

IN2201-01 - CTP N°2

Profesor: Matteo Triossi
Prof Auxiliar: José Miguel Carrasco

05 de mayo 2011

• Problema 1

Una planta forestal o celulosa en el sur produce a partir de una función de producción:

$$f(K, E) = (K^{0.5} + E)^2$$

donde los factores de producción son capital y energía respectivamente.

- a) Calcular la cantidad de insumos óptimos para un vector de precios dados.
- **Solución** La condición de primer orden nos entrega:

$$\frac{f_K(K, E)}{f_E(K, E)} = \frac{r}{p_E}$$

Luego:

$$\frac{(K^{1/2} + E)/K^{1/2}}{2 \cdot (K^{1/2} + E)} = \frac{r}{p_E}$$

Despejando K y E, podemos ver que $K = \left(\frac{p_E}{2r}\right)^2$ (directamente de la relación) y tomando una de las condiciones de primer orden y esta información podemos despejar $f_E = 2(K^{1/2} + E) - p_E = 2\left(\frac{p_E}{2r} + E\right) - p_E = 0$ con lo que $E = \frac{p_e}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r}\right)$

Un ex-alumno de la FCFM le ofrece a la forestal asociarse para producir biogás a partir de los desechos orgánicos de la producción. Suponga que a partir de c unidades de celulosa, se tiene una función de producción de $E = G(c) = \frac{\sqrt{c}}{2}$ para obtener E unidades de energía eléctrica. Esta autogeneración de energía, la planta puede usarla en su proceso o venderla al sistema. Suponga que $r=2$ (el precio del capital), $p_E = 8$ (precio de la energía), $p = 1$ (precio de la celulosa).

- b) Plantee el problema que enfrenta la firma y encuentre la oferta de celulosa y qué condiciones deben cumplirse para que a la planta le convenga autogenerar electricidad, es decir, establezca la cantidad de energía que debe considerarse en la función de producción como la producida normalmente más la producida por la celulosa (recuerde considerar los costos asociados a la celulosa). ¿Cuánta energía produciría? ¿Qué sucede con dicha cantidad si el precio de la energía

aumenta? ¿Qué sucede si el precio de la celulosa disminuye? Comente.

– **Solución** El problema en este caso es:

$$\max_{c,K,E} p \cdot F(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) - p_c \cdot c - r \cdot K - p_E \cdot E$$

Nuevamente se consideran las condiciones de primer orden (no puede establecerse una relación directa en este caso, debido a que tenemos 3 variables)

$$pF_K(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) - r = 0$$

$$pF_E(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) - p_E = 0$$

$$pF_E(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) \cdot \frac{1}{4 \cdot \sqrt{c}} - p_c = 0$$

De la segunda y tercer relaciones $p \cdot \sqrt{c} - p_E = 0$, con lo que $c = (\frac{p_E}{4p})^2 = 4$ Si el precio de la celulosa aumenta, entonces será menor la cantidad destinada a energía natural, pues el costo de oportunidad del producto celulosa es mayor. Si el precio de la energía aumenta, entonces será mayor la cantidad de celulosa destinada a energía porque de otra manera la firma estaría perdiendo dinero pues la sale más barato autosustentarse.

– c) Calcule ahora la cantidad de capital y energía comprada. ¿Cómo cambia la cantidad de energía comprada en comparación a la parte a-? ¿Por qué?

– **Solución** Considerando

$$K = (\frac{p_E}{2r})^2 = 4$$

Como $pF_E(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) - p_E = 0$, reemplazando $K = 4$ y $c = 4$. la ecuación nos queda $p(6 + 2E) = p_E$, con esto y la ecuación inicial $E=1$, por lo que la energía comprada disminuye de 2 a 1, esto es porque le es conveniente autosustentarse energía (le es más barato)

– d) Suponga que ahora que ahora otro ex-alumno de la FCFM le cuenta a la administración de la planta que con el gran desarrollo del mercado de carbono, la empresa obtiene ingresos extra ($g = 3/4$ um) por cada unidad de celulosa que la planta produce y que es destinada para biogás, debido a que sustituye energía producida base a carbón. Plantee el problema que resuelve la firma y encuentre la oferta de celulosa, la generación total de biogás y la compra o venta de biogás (recuerde considerar todos los costos asociados al problema, los cuales no han cambiado).

