IN701 Microeconomía I — Profesor: Juan Escobar

Otoño 2011 — Auxiliares: F. Said y S. Vergara

Tarea 3

Entrega: 6 de Abril

P1. Considere un consumidor cuya función de utilidad indirecta es

$$v(p_1, p_2, w) = (\frac{w}{p_1})^{1/4}(\frac{w}{p_2})^{3/4}.$$

a. Calcule la función de gasto $e(p, \bar{u})$. Calcule las demandas Hicksianas $h_1(p, \bar{u})$ y $h_2(p, \bar{u})$.

b. Calcule las demandas Marshallianas y discuta si los bienes son regulares, de Giffen, normales, o inferiores.

c. Calcule la variación equivalente si $w = 10$ y los precios cambian de $(2, 1)$ a $(1, 1)$. Discuta.

P2. a. Considere tres canastas $x_A = (1, 3, 2)$, $x_B = (2, 2, 2)$, $x_C = (2, 2, 1)$. Suponga que el consumidor A es racional. Cuando los precios son $p_A = (2, 1, 1)$, observamos x_A mientras que cuando los precios son $p_B = (1, 2, 1)$, observamos x_B. El consumidor tiene riqueza $w = 7$ y enfrenta precios $(1, \frac{3}{2}, 1)$. Se puede decir con certeza si alguna de las canastas anteriores será o no escogida? Qué pasa si las preferencias de A son localmente no saturadas?

b. Considere un consumidor cuya demanda Marshalliana por el bien 1 satisface $\frac{\partial x_1}{\partial p_2}(p, w) > 0$ para todo (p, w). Si el bien 1 es normal, deduzca que $\frac{\partial^2 e}{\partial p_1 \partial p_2}(p, \bar{u}) > 0$.

c. Considere un consumidor racional con preferencias continuas y localmente no saturadas. Además, sus preferencias son homotéticas: $x \succeq y$ entonces $\lambda x \succeq \lambda y$ para todo $\lambda > 0$. Muestre que existe una función de los precios $\phi(\cdot) = \phi(p)$ tal que $x(p, w) = w\phi(p)$ para todo (p, w).

P3. En el debate sobre los índices de precios al consumidor (IPC) en Estados Unidos, una alta autoridad escribió un artículo en defensa de la manera en que se calcula el IPC. Para cada una de las siguientes citas, explique la lógica (o falta de lógica) detrás de los argumentos.

a. "Ya que el IPC usa una canasta fija de bienes, no captura el efecto sustitución de un cambio en precios. Si el precio del vacuno sube, los consumidores demandarán más pollo. Los críticos argumentan que el IPC sobreestima lo que los consumidores en realidad gastan. Eso es cierto, pero el pollo no es vacuno. Es razonable ajustar por ganancias en calidad, pero también debiesemos tomar en cuenta las pérdidas en calidad".

b. "Los críticos argumentan que esperamos demasiado para incluir nuevos productos en la canasta básica, y luego estamos perdiendo reducciones de precio importante. La calculadora de bolsillo costaba 1000 dólares pero ahora se vende a 10. Eso es cierto, pero muy poca gente compraba calculadoras cuando estas costaban 1000 dólares".

P4. Considere un consumidor que demanda bienes en $\mathbb{R}^L_+ \times \mathbb{R}$, donde una canasta típica se escribe $(x, t) \in \mathbb{R}^L_+ \times \mathbb{R}$. Diremos que las preferencias son cuasilineales si su función de utilidad $u(x, t)$ se escribe

$$u(x, t) = U(x) + t$$

donde $U : \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$. Suponga que las preferencias son cuasilineales, U es estrictamente cuasiconcava y continua.

a. Muestre que las demandas Marshallianas por los primeros L bienes no dependen de la riqueza $w \in \mathbb{R}$.

b. Muestre que las demandas Hicksianas por los primeros L bienes no dependen del nivel de utilidad $\bar{u} \in \mathbb{R}$.

c. Muestre que la función de utilidad indirecta se puede escribir $v(p, w) = w + \phi(p)$, donde ϕ es alguna función de los precios.

En lo que sigue, suponga que el precio del bien 1 crece desde p_1 a $p_1 + \Delta$, manteniendo todos los otros precios constantes.

d. Muestre que la variación equivalente coincide con la variación compensada para el cambio de precios.

e. En aplicaciones es común usar el área bajo la curva de demanda como una medida del bienestar de los consumidores. Muestre que

$$\int_{p_1}^{p_1+\Delta} x_1(s, p_{-1}, w) ds$$

es una medida apropiada del cambio en bienestar del consumidor despues de un cambio en precios, donde p_{-1} denota el precio de todos los bienes distintos del bien 1. Es esto cierto si las preferencias no son cuasilineales? Explique.

P5. Considere un consumidor que en lugar de riqueza fija, comienza con una canasta z (no necesariamente su canasta óptima), y puede comprar y vender a precios p. Suponga que todos los bienes son regulares y suponga que los precios cambian al vector $p' = (p'_1, p_2, \ldots, p_L)$, donde $p'_1 > p_1$. Derive las condiciones bajo las cuales el cambio en precio la demanda por el bien 1 aumenta. Ejemplifique. Explique si un resultado similar se puede o no obterner si el nivel de riqueza w es fijo (es decir, no depende de los precios p).

P6. Considere una función $x(p, w)$ homogénea de grado 0, que satisface la ley de Walras, y cuya matriz de Slutsky es simétrica y semidefinida negativa. Nos interesa encontrar las preferencias que racionalizan la función de demanda $x(p, w)$.

a. Consideramos una función $e(p,\bar{u})$ que será nuestra candidata a función de gasto tal que para todo $i = 1,\ldots,L$ y todo $(p,\bar{u})$

$$\frac{\partial e(p,\bar{u})}{\partial p_i} = x_i(p, e(p,\bar{u})).$$

Suponemos que tal función e existe. Muestre que e es creciente en p, homogénera de grado 1 en p, y cóncava en p.

b. Suponga que $u\colon \mathbb{R}^L_+ \to \mathbb{R}$ es cuasicóncava y difereneciable con derivadas que son estrictamente positivas. Pruebe que

$$u(x) = \min_{p \in \mathbb{R}^L_{++}} v(p, p \cdot x)$$

donde v es la función de utilidad indirecta generada por u.

c. Discuta como podría encontrar las preferencias, dada la información sobre la demanda $x(p,w)$. Ejemplifique su método suponiendo que $x_i(p,w) = \alpha_i w/p_i$, donde $L = 3$, $\alpha_i > 0$ y $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$. [HINT: No necesita resolver la ecuación diferencial, puede serle útil considerar $e(p,\bar{u}) = \bar{u} p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3}$ y verificar que satisface la ecuación diferencial.]