INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

IN5224-1 TÓPICOS EN ECONOMÍA AMBIENTAL
Auxiliar 8 (eficiencia dinámica e instrumentos de regulación)
Profesor: Jacques Clerc
Auxiliar: Sebastián Barrera
Semestre: 2011/1

Problema 1 (eficiencia dinámica)

Suponga

P1) Para el siguiente problema de dos períodos, se supone una función de demanda para un recurso no renovable dada por P=A-B*Q, igual para ambos años; con costos marginales de extracción iguales a C; donde A=40, B=0.5 y C=5. Suponga que la cantidad disponible del recurso es 80 y se agota totalmente en el último período.

a) Suponga que se tiene solo un período. Analice en el gráfico P vs. Q; ¿Cuánto se extraerá en el período 0, con tal de satisfacer toda la demanda?, ¿Cuál es la utilidad para este período?, ¿Cuanto recurso queda disponible?.

b) Ahora la firma maximiza en función de dos períodos. Suponga que la tasa de descuento es r = 0. Calcule los valores de q0 y q1 óptimos, Π0 y Π1. (Indicación: existen 2 soluciones alternativas. La primera surge de solucionar el lagrangeano, en este caso calcule los ingresos como $\int_0^q Pdq$. La segunda alternativa, es graficar los beneficios netos en función de de la cantidad extraída para los periodos 0 y 1)

c) Ahora suponga que r=10%, Calcule los valores de q0 y q1 óptimos, Π0 y Π1. Explique conceptualmente a que se debe la diferencia en las cantidades y precios, dado que aumentó la tasa de interés.

d) Suponga que en el segundo período el costo marginal de extracción es igual a C2=15, mientras que en el primer período es igual a C1=5, calcule los valores de q0 y q1 óptimos, Π0 y Π1.

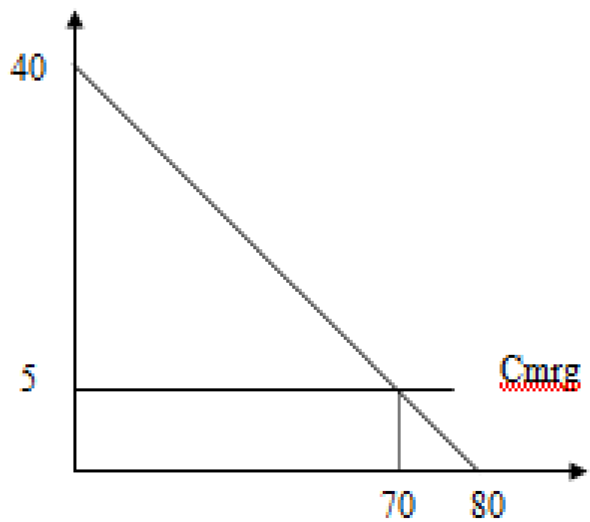
e) Suponga ahora que al llegar el segundo período te das cuenta que en lugar de ser el costo igual a 15, es igual a 35. ¿Cuanto queda sin extraer?.

Solución P1 Control 1

a) Suponga que se tiene solo un período. Analice en el gráfico P vs. Q; ¿Cuánto se extraerá en el período 0, con tal de satisfacer toda la demanda?, ¿Cuál es la utilidad para este período?, ¿Cuanto recurso queda disponible?.

Sol a)

para t=0



Suponiendo que la demanda se satisface completamente.

5=40-0.5q0

q0=70

Π0=(40-5)*70/2=1225

Luego solo quedan disponibles 10 unidades del recurso para el próximo período.

b) Ahora la firma maximiza en función de dos períodos. Suponga que la tasa de descuento es r = 0. Calcule los valores de q0 y q1 óptimos, Π0 y Π1. (Indicación: existen 2 soluciones alternativas. La primera surge de solucionar el lagrangeano, en este caso calcule los ingresos como $\int_0^q Pdq$. La segunda alternativa, es graficar los beneficios netos en función de de la cantidad extraida para los periodos 0 y 1)

Sol b)

Primera solución.

