Profesor : Arturo Cifuentes
Auxiliares : Pedro Pablo Ramírez
Javier Zapata R.

Clase Auxiliar # 5

Resumen

APT: "Retorno esperado de un activo financiero puede ser modelado como una función lineal de varios factores macroeconómicos, donde la sensibilidad a cambios en cada factor es representada por un factor específico, el coeficiente beta."

$$\boxed{\tilde{r}_i = a_i + b_{1i} \cdot \tilde{f}_1 + b_{2i} \cdot \tilde{f}_2 + \ldots + b_{ki} \cdot \tilde{f}_k + \tilde{e}_i}$$

ó

$$E(r_j) = r_f + b_{j1}F_1 + b_{j2}F_2 + \ldots + b_{jn}F_n + \epsilon_j$$

$$E(\tilde{e}_i \cdot \tilde{e}_j) = E(\tilde{e}_i \cdot \tilde{f}_k) = 0$$

Cada factor es una variables aleatoria con media cero.

- $E(r_j)$ es la tasa de retorno esperada del activo,
- r_f es el retorno esperado de un activo libre de riesgo,
- F_k es el factor macroeconómico,
- b_{jk} es la sensibilidad del activo al factor k,
- y ε_j es el término de error de media cero del activo de riesgo.

Supuestos: Debe existir competencia perfecta en el mercado (no arbitraje), y el número de factores nunca debe ser mayor al número total de activos (esto con el fin de evitar problemas de singularidad en la matriz). Además el universo de activos es suficientemente grande.

*****El arbitraje es la práctica de tomar ventaja de un desbalance entre dos o más mercados y obtener una ganancia libre de riesgo.***

Resultado APT

Entonces existen constantes $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_k$ tales que

$$\bar{r}_i = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot b_{i1} + \lambda_2 \cdot b_{i2} + \cdots + \lambda_k \cdot b_{ik}$$

Si existe un activo libre de riesgo, $r_f = \lambda_0$

Cada coeficiente λ_k puede ser interpretado como el premio por riesgo asociado al factor k.

- En efecto, si definimos δ_k como el retorno esperado de una cartera con sensibilidad 1 al factor k y cero al resto, entonces

$$\boxed{\lambda_k = \delta_k - r_f}$$

Comparación CAPM y APT

Además, el modelo APT puede ser visto como un modelo por el lado de la oferta, ya que sus coeficientes beta reflejan la sensibilidad del activo subyacente a los factores económicos. Así, los cambios de los factores pueden generar cambios estructurales en la tasa de retorno esperada del activo, o en el caso de acciones, en la rentabilidad de la firma.

Por otra parte, el Capital Asset Pricing Model (CAPM) se considera un modelo por el lado de la demanda. Sus resultados, aunque similares a los del modelo APT, surgen de un problema de maximización de la función de utilidad de cada inversionista y del equilibrio de mercado resultante.

Además:

APT es mucho más robusta como teoría que CAPM:

- No hace supuestos sobre la distribución empírica de los retornos.
- No hace supuestos fuertes sobre las funciones de utilidad de los individuos.
- Permite que el retorno de los activos en equilibrio sea función de muchos factores, no sólo un beta.
- Entrega resultados sobre el precio relativo de cualquier subconjunto de activo, luego no es necesario medir el universo completo de activos de manera de probar la teoría.
- Teoría no se deriva del portafolio de mercado, luego no se requiere eficiencia de éste.
- APT se extiende fácilmente a más de un período.

Sharpe Ratio

Measure of the excess return or risk premium per unit of risk in an investment asset or a trading strategy.

$$S = \frac{R - R_f}{\sigma}$$

R is the asset return

R_f is the return on a benchmark asset

Sigma is the standard deviation of the excess of the asset return

Treynor Index

Measurement of the returns earned in excess of that which could have been earned on an investment that has no diversifiable risk (e.g., Treasury Bills or a completely diversified portfolio), per each unit of market risk assumed.

Profesor : Arturo Cifuentes
Auxiliares : Pedro Pablo Ramírez
Javier Zapata R.

$$T = \frac{r_i - r_f}{\beta_i}$$

where:

$T \equiv$ Treynor ratio,
$r_i \equiv$ portfolio *i*'s return,
$r_f \equiv$ risk free rate
$\beta_i \equiv$ portfolio *i*'s beta

Jensen Index

Used to determine the abnormal return of a security or portfolio of securities over the theoretical expected return.

