

Auxiliar 1 - Introducción al Álgebra
 Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile
 Viernes 25 de Marzo, 2011

Profesor Cátedra: Leonardo Sánchez
Profesores Auxiliares: Orlando Rivera Letelier - Matías Godoy Campbell

Pregunta 1. Determinar el valor de verdad de las proposiciones p, q, r, s, t , si se sabe que la siguiente proposición es Falsa:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(r \Rightarrow s)} \wedge \overline{t}] \Rightarrow [s \vee (q \Rightarrow s)]$$

Pregunta 2. Demuestre que la siguiente expresión es una tautología:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)]$$

Pregunta 3. Se define el conectivo lógico binario \star a través de la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \star q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Demuestre que:

- a) $\bar{p} \Leftrightarrow p \star p$
- b) $p \vee q \Leftrightarrow (p \star q) \star (p \star q)$
- c) $p \wedge q \Leftrightarrow (p \star p) \star (q \star q)$
- d) $p \star q \Leftrightarrow [(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{(p \wedge q)}]$

Pregunta 4. Considere la siguiente tabla de verdad:

p	q	r	s
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	V

- a) Construir la proposición s en función de las proposiciones p, q y r
- b) Probar que la siguiente expresión es una tautología:

$$s \Rightarrow (r \Rightarrow p)$$

Pregunta 5. Considere la proposición:

$$p \Leftrightarrow [(\exists x_0 \in \mathbb{R})(\exists \varepsilon > 0)(\forall x \in (x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon))] f(x_0) \leq f(x)$$

Para las funciones: $f(x) = x$ y $f(x) = x^2$ decidir el valor de verdad de p .

Pregunta 6.

- a) Sean E, F conjuntos. Demuestre que

$$E = [(E \cup F) \setminus F] \cup (E \cap F)$$

b) Sean A, B subconjuntos de U (universo), demuestre que:

$$(X \cup A = Y \cup A) \wedge (X \cap A = Y \cap A) \Leftrightarrow X = Y$$

Indicación: Use la parte a)

Pregunta 7.

a) Sean A, B y C conjuntos, subconjuntos de un universo U . Pruebe que:

$$(A \cap B) \subseteq C \Rightarrow (A \cap C^c) \subseteq B^c$$

b) Sean A, B, C y D conjuntos, demuestre que:

$$(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup A$$

Pregunta 8. Propiedades Conjunto Potencia

Sean A, B subconjuntos de un universo U , y $\mathcal{P}(A)$ $\mathcal{P}(B)$ sus respectivos conjuntos potencia, demuestre que:

a) $A = B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$

b) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B) \Leftrightarrow (A \subseteq B \vee B \subseteq A)$

Pregunta 9. Se define la operación entre conjuntos \otimes del siguiente modo: $A \otimes B = A^c \cap B^c$. Considere un universo U , y $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(U)$ un conjunto no vacío tal que $\forall A, B \in \mathcal{F}, A \otimes B \in \mathcal{F}$, a partir de lo anterior, demuestre que:

a) $A^c \in \mathcal{F}$

b) $A \cap B \in \mathcal{F}$

c) $A \cup B \in \mathcal{F}$

d) $A \Delta B \in \mathcal{F}$

e) $\emptyset \in \mathcal{F} \wedge U \in \mathcal{F}$