IN5602 – Marketing II

Introducción a Modelos Probabilísticos

Marcelo Olivares

Semestre Otoño 2011

Marco Conceptual

El enfoque de modelos probabilísticos

Lógica de los modelos probabilísticos

- Muchos analistas tratan de describir y predecir el comportamiento de los consumidores usando variables observables
  - regresión, arboles de decisión, etc.
- En esta primera parte consideraremos el comportamiento *como si fuera* "aleatorio"
  - Enfoque alternativo: decisiones racionales.
- Buscamos modelos que nos permitan tomar decisiones:
  - Que nos permitan explicar elementos identificables del comportamiento del consumidor (contar una historia)
  - Que nos permitan hacer inferencia a nivel del individuo (o al menos al nivel de grupos de individuos).

Uso de modelos probabilísticos

- Entender patrones de comportamiento a nivel desagregado.
- Hacer predicciones de comportamiento mas alla de los datos que observamos.
- Generar benchmarks para la evaluación de estrategias comerciales.

Metodología$_{(1)}$

1) Determinar el problema de decisión de marketing y la información requerida.

2) Identificar el comportamiento observable de interés a nivel individual (típicamente denotamos esto como x).

3) Seleccionar una distribución de probabilidad que caracterice este comportamiento a nivel individual.
   - Típicamente denotamos esto como $f(x|\theta)$.
   - Consideramos los parámetros de esta distribución como características latentes de nivel individual.

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

5

Metodología$_{(2)}$

4) Especificar una distribución para caracterizar la distribución de la características latentes en la población.
   - Típicamente denotamos esto por $g(\theta)$ y le llamamos la *distribución de mezcla* (o modelo de heterogeneidad).

5) Derivar la distribución agregada o distribución observable de del comportamiento de interés.

$$f(x) = \int f(x|\theta)\, g(\theta)\, d\theta$$

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

6

Metodología$_{(3)}$

7) Estimar los parametros (de la distribucion de mezcla) ajustando la distribucion agregada a los datos que observamos.

8) Usar los resultados del modelos para resolver el problema de marketing planteado.

Resumen

- Tres modelos básicos de comportamiento:
  - Conteo: cuantos
  - Timing : cuando
    - Tiempo Continuo / Tiempo Discreto.
  - Elección: cual
- Cada uno de estos modelos tiene múltiples aplicaciones.
- Fenómenos de comportamiento mas complejos pueden ser modelados combinando los modelos básicos.

Modelos a Considerar

- Modelo de duración en tiempo discreto
  - Proyección de tasas de retención de clientes.
- Modelo de duración en tiempo continuo
  - Predicción de adopción de nuevos productos
- Modelo de conteo
  - Estimación de la concentración de compra
- Modelo de elección
  - Respuesta a campaña de marketing directo.

Problema 1

Modelos de Duración en tiempo Discreto

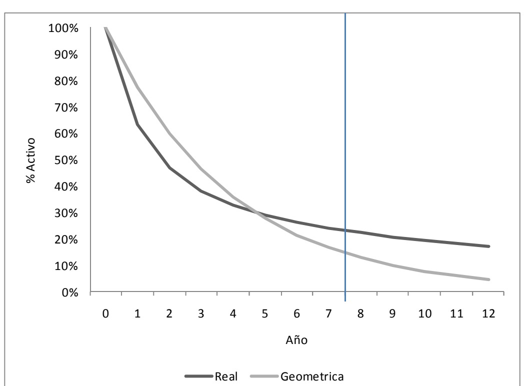
Problema de duración en tiempo discreto

- Adquirimos un cliente: Por cuantos periodos va a este cliente a estar afiliado a la compañía?
  - Un usuario baja una aplicación para el *i-phone*. Por cuantos periodos la va a usar?
  - Adquirimos un cliente en un banco. Por cuantos periodos permanecerá con el banco?
  - Un cliente compra un teléfono / plan de internet / consola de video juegos / sistema operativo. Por cuantos periodos lo va a usar?