Jensen's alpha = Portfolio Return − [Risk Free Rate + Portfolio Beta * (Market Return − Risk Free Rate)]

$$\alpha_J = R_i - [R_f + \beta_{iM} \cdot (R_M - R_f)]$$

M^2 (Modigliani^2)

http://en.wikipedia.org/wiki/Modigliani_Risk-Adjusted_Performance

Profesor : Arturo Cifuentes
Auxiliares : Pedro Pablo Ramírez
Javier Zapata R.

Problema 1

Imagine que un modelo APT es apropiado para describir los retornos de una acción. Se cuenta con la siguiente información:

Factor	Beta del Factor	Valor esperado (%)	Valor real (%)
Crecimiento PIB	**2,04**	**3,50**	**4,8**
Tasa de Interés	**-1,9**	**14**	**15,2**
Retorno esperado de la acción		**10**	

a) ¿Cuál es el riesgo sistemático del retorno de la acción?
b) La empresa anunció que su participación de mercado aumentó inesperadamente de 23 a 27%. En base a su experiencia pasada, los inversionistas saben que el retorno de la acción aumentará 0.36% por cada incremento de 1% de su participación de mercado. ¿Cuál será el riesgo no sistemático de la acción? ¿Cuál es el retorno total de la acción?

Problema 2

Suponga que los rendimientos de una serie de instrumentos financieros se generan según el siguiente modelo APT:

$$R_{it} = E(R_{it}) + \beta_{i1}F_{1t} + \beta_{i2}F_{2t}$$

Se cuenta con la siguiente información de dos instrumentos financieros:

Instrumento	β_1	β_2	$E(R_{it})$
1	1,0	1,5	20%
2	0,5	2,0	20%

a) Construya un portafolio con estos dos activos que no dependa en absoluto del factor F_{1t}.
b) Calcule el retorno esperado y el coeficiente β_2 de este portafolio.

Problema 3

Un administrador de un fondo mutuo sabe que su portafolio de inversión está bien diversificado y que tiene un beta de CAPM igual a 1,0. El premio por riesgo del CAPM, [E(Rm)-Rf], es de 6,2%. Este administrador ha estado aplicando el APT al mercado nacional y ha encontrado dos factores relevantes: cambios en el índice de producción industrial, δ_1 , y cambios no esperados de inflación, δ_2. Además sabe que el premio por riesgo esperado del factor 1, (δ_1-R_f), es 5%, y del factor 2, (δ_1-R_f), es 11%. El activo libre de riesgo ofrece una tasa del 8%.

a) Si este portafolio tiene actualmente una sensibilidad al primer factor de b_{P1}=-0,5, ¿cuál es la sensibilidad a los cambios no esperados de inflación?
b) Si el administrador rebalancea este portafolio para mantener el mismo retorno esperado pero reducir su exposición a la inflación a cero (i.e. b_{P2}=0), ¿Cómo quedará la sensibilidad del portafolio al primer factor?

Problema 4

Imagine que un modelo APT es apropiado para describir los retornos de una acción. Se cuenta con la siguiente información:

Activo	b_1	b_2
X	1.75	0.25
Y	−1.0	2.0
Z	2.0	1.0

Suponga que el premio por riesgo del factor 1 es de 4%, y del factor 2 es de 8%.

a) Muestre dos formas posibles de construir un portafolio que tiene sensibilidad de 0.5 al factor 1. Compare los premios por riesgo de cada inversión.

b) Suponga que los premios por riesgo de X, Y y Z son 8%, 14% y 16%, respectivamente. Construya un portafolio que tiene sensibilidad cero a cada factor y que tiene un premio por riesgo positivo. ¿Se cumple el APT en este caso?

Solución Problema 1

a) Riesgo sistematico $= 2.04 \cdot \underbrace{(4.8\% - 3.5\%)}_{\text{Crecimiento inesperado del PIB}} - 1.90 \cdot \underbrace{(15.2\% - 14\%)}_{\text{Sorpresa en el nivel de tasas de interés}} = 0.373\%$

b) Riesgo no sistemático $= 0.36 * (27 - 23) = 1.44\%$

El retorno total viene dado por:

$R = E(Rm) + \varepsilon$ **= retorno esperado + riesgo sistemático + riesgo no sistemático**

=10+0.37+1.44

=11.81%

Profesor : Arturo Cifuentes
Auxiliares : Pedro Pablo Ramírez
Javier Zapata R.

