

Auxiliar 4: PDE

Lunes 11 de Abril de 2011

Problema 1

La fábrica metalmecánica ABC fabrica pernos de alta resistencia. El proceso de fabricación de estos pernos requiere un templado en un horno muy especial. Cada uno de estos pernos precisa hornearse d veces en este horno especial, cada una de estas horneadas demora 1 hora. El horno tiene capacidad para k pernos en cada horneada, y el total de pernos a fabricar es n . A modo de ejemplo, y para visualizar el problema, considere la fabricación de 3 pernos, cada uno requiriendo 2 horneadas y la capacidad del horno es también 2.

- (a) Para el ejemplo simplificado calcule el número mínimo de horas que precisa para fabricar los 3 pernos. (1 punto)
- (b) Pruebe que $d \cdot \lceil \frac{n}{k} \rceil$ horas son suficientes para procesar los n pernos. (1 punto)
- (c) Plantee un modelo de Programación Dinámica Determinística que permita encontrar la estrategia óptima para el caso general. Plantee las etapas, los estados, las variables de decisión, la función de valor, la ecuación de recurrencia, la condición de borde y la función objetivo. Su modelo requerirá que la variable de estado será multidimensional. (4 puntos).

Problema 2

Una tienda ha importado C unidades de piscinas, las cuales espera vender durante la temporada de Verano. Al comenzar la temporada, que dura T semanas, las C unidades están almacenadas en la **bodega central** que se encuentra en las afueras de la ciudad.

Al comienzo de cada semana salen camiones a dejar mercadería a la tienda y el **product manager** a cargo de las piscinas puede enviar en ellos productos. No es posible devolver productos desde la tienda a la **bodega central**. Al final de cada semana, la tienda informa al **product manager** el número de piscinas vendidas (y por tanto la cantidad que quedó en stock para la semana siguiente). Se sabe que inicialmente se cuenta con un inventario de H productos en la tienda y que el envío del mes 0 fue e_0 .

En el período t ($t = 1, \dots, T$) del horizonte, la tienda tiene R_t clientes potenciales, cada uno de los cuales de manera independiente demandará **1 unidad** del producto con probabilidad q_t .

El precio de venta de las piscinas es P . Al terminar la temporada, las unidades que hayan quedado en el **stock de la tienda** pueden ser vendidas a una liquidadora a un precio $S < P$.

El costo de transporte desde la **bodega central** a la tienda en la semana t tiene dos componentes: Primero, se incurre en un costo de $c_t(e_t)$ si se envían e_t unidades en la semana t . Segundo, si el envío en la semana $t - 1$ es e_{t-1} y el envío en el mes t es e_t , entonces se incurrirá durante la semana t en un costo de suavizamiento o atenuación igual a $A_t \cdot |e_t - e_{t-1}|$.

Por simplicidad suponga que no hay restricciones de capacidad en los camiones y que el stock máximo que se puede mantener en la **tienda** es de K unidades del producto. Suponga también que no existen costos por mantener el producto en bodega y que los envíos a la tienda son instantáneos.

Formule el problema de programación dinámica estocástica que debe resolver el **product manager** a cargo de las piscinas para decidir cuantas unidades enviar a la tienda al comienzo de cada semana.