- Estos problemas los han visto en alguna de las clases que ya han tomado!

Modelo Simple

- Geométrica Desplazada
  - $\Pr(T = t|\theta) = \theta(1-\theta)^{t-1}$ $\quad t = 1,2,3,\ldots$
  - $\Pr(T > t|\theta) = (1-\theta)^{t}$ $\quad t = 1,2,3,\ldots$



Incorporando Heterogeneidad

- Un concepto fundamental en marketing es que los clientes son diferentes.
- Necesitamos un modelo de heterogeneidad:
  - Discreta (grupos de clientes) o Continua (cada cliente es diferente)
- Modelo mas sencillo: Hay solo dos tipos de clientes con distintas probabilidades de abandonar.

Segment	Pr. Abandonar
1	θ_1
2	θ_2

π = proporcion de la poblacion que corresponde al segmento 1.

Modelo de Mezcla Finita

- Calculamos la distribución de la duración usando la ley de probabilidades totales (Pr(x)=Pr(x|a)Pr(a)+Pr(x|b)Pr(b))
- Formalmente:

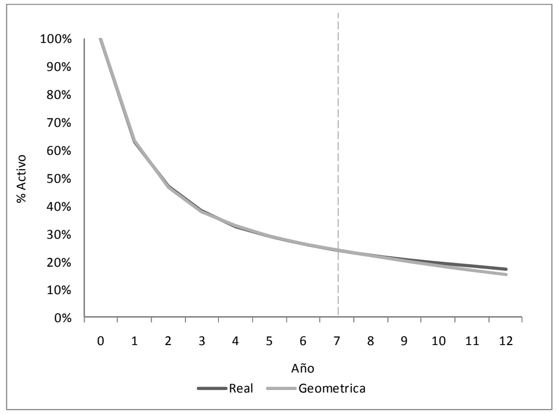
$$\Pr\left(T=t\,|\,\theta_1,\theta_2,\pi\right)=\theta_1\left(1-\theta_1\right)^{t-1}\pi+\theta_2\left(1-\theta_2\right)^{t-1}\left(1-\pi\right)\qquad t=1,2,3,\ldots$$

$$\Pr\left(T>t\,|\,\theta_1,\theta_2,\pi\right)=\left(1-\theta_1\right)^{t}\pi+\left(1-\theta_2\right)^{t}\left(1-\pi\right)\qquad t=1,2,3,\ldots$$

- A este modelo le llamamos una “mezcla finita” de distribuciones geométricas.

Resultados: sG - 2 segmentos

El máximo de la log-verosimilitud es $LL=-1680.05$ que ocurre en $\theta_1=0.083$, $\theta_2=0.586$ y $\pi=0.439$



INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Heterogeneidad Discreta y Continua

- En el modelo de heterogeneidad **discreta** asumimos que la probabilidad de abandono θ sigue una distribución discreta (e.g. bernoulli(π))

$$p\left(\theta=\theta_1 \middle| \pi\right)=\pi \qquad \pi\in[0,1], \theta\in(0,1)$$
$$p\left(\theta=\theta_2 \middle| \pi\right)=1-\pi$$

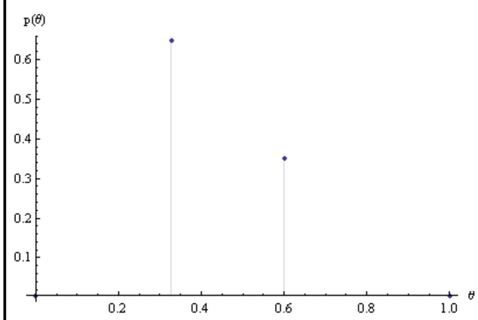
- En el modelo de heterogeneidad **continua** asumimos que la probabilidad de abandono θ sigue una distribución continua (e.g. beta(α,β))

$$f\left(\theta \middle| \alpha,\beta\right)=\frac{\theta^{\alpha-1}\left(1-\theta\right)^{\beta-1}}{B\left(\alpha,\beta\right)} \qquad \alpha>0, \beta>0, \theta\in(0,1)$$