Solución Problema 2

a) Para que el portafolio no dependa del factor F_{1t} se tiene que cumplir que β_{P1} sea igual a cero, es decir:

$$\beta_{P1} = w_1\beta_{11} + (1-w_1)\beta_{21} = 0$$

Donde:

w_1: fracción o porcentaje del portafolio invertido en el activo 1.
$(1-w_1)$: fracción del portafolio invertido en el activo 2.

De la ecuación anterior se deduce que:

$$w_1 = \frac{-\beta_{21}}{\beta_{11}-\beta_{21}} = \frac{-0{,}5}{1-0{,}5} = -1{,}0 = -100\%$$

$$(1-w_1) = 1-(-1) = 2{,}0 = 200\%$$

Es decir, del 100% de capital disponible para formar el portafolio se invierte 200% en el activo 2, financiando la diferencia con una venta corta del 100% del activo 1.

b) El retorno esperado del portafolio está dado por:

$$E(R_{P_t}) = w_1E(R_{1_t}) + (1-w_1)E(R_{2_t}) = -1\cdot 20\% + 2\cdot 20\% = 20\%$$

Y su β_2 será:

$$\beta_{P2} = w_1\beta_{12} + (1-w_1)\beta_{22} = -1\cdot 1{,}5 + 2\cdot 2{,}0 = 2{,}5$$

Solución Problema 3

a) Del CAPM sabemos que la rentabilidad esperada del portafolio es:

$$E(R_p) = R_f + [E(R_m)-R_f]\ \beta_p = 8\% + 6{,}2\%x1 = 14{,}2\% = 0{,}142$$

Luego del APT, se debe cumplir que:

$$E(R_p) = R_f + (\delta_1-R_f)\ b_{p1} + (\delta_1-R_f)\ b_{p2}$$

Luego:

$$0{,}142 = 0{,}08 + 0{,}05x(-0{,}5) + 0{,}11xb_{p2}$$

De aquí resulta quela sensibilidad a cambios no esperados de inflación es $b_{p2} = 0{,}79$

b) Dado que el retorno esperado se mantiene, del APT:

$$0{,}142 = 0{,}08 + 0{,}05xb_{p1} + 0{,}11x0$$

De aquí resulta que $b_{p1} = 1{,}24$.

Solución Problema 4

a) La sensibilidad requerida se puede expresar como:

Factor 1: $(w_x)(1.75) + (w_y)(-1.0) + (w_z)(2.0) = 0.5$

Además, sabemos que:

$w_x + w_y + w_z = 1$

Con dos ecuaciones lineales en tres variables, hay un número infinito de soluciones.

Dos de ellas son:

1. $w_x = 0$ $w_y = 0.5$ $w_z = 0.5$

2. $w_x = (6/11)$ $w_y = (5/11)$ $w_z = 0$

Los premios por riesgo de los dos portafolios son:

$r_1 = 0*[(1.75 * 0.04) + (0.25 * 0.08)] + (0.5)*[(-1.0 * 0.04) + (2.0 * 0.08)] + (0.5)*[(2.0 * 0.04) + (1.0 * 0.08)] = 0.14 = 14.0\%$

$r_2 = (6/11)*[(1.75 * 0.04) + (0.25 * 0.08)]+(5/11)*[(-1.0 * 0.04) + (2.0 * 0.08)] +0 * [(2.0 * 0.04) + (1.0 * 0.08)] = 0.104 = 10.4\%$

Estos premios por riesgo difieren porque los portafolios tienen distintas sensibilidades al factor 2.

b) Las sensibilidades del portafolio a los factores son:

Factor 1: (–2.0)*(1.75) + (–0.5)*(–1.0) + (1.5)*(2.0) = 0

Factor 2: (–2.0)*(0.25) + (–0.5)*(2.0) + (1.5)*(1.0) = 0

El premio por riesgo de este portafolio es:

(–2.0)*(0.08) + (–0.5)*(0.14) + (1.5)*(0.16) = 0.01

Dado que la sensibilidad a cada factor es cero, el premio por riesgo debiera ser cero. Por lo tanto, el APT no se cumple. Para alcanzar un equilibrio, el precio del portafolio debiera aumentar y, por tanto, su retorno debiera caer al nivel de la tasa libre de riesgo.