DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN4704 Gestión de Operaciones II / IN47B Ingeniería de Operaciones
Profesor: Fernando Ordóñez / Cristián Bravo
Semestre: Otoño 2011
Fecha: 7 de Junio de 2011

Pauta Control N^{o}2

Problema 1

1. (0,5 pts)

   - **Dinámico**: El problema cambia de estructura con el tiempo y debe resolverse cada vez que cambian los parámetros. Ejemplos: Ruteo de vehículos de emergencia, asistencia de fallas.
   - **Estático**: La configuración no cambia y basta con resolver una vez el problema. Ejemplo: planificación diaria de despacho de productos.

2. (0,5 pts) Si se quiere estimar el tiempo de espera antes de salir del sistema utilizando reducción de varianza, entonces se puede utilizar la variable aleatoria $X_c = X + c(Z - \mathbb{E}(Z))$ donde X es el tiempo de espera, Z es una variable que está correlacionada con X y $c = \frac{-Cov(X,Z)}{Var(Z)}$ una constante a estimar. En este caso Z podría ser el tiempo de llegada de los individuos o el tiempo de servicio, pues ambas variables estarán correlacionadas con el tiempo de espera. Además se conoce su esperanza por lo que es más fácil generar X_c.

   El estimador finalmente sería $\bar{X}_c$.

3. (0,5 pts)

   - **Estratégica**: Son de gran impacto, afectan de gran medida el largo plazo de la empresa y también el mediano plazo, son de carácter gerencial. Ejemplo: Alianzas con otras empresas, creación de centros de almacenamiento, tamaño de flota.
   - **Táctica**: Mediano plazo, no tan decisivas como las estratégicas. Ejemplos: Reducción o aumento de personal.
   - **Operacional**: Día a día, corto plazo. Son decisiones no tan importantes y son tomadas por quienes ejecutan las tareas. Ejemplos: Atraso en entregas, horas extra de trabajo.

4. *a*) (0,5 pts) Este problema busca determinar la cantidad mínima de vehículos para satisfacer la demanda de un conjunto de clientes distribuyendo la oferta de productos de varios centros de producción.

   N es el número de camiones a comprar, x_{ij} representan la cantidad de viajes necesarios que se deben realizar en la ruta $i->j$, por lo que a_i y b_i representarán el número esperado de viajes que se tendrán que realizar desde una bodega o hacia un cliente. Esto tiene sentido pues la compra de camiones es una decisión táctica, entonces no existe certeza total sobre la cantidad de bienes a transportar, pero sí se puede estimar mejor la cantidad de viajes.

   α representa un factor de conversión de el número de horas de viajes que se hacen al número de vehículos necesarios para realizar esas horas en un periodo de tiempo.

   b) (0,5 pts) Se deben crear las variables N_1 = número de vehículos de tipo 1 y N_2 = número de vehículos de tipo 2. Además se debe determinar lo transportado por cada vehículo en cada ruta $i-j$, por lo que se agregan las variables x_{ij}^1 y x_{ij}^2. Finalmente el problema se reescribe como:

$$
\begin{aligned}
\text{mín} \quad & N_1 + N_2 \\
\text{s. a} \quad & \sum_j x_{ij}^1 + x_{ij}^2 = a_i \quad \forall i = 1,\ldots,M \\
& \sum_i x_{ij}^1 + x_{ij}^2 = b_i \quad \forall j = 1,\ldots,M \\
& N_1 = \alpha_1 \sum_{i,j} t_{ij} x_{ij}^1 \\
& N_2 = \alpha_2 \sum_{i,j} t_{ij} x_{ij}^2 \\
& x_{ij}^1, x_{ij}^2 \geq 0
\end{aligned}
$$

5. (0,5 pts) El coeficiente de variación representa una medida de la dispersión de la demanda con respecto a la media, dada por $\frac{\sigma_p}{\mu_p}$, con σ_p la desviación estándar esperada del producto y μ_p la demanda media del producto. Coeficientes de variación altos están asociados a altos costos de errar en calzar demanda con oferta, así que deben ser los productos a los que más atención se les coloca al momento de decidir las cantidades a ordenar, según se realizó en el caso de SO.

Problema 2 (50 %)

1. (0,5 pts) Claramente $p_{k,t}(0) = 1$ pues representa la probabilidad de que al menos lleguen 0 clientes, lo cual siempre ocurre. De la misma forma $p_{k,t}(i)$ es la probabilidad de que al menos lleguen i clientes, por lo que es esperable que a medida que crece i la probabilidad disminuya, concluyendo que es una función decreciente.

$t = 1$ significa que se está a solo 1 día de que comience Enero, entonces se espera que aparezcan en mayor medida los que buscan vacaciones más cortas (los más sensibles al precio) que los que están dispuestos a gastar mucho en sus vacaciones. Por lo tanto, las probabilidades deberían estar en el siguiente orden: $p_{F,1}(i) \geq p_{T,1}(i) \geq p_{M,1}(i)$.