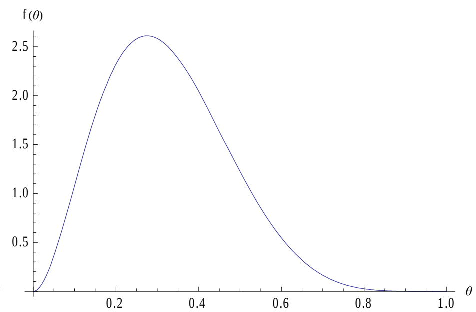
INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Heterogeneidad Discreta y Continua

Distribución Discreta



Distribución Continua



- Con suficientes segmentos podemos aproximar cualquier distribución continua.

Beta Geometrica Desplazada

> $$\Pr(T=t|\alpha,\beta)=\int_0^1 \Pr(T=t|\theta)\,Beta(\theta|\alpha,\beta)\,d\theta$$
$$=\int_0^1 \theta(1-\theta)^{t-1}\frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}\,d\theta$$
$$=\boxed{\frac{B(\alpha+1,\beta+t-1)}{B(\alpha,\beta)}}$$

Notar que puede ser escrita como una formula recursiva.

> $$\Pr(T>t|\alpha,\beta)=\int_0^1 \Pr(T>t|\theta)\,Beta(\theta|\alpha,\beta)\,d\theta$$
$$=\int_0^1 (1-\theta)^{t}\frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}\,d\theta$$
$$=\boxed{\frac{B(\alpha,\beta+t)}{B(\alpha,\beta)}}$$

Notar que puede ser escrita como una formula recursiva.

Recordar que $B(\alpha,\beta)=\int_0^1 t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}\,dt$

Modelo de Mezcla Continua

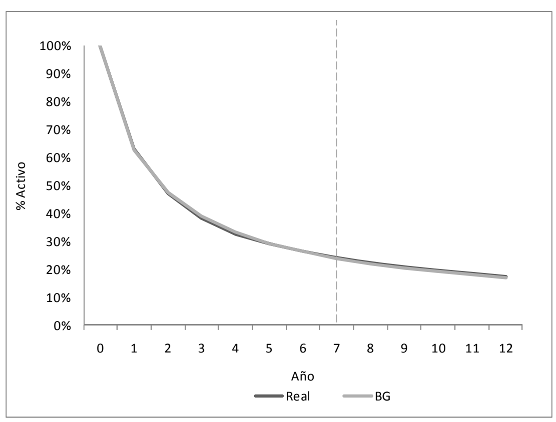
- Calculamos la distribución de la duración puede calcularse usando la siguiente recursión:

$$\Pr\left(T=t\middle|\alpha,\beta\right)=\begin{cases}\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} & t=1\\[2ex] \dfrac{\beta+t-2}{\alpha+\beta+t-1}\Pr\left(T=t-1\middle|\alpha,\beta\right) & t=2,3,\ldots\end{cases}$$

- Este modelo le llamamos una "mezcla continua" de distribuciones geométricas.
- Como usamos una distribución Beta para la heterogeneidad, nombramos este modelo Beta-Geométrica desplazada (sBG).

Resultados: beta-geométrica

El máximo de la log-verosimilitud es $LL=-1680.27$ que ocurre en $\alpha=0.7041$, y $\beta=1.1820$



Conceptos y Herramientas Introducidas

- Lógica y uso de modelos probabilísticos.
- Metodología para el uso de modelos probabilísticos.
- Listado de modelos probabilísticos que estudiaremos.
- Modelo 1: Modelo de duración en tiempo discreto.