P=A-Bq=40-0.5q Cmg=5 $\Longrightarrow$ C(q)=5q

El beneficio se calcula como:

B= $\int_0^q Pdq$ = $\int_0^q (A-Bq)dq$ =Aq-B/2q^2

Se maximiza la siguiente función:

$$\text{Max } \Pi = \sum_0^1 \frac{Aq - \frac{Bq\wedge 2}{2} - 5q}{(1+r)\wedge t}$$

S.A 80= q0+q1 , Donde el lagrangeano es:

$$L = \sum_0^1 \frac{Aq - \frac{Bq\wedge 2}{2} - 5q}{(1+r)\wedge t} - \lambda(q0+q1-80)$$

Calculando las CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial q0} \Rightarrow 40 - 0.5 * q0 - 5 = \lambda$$

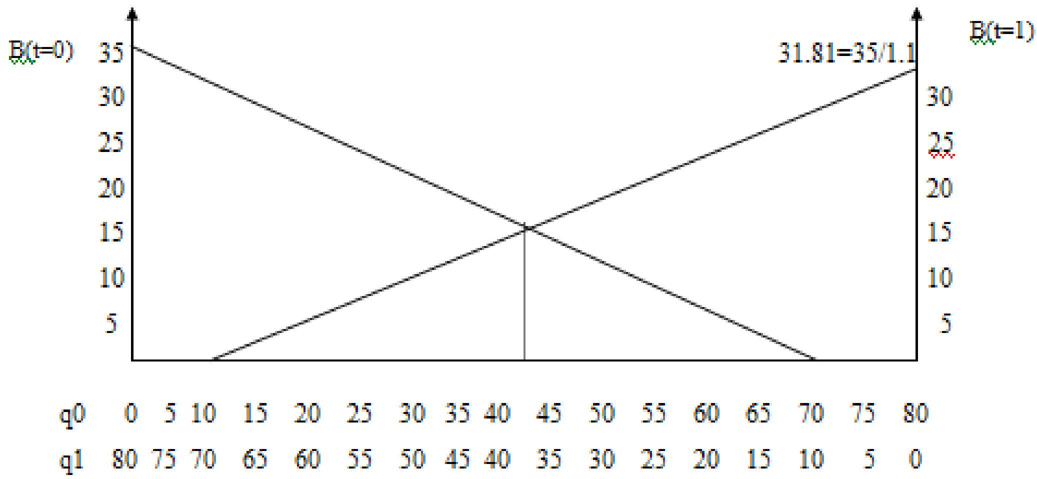
$$\frac{\partial L}{\partial q1} \Rightarrow 40 - 0.5 * q1 - 5 = \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} \Rightarrow q0 + q1 = 80$$

Despejando se tienen los siguientes resultados:

$$q0 = 40 \quad q1 = 40 \quad \lambda = 15$$

Segunda solución.



Analizando la simetría de las curvas es facil ver que en este caso la beneficio se ve maximizado en q0=q1=40.

Otra forma de verlo es intersectando las rectas:

B0=35-0.5q0

B1=-5+0.5q1

Intersectando $\Rightarrow$ q0=q1=40

Luego de obtener los q óptimos, éstos se ingresan en la curva de demanda y se obtiene el precio:

P0=P1=20, Luego

Π0=(40-20)*40/2+(20-5)*40=1000

Π1=(40-20)*40/2+(20-5)*40=1000

ΠT=Π0+Π1=2000

c) Ahora suponga que r=10%, Calcule los valores de q0 y q1 óptimos, Π0 y Π1. Explique conceptualmente a que se debe la diferencia en las cantidades y precios, dado que aumentó la tasa de interés.

Sol c)

Primera solución.

P=A-Bq=40-0.5q

Cmg=5 $\Longrightarrow$ C(q)=5q

El beneficio se calcula como:

B= $\int_0^q Pdq$ = $\int_0^q (A - Bq)dq$ =Aq-B/2q^2

Se maximiza la siguiente función:

Max Π= $\sum_0^1 \frac{Aq - \frac{Bq\wedge 2}{2} - 5q}{(1+r)\wedge t}$

S.A 80= q0+q1, Donde el lagrangeano es:

L= $\sum_0^1 \frac{Aq - \frac{Bq\wedge 2}{2} - 5q}{(1+r)\wedge t} - \lambda(q0 + q1 - 80)$

Calculando las CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial q0} \Rightarrow 40 - 0.5 * q0 - 5 = \lambda$$

