



Universidad de Chile  
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN3701: Modelamiento y Optimización  
Profs: Daniel Espinoza, Roberto Cominetti  
Coordinador: N. Padilla  
Aux: V. Bucarey, N. Devia, A. Torrico, C. Thraves

## Auxiliar 5: Simplex y Dualidad

Jueves 21 de Abril de 2011

### Pregunta 1

Considere el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} & -2x_1 + 5x_2 \geq 0 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ & 4x_1 - 3x_2 \leq 7 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \quad \text{irrestringida} \end{array}$$

- Escriba el problema en forma estándar.
- Grafique el problema. Identifique la región factible, los puntos que podría describir mediante una base, cuántos de estos puntos son factibles y el óptimo del problema. ¿Cuánto vale la Función Objetivo en el óptimo? ¿Qué restricción adicional agregaría al problema original para hacer el problema más sencillo sin cambiar la región factible?
- ¿Qué particularidad tiene el origen? ¿Qué bases describen este punto? ¿Es alguna infactible? Compruébelo. ¿Tendría sentido que lo fuera? ¿Necesitaría realizar Fase I para resolver el problema? ¿Por qué no?
- Aplice Simplex partiendo desde el óptimo encontrado en la parte b).

Nota: Para las partes b), c), d) describa o interprete lo que va realizando en forma gráfica.

### Pregunta 2

Responda:

- Dado un problema ( $P$ ) en forma estándar y  $x$  un punto extremo para ( $P$ ) con no todos los costos reducidos  $\bar{c} \geq 0$ , entonces  $x$  no es óptimo del problema.
- Para ( $P$ ) en forma estándar, toda iteración de simplex mejora estrictamente la función objetivo, o termina con la solución al problema.
- Explique, utilizando la notación vista en clases, cómo el algoritmo simplex determina:
  - El Óptimo de un problema de optimización.
  - Si una solución es Degenerada.
  - La existencia de Múltiples Óptimos.
  - Si el problema es No Acotado.
  - Solución Factible Inicial.

### Pregunta 3

Considere el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & 3x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} & 4x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

1. Grafique el problema  $(D)$ , especificando claramente las restricciones, función objetivo y área factible. Calcule el óptimo.
2. Resuelva el problema utilizando SIMPLEX matricial, comenzando desde el origen.

### Pregunta 4: Dualidad y THC

Considere el siguiente problema de optimización:

$$\begin{array}{ll} (P) & \text{mín } z = -3x_1 + x_2 \\ & x_1 + x_2 \geq 0 \\ & x_1 - 2x_2 \geq -6 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 5x_1 - x_2 \leq 20 \\ & x_2 \geq 0 \end{array}$$

- a) Encuentre una cota inferior al valor óptimo de  $(P)$  ( $z^*$ ) mediante una combinación lineal de las restricciones.
- b) Formule el problema dual de  $(P)$  para encontrar la mejor cota inferior.
- c) Grafique la región factible de  $(P)$  y encuentre el óptimo por inspección  $(x^*, z^*)$ .
- d) Encuentre el óptimo del problema dual  $(D)$  usando el Teorema de Holgura Complementaria.
- e) Reemplace la cuarta restricción por  $5x_1 - x_2 \leq 25$  y desarrolle nuevamente  $b)$ ,  $c)$  y  $d)$ . ¿Qué diferencias existen? (PROPUESTO)