

Problemas Examen # 1

Complejos

Auxiliares: Rodrigo Chi D. & Hugo Carrillo L.
29/06/2011

P1. Sea \mathcal{C} el subconjunto de los números complejos cuyo argumento principal es $\frac{\pi}{6}$, es decir,

$$\mathcal{C} = \left\{ w \in \mathbb{C} : \text{Arg}(w) = \frac{\pi}{6} \right\}$$

- Sea z un número complejo en \mathcal{C} . ¿Cuáles son $\text{Arg}(-z)$ y $\text{Arg}(\bar{z})$?
- Escriba $\frac{(1-i)^{17}}{1+i^{17}}$ en forma polar.
- ¿Qué elementos $z \in \mathcal{C}$ satisfacen

$$\left| z \frac{(1-i)^{17}}{1+i^{17}} \right| < 2^{10}?$$

P2. El objetivo de este problema será hallar el valor exacto de $\cos 18^\circ$.

Sea $z = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$ y $a = z + z_4$.

- Muestre que $z^5 = 1$.
- Muestre que $1, z, z_2, z_3, z_4$ son todas las raíces del polinomio $p(x) = x^5 - 1$
- Dibuje z, z_2, z_3, z_4 en el plano complejo, i.e. muestre su representación compleja.
- Muestre que $1 + z + z_2 + z_3 + z_4 = 0$.
- Muestre que z_4 es el conjugado de z .
- Concluya que $a = 2 \cos 72^\circ$.
- Muestre que $a^2 + a - 1 = 0$.
- Concluya