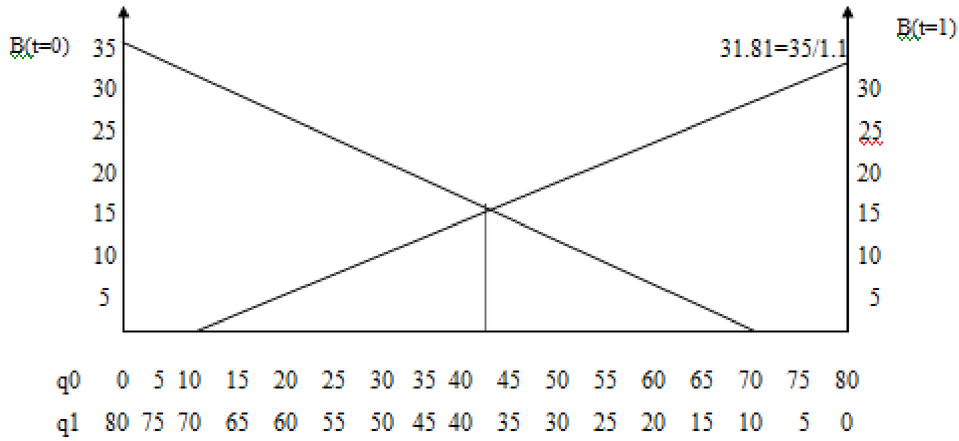
$$\frac{\partial L}{\partial q1} \Rightarrow 40 - 0.5 * q1 - 5 = 1.1\lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} \Rightarrow q0 + q1 = 80$$

Despejando se tienen los siguientes resultados:

$$q0 = 41.43 \; q1 = 38.57 \;\; \lambda = 14.285$$

Segunda solución.



Intersectando las rectas:

B0=35 - 0.5q0 B1=-4.544 + 0.4544 q1 Intersectando $\Rightarrow$ q0=41.43 q1=38.57

Luego de obtener los q óptimos, éstos se ingresan en la curva de demanda y se obtiene el precio:

P0=19.285 P1=20.715

Luego

Π0=(40-19.285)*41.43/2+(19.285-5)*41.43=429.11+591.83=1020.94

Π1/1.1=[(40-20.715)*38.57/2+(20.715-5)*38.57]/1.1=[371.91+606.13]/1.1=889.13

ΠT=Π0+Π1/1.1=1910.07

Un aumento en la tasa de interés genera alteraciones en la tasa de extracción óptima debido principalmente a que los ingresos futuros serán castigados más, es por esto que el comportamiento del productor cambia y se prefiere obtener mas flujos en el presente con el fin de disminuir las perdidas en el futuro.

d) Suponga que en el segundo período el costo marginal de extracción es igual a C2=15, mientras que en el primer período es igual a C1=5, calcule los valores de q0 y q1 óptimos, Π0 y Π1.

Análogamente a la parte anterior:

Calculando las CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial q0} \Rightarrow 40 - 0.5 * q0 - 5 = \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial q1} \Rightarrow 40 - 0.5 * q1 - 15 = 1.1\lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} \Rightarrow q0 + q1 = 80$$

Despejando se tienen los siguientes resultados:

$$q0 = 50.81 \;\; q1 = 29.19 \;\; \lambda = 9.595$$

Luego de obtener los q óptimos, éstos se ingresan en la curva de demanda y se obtiene el precio:

P0=14.595 P1=25.405

Luego

Π0=(40-14.595)*50.81/2+(14.595-5)*50.81=645.41+487.52=1132.93

Π1/1.1=[(40-25.405)*29.19/2+(25.405-15)*29.19]/1.1=[213.01+303.72]/1.1=469.75

ΠT=Π0+Π1/1.1= 1602.68

e) Suponga ahora que al llegar el segundo período te das cuenta que en lugar de ser el costo igual a 15, es igual a 35, lo cual se origina por un mal calculo de la ley del recuso. ¿Cuanto queda sin extraer?. ¿Cuál es la utilidad?

En este caso hay que maximizar el último período

$$\Pi = 40q1 - 0.5q1\wedge 2/2 - 35q1 \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q1} = 40 - 0.5 * q1 - 35 = 0$$

luego en el último período se extraerán q1=10 unidades del recurso, quedando sin extraer 19.19 unidades.