– **Solución**

$$\max_{c,K,E} p \cdot F(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) - p_c \cdot c + g \cdot c - r \cdot K - p_E \cdot E$$

Con esto, la condición de primer orden respecto a c cambia a:

$$pF_E(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) \cdot \frac{1}{4 \cdot \sqrt{c}} - p_c + g = 0$$

De esta ecuación

$$F_E(K, E + \frac{\sqrt{c}}{2}) = 4\sqrt{c}(1 - \frac{g}{p})$$

Reemplazando en la segunda ecuación (la condición de primer orden respecto a E):

$$c = (\frac{p_E}{4p(1 - \frac{g}{p})})^2 = (\frac{8}{4(1 - \frac{3}{4})})^2 = 64$$

$$K = (\frac{p_E}{2r})^2 = 4$$

Reemplazando en la condición de primer orden

$$2p(\frac{p_E}{2r} + E + \frac{p_E}{2 \cdot 4p(1 - \frac{g}{p})}) = p_E$$

Despejando, $E = -2$ Con esto la planta, vende energía (en lugar de comprar), es decir, en este caso la celulosa cambia completamente el rubro al cual estaba abocado con anterioridad, pues pasa de ser una productora de celulosa a una planta de biogás.

- e) ¿Qué sucede si debido a la política ecologista de la empresa, aumenta la demanda por sus bienes y como resultado el precio del bien “celulosa” aumenta? Explique con palabras el cambio en las demandas de los insumos, el cambio en la cantidad de compra/venta de biogás

– **Solución** Si el precio aumenta entonces la cantidad del bien celulosa destinada para energía biogás es menor pues tiene un mayor costo de oportunidad. Esto significa que disminuye la venta de biogás.

La energía comprada aumenta por un lado porque se tiene menos biogás, pero por otro lado, como el precio aumenta, aumenta la cantidad producida y debiesen aumentar los insumos.

• **Problema 2**

1. Una firma observa que siempre puede reducir un 2% de su empleo total aumentando un 3% su dotación de capital y mantener su producción constante. La firma tiene diez trabajadores y 20 unidades de capital. Si los pagos al capital y al trabajo son de $r = 4$ y $w = 1$ respectivamente. ¿Está la firma maximizando su utilidad? Justifique su respuesta. ¿Qué aconsejaría Ud. a la firma?

2. **Solución** Se argumenta en base a la TST (o RST):

$$TST = -\frac{dK}{dL}$$

Dado que nos entregan cambios porcentuales, estos cambios vienen de derivadas normalizadas por cantidades, luego:

$$\left(\frac{dK}{K}\right)/\left(\frac{dL}{L}\right) = \frac{-3}{2}$$

Evaluando en la situación de la firma:

$$\frac{dK}{dL} = -3$$

Luego $TST = 3$

En el óptimo, la TST debería ser igual a la razón de precio de los insumos $\frac{w}{r}$, pero dado que $\frac{w}{r} = 0.25$ entonces la firma no está maximizando utilidades. En este sentido lo que se debe hacer para llegar al óptimo es sustituir capital por trabajo hasta llegar al equilibrio.

3. En un lejano país donde se está viviendo una crisis y existen altas tasas de desempleo, un diputado propone la siguiente solución: “Debemos exigirle a las empresas que, en vez de invertir en capital, destinen todo su presupuesto a trabajo. Así podremos solucionar el problema de la cesantía, sin perjudicar la productividad del país”. Comente la afirmación anterior
4. **Solución** Falso, obviando el hecho de que probablemente ninguna empresa pueda funcionar solamente con trabajo, el punto es que dado el rendimiento decreciente de los factores de producción, las unidades extra de trabajo por sobre el punto de equilibrio producirán menos de lo que producían las unidades de capital, haciendo que la productividad del país se vea perjudicada. Adicionalmente, un punto en que existe desempleo es un punto subóptimo a la FPP, por lo que no existe garantía que invirtiendo completamente en trabajo se llegue a un punto dentro de la FPP.
5. Un individuo presenta la siguiente función de utilidad: $u(x, y) = e^x \cdot e^{2y}$
- Si el individuo dispone de un ingreso de 100 u.m. Calcule la demanda del bien x e y; y, Calcule las cantidades demandadas si $P_x = 1$ y $P_y = 2$.
 - **Solución** Si $P_x = 2 \cdot P_y$ la cantidad demandada puede ser cualquier canasta que contenga x e y (y que cumpla con la restricción presupuestaria) Esto es porque los bienes son sustitutos perfectos.
 - Si P_x sube un 100%, Explique los efectos ingreso y sustitución.
 - **Solución** La magnitud dependerá de la canasta anterior de consumo. Supongamos que el consumidor antes consumía X unidades de x. Ahora su consumo de x caerá a cero, pues preferirá el bien

Y (ya que ambos son sustitutos perfectos en una proporción 1 : 2 y el bien que le reporta más utilidad (y) cuesta lo mismo que (x) luego preferirá consumir sólo y. El efecto sustitución será total, y el efecto ingreso será nulo.