2. (1 pt) Se plantéan las desigualdades para F con respecto a las otras dos clases:

$$\begin{aligned} \max_m \quad & 5x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^m \geq x \quad \Longrightarrow \quad m = 3 \\ \max_t \quad & 3x \cdot \frac{1}{t+1} \geq x \quad \Longrightarrow \quad t = 2 \end{aligned}$$

Finalmente se debe comparar los clientes que arriendan los primeros 21 días y los que arriendan el mes completo.

$$\max_n \quad 5x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n \geq 3x \quad \Longrightarrow \quad n = 1$$

Con esto se deduce que los clientes M tienen 4 cupos en total (los 3 que se obtuvieron en la primera comparación y el que le dejan los clientes T), los T tienen 1 cupo (los dos que tenían y el que cedieron) y el resto es para los clientes F.

3. (0,5 pts) Se plantéa el siguiente problema:

   - **Variables**
     x_m, x_t, x_f cantidad fijada para cada clase.
     y_m^w, y_t^w, y_f^w cantidades vendidas en cada escenario w para cada clase.
   - **Función Objetivo**

$$\max \sum_w p_w (5x \cdot y_m^w + 3x \cdot y_t^w + x \cdot y_f^w + 0{,}2x \cdot (C - y_m^w - y_t^w - y_f^w))$$

   - **Restricciones** Cada escenario w tiene una demanda por un tipo de arriendo d_k^w, $k = m, t, f$.

$$\begin{aligned} & x_m + x_t + x_f \leq C & \\ & y_m^w \leq x_m & \forall w \\ & y_t^w \leq x_t & \forall w \\ & y_f^w \leq x_f & \forall w \\ & y_m^w \leq d_m^w & \forall w \\ & y_t^w \leq d_t^w & \forall w \\ & y_f^w \leq d_f^w & \forall w \\ & y_t^w, y_f^w, y_m^w, x_m, x_f, x_t \geq 0 & \end{aligned}$$

4. (1 pt) Las variables x_k son globales para el problema, mientras las y_k^w dependen del escenario. El *problema maestro* queda:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & \sum_w p_w \gamma_w \\ \text{s. a} \quad & x_m + x_t + x_f \leq C \\ & x_m, x_t, x_f \geq 0 \end{aligned}$$

Y los *subproblemas*

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & 5x \cdot y_m^w + 3x \cdot y_t^w + x \cdot y_f^w + 0{,}2x \cdot (C - y_m^w - y_t^w - y_f^w) \\ \text{s. a} \quad & y_m^w \leq x_m \\ & y_t^w \leq x_t \\ & y_f^w \leq x_f \\ & y_m^w \leq d_m^w \\ & y_t^w \leq d_t^w \\ & y_f^w \leq d_f^w \\ & y_t^w, y_f^w, y_m^w \geq 0 \end{aligned}$$

El dual asociado a cada escenario es:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & z_1 \cdot x_m + z_2 \cdot x_t + z_3 \cdot x_f + z_4 \cdot d_m^w + z_5 \cdot d_t^w + z_6 \cdot d_f^w \\ \text{s. a} \quad & z_1 + z_4 \geq (5x - 0{,}2x) \\ & z_2 + z_5 \geq (3x - 0{,}2x) \\ & z_3 + z_6 \geq (x - 0{,}2x) \\ & z_i \geq 0 \end{aligned}$$

5. (Bonus 0,5 pts) La solución inicial corresponde a: $x_k^* = 0$ y ${\gamma_w}^* = \infty$. El dual para cada *subproblema* se simpifica a:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & z_4 \cdot d_m^w + z_5 \cdot d_t^w + z_6 \cdot d_f^w \\ \text{s. a} \quad & z_1 + z_4 \geq (5x - 0{,}2x) \\ & z_2 + z_5 \geq (3x - 0{,}2x) \\ & z_3 + z_6 \geq (x - 0{,}2x) \\ & z_i \geq 0 \end{aligned}$$

El óptimo es simplemente:

$$\begin{bmatrix} z_1^* \\ z_2^* \\ z_3^* \\ z_4^* \\ z_5^* \\ z_6^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (5x - 0{,}2x) \\ (3x - 0{,}2x) \\ (x - 0{,}2x) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con un valor $\gamma_w^* = 0$, menor al obtenido anteriormente por lo que se agregan las restricciones:

$$(5x - 0{,}2x) \cdot x_m + (3x - 0{,}2x) \cdot x_t + (x - 0{,}2x) \cdot x_f \geq \gamma_w \qquad \forall w$$

El *problema maestro* para esta iteración:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & \sum_w p_w \gamma_w \\ \text{s. a} \quad & x_m + x_t + x_f \leq C \\ & (5x - 0{,}2x) \cdot x_m + (3x - 0{,}2x) \cdot x_t + (x - 0{,}2x) \cdot x_f \geq \gamma_w \qquad \forall w \\ & x_m, x_t, x_f \geq 0 \end{aligned}$$