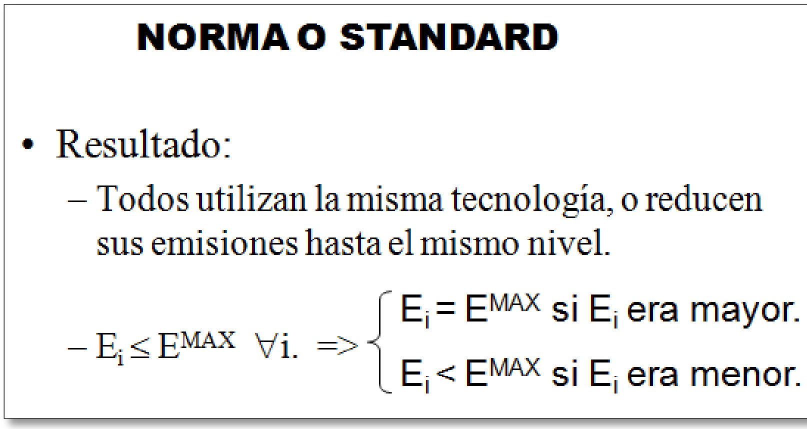
Se calcula P despejando la demanda. Luego

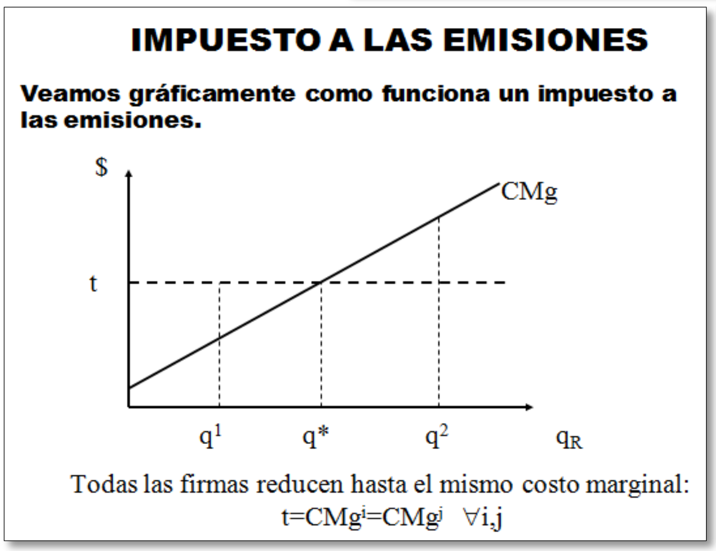
P=35

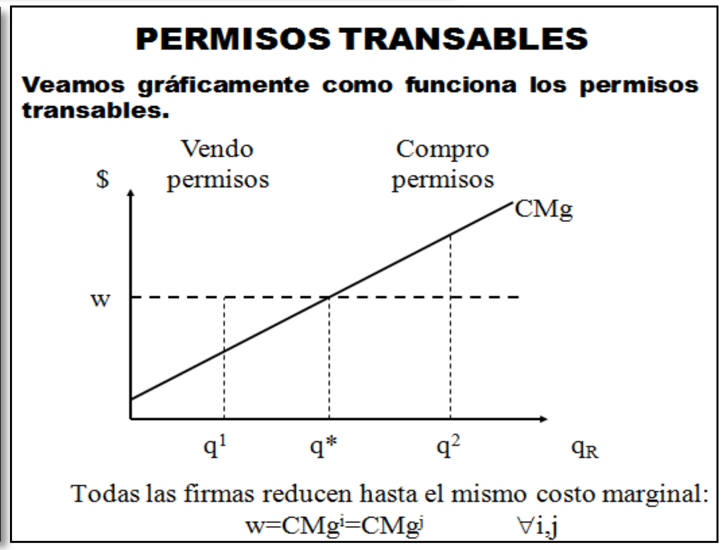
Π1/1.1=[(40-35)*10/2+(35-35)*29.19]/1.1=45.45

ΠT=Π0+Π1/1.1=1132.93+45.45=1178.38

<u>*Breve resumen de instrumentos de regulación*</u>







Problema 2 (instrumentos de regulación)

Existen 2 firmas en esta economía. Los costos marginales de reducir la contaminación para cada una, así como sus emisiones iniciales están dados en la siguiente tabla.

