E un conjunto y $A \neq \emptyset$ un subconjunto de E. Se define en $\mathcal{P}(E)$ la relación $\mathcal{R}$ por:

$$X\mathcal{R}Y \Leftrightarrow A \cap X = A \cap Y$$

a) Demuestre que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.

b) Demuestre que $\mathcal{P}(E)/\mathcal{R} = \{[X]_{\mathcal{R}} / X \in \mathcal{P}(A)\}$.

c) Demuestre que para $X, Y \in \mathcal{P}(A)$ se tiene que $X \neq Y \Rightarrow [X]_{\mathcal{R}} \neq [Y]_{\mathcal{R}}$.

P3. Sea $f : A \to B$ una función y τ una relación de orden en B. Se define la relación Ω en A como $x\Omega y \Leftrightarrow f(x)\tau f(y)$. Demuestre que Ω es una relación de orden en A si y solo si f es inyectiva.

P4. Sea $A \neq \emptyset$ y sea $\mathcal{R}$ una relación sobre A. Definimos la relación $\mathcal{R} \times \mathcal{R}$ sobre $A \times A$ como:

$$(a, b)\ \mathcal{R} \times \mathcal{R}\ (c, d) \Leftrightarrow a\mathcal{R}c \wedge b\mathcal{R}d$$

a) Demuestre que si $\mathcal{R}$ es una relación de orden, entonces $\mathcal{R} \times \mathcal{R}$ también lo es.

b) Demuestre que si A posee el menos 2 elementos, entonces $\mathcal{R} \times \mathcal{R}$ es un orden parcial.