

IN58B Ingeniería en Marketing

Modelos de Duración en Tiempo Continuo

Marcelo Olivares
Semestre Otoño 2011

1

Motivación

- Para algunos problemas, medir la duración por periodos es una muy buena aproximación.
- En algunos casos puede ser útil considerar la duración como una variable continua.
 - Tiempos de respuesta a una campaña promocional de marketing directo.
 - Tiempo entre visitas a nuestro website.
 - Tiempos entre llamadas en un call center.
 - Tiempos de operación en la industria de servicios.
- Procesos no homogéneos (próxima clase).

2

Duración en tiempo continuo (sin dependencia en la duración)

Adopción de Krunchy Bits

3

El problema de Krunchy Bits

- Ace Snackfoods, Inc. Ha desarrollado un nuevo *snack* llamado *Krunchy Bits*. Antes de decidir si lanzar el producto al mercado, la gerencia de marketing ha decidido conducir un test de mercado usando scanner data para 1499 hogares. El objetivo es tener una mejor idea del potencial de mercado del producto.
- El producto ha estado a prueba por 24 semanas y ya se encuentra disponible el número de hogares que ha probado el producto al final de cada semana.
- A la gerencia de marketing le gustaría estimar la penetración del producto después de un año, la duración total planeada para la prueba de mercado.

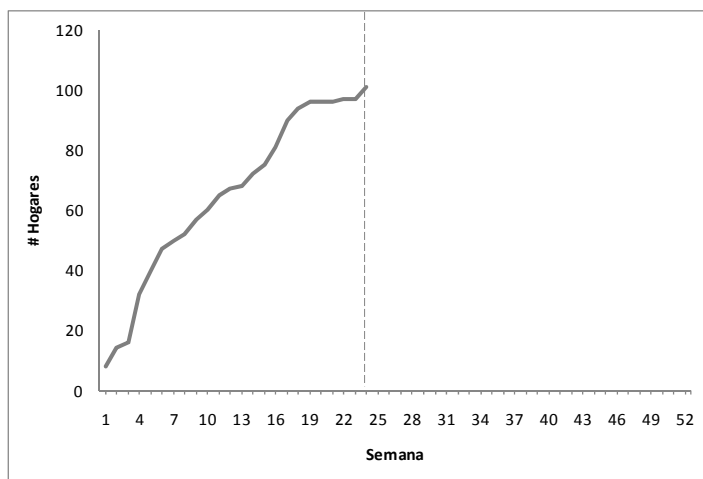
4

Descripción del los Datos

- Patrones de adopción
- ¿Es razonable hacer un pronóstico?
- Marginal vs. Acumulado

Semana	# Hogares	Semana	# Hogares
1	8	13	68
2	14	14	72
3	16	15	75
4	32	16	81
5	40	17	90
6	47	18	94
7	50	19	96
8	52	20	96
9	57	21	96
10	60	22	97
11	65	23	97
12	67	24	101

Acumulado (Penetración)



Ideas para la predicción

- Ajuste de curva:
 - Buscar una forma funcional flexible
 - Ajustar a la data
 - Proyectar hacia el futuro.
- Modelo de Bass
 - Procesos de Innovación y Difusión
- Enfoque de modelos probabilísticos!

Desarrollando un modelo

- Comenzar la descripción de comportamiento a nivel individual y luego agregar.
 - Cual es comportamiento a nivel individual que nos interesa?
 - Tiempo en que el hogar va a probar el producto (a partir del lanzamiento del mismo)
- Que factores son los que determinan la adopción?
 - Múltiples factores, alta aleatoriedad
 - Publicidad y visitas a tiendas no observables
- Los hogares son diferentes
 - Propensión a probar nuevos productos es diferente entre las personas.
 - Consideramos la “tasa de prueba” como variable aleatoria.