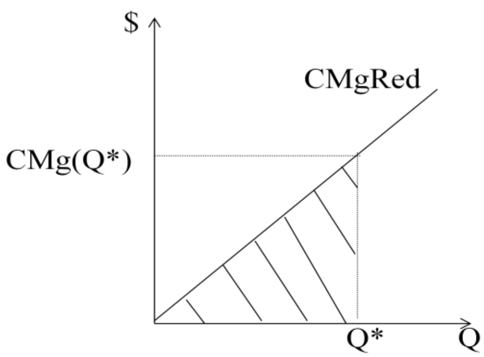
Firma	CMgRed	Emisiones Iniciales
1	$600 \cdot q_1$	125
2	$100 \cdot q_2$	95

Se tiene a partir de los datos anteriores que el nivel de emisiones totales es de 220 unidades. El gobierno sabe que el nivel de emisiones máximo permitido debe ser de 150 unidades. Queremos ver que solución es la mejor para esta economía.

a) Suponga que se aplica una norma, determine cuanto emite y redice cada firma, además que cual es el costo para cada una de esta política.

Sabemos que una norma de emisión dice que ambas firmas deben emitir lo mismo.Luego $E^1=E^2=75$ud. Para determinar cual es el costo asociado para cada firma debemos recordar como recuperar la función de costos totales a partir de la función de costos marginales:

Recordando que los costos totales son iguales al área bajo la curva de costos marginales (equivalente a decir la suma acumulativa de los costos marginales):



$$\Rightarrow \text{Costo Red.} = CMg(Q^*) \cdot Q^*/2$$

Los costos totales para cada firma por lo tanto, se pueden calcular evaluando la cantidad que cada firma reduce (que se calcula como la diferencia entre lo que emiten inicialmente y lo que terminan emitiendo=75) en la función de costos correspondiente (la que se determina como se explico anteriormente)

Firma	Costo Reducción	Emisiones Finales
1	750,000	75
2	20,000	75
Total	770,000	150

b) Suponga que ahora se desea aplicar un impuesto a las emisiones. Determine cual es el impuesto optimo, así como también cuanto reduce cada firma y cuanto le cuesta reducir respectivamente.

Sabemos que con un impuesto ahora, los costos marginales de cada firma son iguales, e iguales al impuesto. $CmgRed_1=CmgRed_2 = t$

(Solución Costo Efectiva pues se igualan los costos marginales de reducción para ambas firmas)

Luego: Si $q^1+q^2=70$ y $t=600q^1=100q^2$ se tiene que: $q^1=10$, $q^2=60$ y $t=6000$, con lo que:

Firma	Costo Reducc.	Emisiones Finales
1	720,000	115
2	390,000	35
Estado	-900,000	
Total	210,000	150

(Notar que el costo total de cada firma proviene de un costo de reducción – que se calcula evaluando en la función de costos de la firma correspondiente lo que la firma reduce – y un costo por emisión – que se calcula como el valor del impuesto multiplicado por lo que la firma termina emitiendo, es decir, la diferencia entre lo que emitía desde un principio y lo que reduce-)

c) ¿Qué ocurre en el caso de que se emiten 150 permisos transables equitativamente entre las firmas? (cada permiso permite emitir solamente una unidad de contaminante).

Sabemos que con un SPE ahora, los costos marginales de cada firma son iguales, e iguales al precio del permiso. $CmgRed_1=CmgRed_2 = w$

(Solución Costo Efectiva pues se igualan los costos marginales de reducción para ambas firmas)

Luego: Si $q^1+q^2=70$ y $w=600q^1=100q^2$ se tiene que: $q^1=10$, $q^2=60$ y $w=6000$

Firma	Costo Reducc.	Compra Permisos	Pago por Permisos	Pago Total	Emisiones Finales
1	30,000	40	240,000	270,000	115
2	180,000	-40	-240,000	-60,000	35
Total	210,000			210,000	150

(Notar que el costo total de cada firma proviene de un costo de reducción – que se calcula evaluando en la función de costos de la firma correspondiente lo que la firma reduce – y un costo compra/venta de permisos – que se calcula como el valor del permiso multiplicado por la diferencia entre lo que la firma podía emitir desde un principio en base a los permisos que tenia al comienzo y lo que termina emitiendo)

En resumen:

Costo	Norma	Impuesto	Permiso Iguales
Firma 1	750.000	720.000	270.000
Firma 2	20.000	390.000	-60.000
Estado	0	-900.000	0
Total	**770.000**	**210.000**	**210.000**