

IN3401-01 - Auxiliar N°3: Problemas aplicados de probabilidades y estadísticas

Profesores: Sebastián Maldonado; Manuel Reyes
Prof Auxiliares: José Miguel Carrasco, Stefan Pribnow

31 de marzo 2011

- **Problema 1**

Una compañía minera trata de evaluar de un curso de capacitación ofrecido por una firma internacional, para la obtención de ciertas competencias en sus operarios. Se seleccionaron aleatoriamente 2 grupos de 225 trabajadores y 210 trabajadores, respectivamente. El primer grupo participó en una versión del curso y el segundo grupo no participó. Posteriormente, una entidad certificadora de competencias independiente administró a cada trabajador una prueba para medir su nivel de dominio de las competencias ofrecidas en el curso. La media muestral y desviación típica muestral del nivel de dominio en cada grupo fue el siguiente:

Grupo	n	X barra	S
Capacitados	225	89	6.7
No Capacitados	210	80	7.7

¿Proporcionan estos datos evidencia suficiente como para concluir que el curso de capacitación es efectivo, al nivel del 5%, de modo que se puede sugerir a la firma que invierta en él? Para responder esta pregunta, desarrolle el siguiente plan de análisis. (Suponga normalidad del nivel de dominio en cada grupo).

1. Suponga que se tiene poblaciones homocedásticas, es decir que las varianzas poblacionales de cada grupo son iguales. Aplique un test t de diferencia de medias. ¿El curso de capacitación tiene efecto?

2. Suponga que las poblaciones no son homocedásticas. Aplique el test t bajo este supuesto. ¿El curso de capacitación tiene efecto?
3. Realice un test F de diferencia de varianzas con estadístico de contraste $F = \frac{Max\{s_c^2, s_{nc}^2\}}{Min\{s_c^2, s_{nc}^2\}}$. ¿Se tiene o no homocedasticidad? Concluya.

Independientemente de sus respuestas anteriores, suponga que la capacitación es efectiva, pero con un costo per cápita relativamente alto. Por ello, dado que a la compañía le interesa disponer de las competencias, le sugiere que antes de capacitar a un operario, le aplique la prueba mencionada arriba como una prueba de diagnostico, de modo que si obtiene un puntaje significativamente alto, no realiza la capacitación. En caso contrario, la realiza.

1. A partir de lo aprendido en el experimento anterior, proponga un algoritmo basado, intuitivamente, en la regla de Bayes para decidir si un operario se capacita o no se capacita. ¿Qué tipo de método está diseñando?
2. ¿Capacitaría a un operario que en la prueba de diagnostico obtiene 84 puntos?

• **Problema 2**

Una empresa productora de manzanas presenta la siguiente problemática: La producción se clasifica en cuatro categorías de calidad: 1 (exportación), 2 (Premium nacional), 3 (regular nacional), 4 (baja nacional). Las personas que inspeccionan las manzanas para su clasificación realizan adecuadamente su trabajo, sin embargo, se equivocan una fracción p de las veces. La clasificación la realizan dos personas por separado, y si ambas están en desacuerdo se llama a un experto que nunca se equivoca. Se asume que la proporción real de manzanas en cada clase es 0.25. Las manzanas para exportación deben pasar por un proceso de selección antes de su venta, el cual funciona de la siguiente manera: El experto extranjero toma aleatoriamente 5 manzanas de un cajón seleccionado también aleatoriamente. Si el experto encuentra 2 o más manzanas que no representan esta categoría (bajo los mismos criterios que sigue la empresa), los empresarios extranjeros rechazan el cargamento y las manzanas deberán venderse a un precio menor.

El gerente de la empresa productora, preocupado, lo contrata a Ud. para que lo ayude a medir el riesgo del cargamento.

1. Si asume que la probabilidad de equivocarse en cualquiera de las categorías es la misma, ¿Cuál es la probabilidad de rechazo del cargamento?
2. Con el fin de reducir el riesgo de rechazo, Ud. sugiere tomar una muestra de tamaño n sobre las manzanas clasificadas para exportación. Asumiendo la varianza máxima, un error máximo permitido de 0,05 y para un nivel de significancia del 5%, ¿Cuál es el valor de n ? Asuma que la muestra es grande.
3. a) Siguiendo su consejo, el gerente junto a su experto realiza un muestreo de n manzanas, con n el número sugerido por Ud., de las cuales sólo 1 manzana resultó mal clasificada para exportación. El gerente considera que un 1% de manzanas mal clasificadas como exportación es muy riesgoso para el negocio y decidiría venderlas junto con las Premium en el mercado nacional, ¿Qué le recomienda Ud.?, fundamente su respuesta con un test de hipótesis ad hoc con un nivel de significancia del 1%, definiendo claramente sus hipótesis (asuma que la muestra es grande). Entregue adicionalmente el nivel de significancia más bajo al cual se puede rechazar la hipótesis nula.

• **Problema 3**

El salario medio (expresado en miles de \$) de los trabajadores de un sector es de 180 y la desviación típica es de 40. Además, el 15% de los trabajadores gana más de 200. Si se consideran muestras aleatorias de 100 trabajadores:

1. ¿En qué porcentaje de muestras saldrá un sueldo medio menor que 170?
2. ¿En qué porcentaje de muestras saldrá más del 20% de trabajadores con sueldo superior a 200?
3. Repita a) y b) anteriores para $n = 400$ y compare resultados.
4. ¿Por que \bar{x} (salario medio) y p (proporción de trabajadores que gana más de 200) tienen el carácter de variables aleatorias? Indica otras posibles variables aleatorias muestrales.