Modelo de Nivel Individual

- Sea T el tiempo en que el hogar va a probar el producto.
- Por conveniencia partiremos asumiendo que T esta exponencialmente distribuida con tasa λ .

$$F(t) = \Pr(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

- Limitacion del modelo: Despues de un tiempo suficientemente largo, todos los hogares van a probar!
 - Imponer que una fracción de clientes nunca prueba.

Exponencial con clientes que no prueban

- Asumimos que hay dos segmentos de clientes

Segmento	Tamaño	λ
Que Prueban	p	θ
Que No Prueban	$1-p$	0

$$\begin{aligned}
 \Pr(T \leq t) &= \Pr(T \leq t | \text{prueba}) \Pr(\text{prueba}) + \Pr(T \leq t | \text{no prueba}) \Pr(\text{no prueba}) \\
 &= p F(t | \lambda = \theta) + (1-p) F(t | \lambda = 0) \\
 &= p(1 - e^{-\theta t})
 \end{aligned}$$

Estimación

- El modelo describe probabilidades en tiempo continuo, pero la data es aun en tiempo discreto!
- La función de verosimilitud se construye calculando para cada hogar la probabilidad que el tiempo de adopción haya ocurrido entre los limites del intervalo que define el periodo.

$$\Pr(t_0 \leq T \leq t_1) = F(t_1) - F(t_0)$$

Función de Verosimilitud

- La función de log-verosimilitud viene dada por:

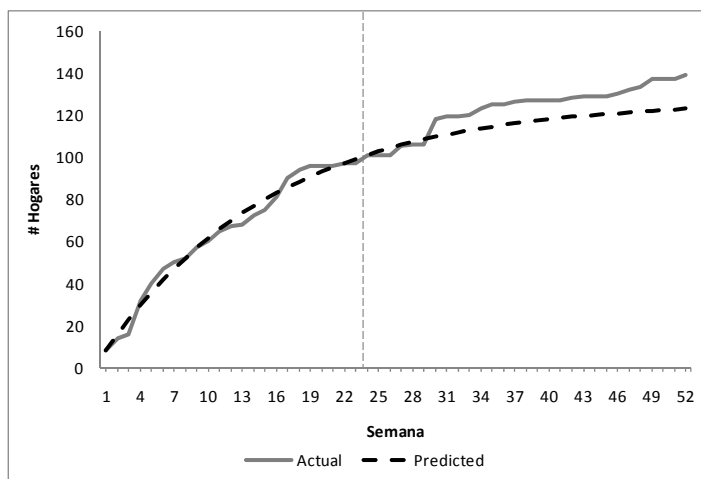
$$\begin{aligned} LL(p, \theta | \text{data}) = & N_1 \ln[\Pr(0 \leq T \leq 1)] \\ & + N_2 \ln[\Pr(1 \leq T \leq 2)] + \dots \\ & + N_{24} \ln[\Pr(23 \leq T \leq 24)] \\ & + \left(N_{\text{panel}} - \sum_{i=1}^{24} N_i \right) \ln[\Pr(T > 24)] \end{aligned}$$

Pronóstico

- $F(t)$ representa la probabilidad que un hogar escogido aleatoriamente pruebe el producto en t (donde $t=0$ corresponde al instante de lanzamiento de la prueba).
- Sea $T(t)$ = el numero acumulado de hogares que ha probado el producto en t . Entonces:

$$\begin{aligned} E[T(t)] &= N_{panel} \cdot \hat{F}(t) \\ &= N_{panel} \cdot \hat{p}(1 - e^{-\hat{\theta}t}) \end{aligned}$$

Resultados: Exponencial con no prueba



Heterogeneidad

- Hemos incluido una componente muy básica de heterogeneidad: segmento que no prueba.
- Sin embargo, todos los que si prueban tienen la misma tasa de prueba.
- Heterogeneidad no observable: Tasa de prueba λ se distribuye Gamma en la población (distribución de mezcla)

$$g(\lambda) = \frac{\alpha^r \lambda^{r-1} e^{-\alpha\lambda}}{\Gamma(r)}$$

$r > 0$ parámetro de forma
 $\alpha > 0$ parámetro de escala

Modelo Gamma-Exponencial

- La distribución acumulada del tiempo de prueba a nivel de mercado viene dada por:

$$\begin{aligned} \Pr(T \leq t) &= \int_0^\infty \Pr(T \leq t | \lambda) g(\lambda) d\lambda \\ &= \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda t}) \alpha^r \lambda^{r-1} e^{-\alpha\lambda} / \Gamma(r) d\lambda \\ &= 1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha + t} \right)^r \end{aligned}$$

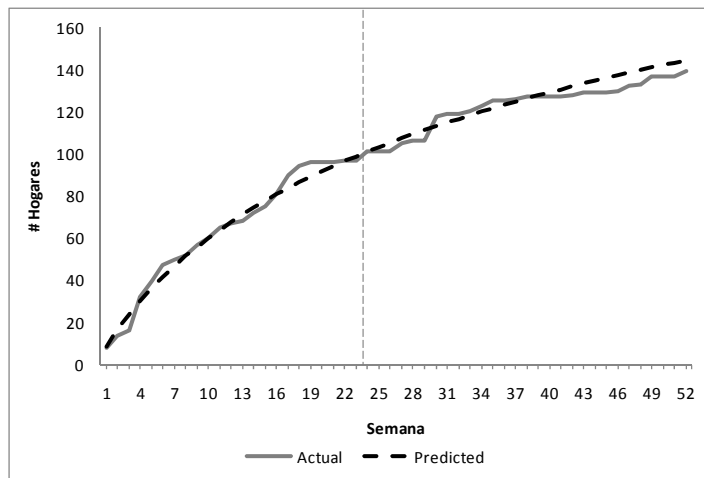
Wolfram Mathematica | for Students | Demonstrations | MathWorld | Student Forum | Help

```
Integrate[(1 - Exp[-λ t]) α^r λ^(r-1) Exp[-α λ] / Gamma[r],
{λ, 0, Infinity}, Assumptions -> {α > 0, r > 0, t > 0}]
```

$1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha + t} \right)^r$

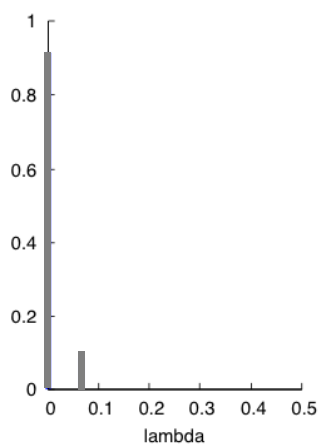
- Siguiendo la convención usada para nombrar la Beta-Geométrica, llamamos a este modelo Gamma-Exponencial.

Resultados: Gamma-Exponencial



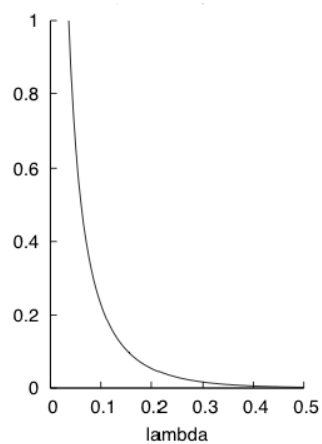
Comparación Heterogeneidad

Exponencial con no-prueba



$$p=0.085, \theta=0.066$$

Gamma Exponencial



$$r=0.050, \theta=7.973$$

Conceptos y Herramientas Introducidas

- Situaciones en las que podría requerirse un modelo de duración en tiempo continuo.
- Modelo de duración en tiempo continuo sin dependencia en la duración (con tasa de ocurrencia uniforme en el tiempo)
- Heterogeneidad:
 - Hogares que nunca prueban.
 - Tasa de ocurrencia distribuida Gamma.