COMPETENCIA PERFECTA

Eduardo Engel[1]
Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad de Chile

Seguna Edición, Revisada y Corregida, Agosto de 1990

[1]Este apunte forma parte de una colección de apuntes preparados para el curso de Economía de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas (Escuela de Ingeniería) de la Universidad de Chile. Los restantes apuntes de esta colección son *"Macroeconomía"'* de Alejandra Mizala, *"Mercado del Trabajo"'* de Alejandra Mizala y *"Competencia Imperfecta"'* de Eduardo Engel.

Capítulo 1

Introducción

El modelo de competencia perfecta es uno de los más importantes en Economía. Su importancia *no* radica en su poder explicativo ni predictivo –de hecho la mayoría de los mercados "reales"" distan mucho de ser perfectamente competitivos–, sino que en la claridad con que ilustra el rol de los precios en la asignación eficiente de los recursos productivos de una sociedad.

Las empresas de un país deciden, en cada período de producción, cuáles bienes producirán y cuál será el nivel de producción de cada uno de ellos. Los consumidores deciden cuánto consumirán de cada producto. Son las decisiones de miles de empresas y millones de consumidores las que, en su conjunto, determinan la manera en que una sociedad asigna sus factores productivos. El principal objetivo de estos apuntes es mostrar el rol fundamental que tienen los precios –tanto de los insumos que utilizan las firmas como de los bienes que compran los consumidores– en la asignación de los recursos productivos de un país.

El modelo perfectamente competitivo tiene por objeto explicar por qué una sociedad produce algunos bienes y no produce otros, de qué factores depende el nivel de producción de cada uno de los bienes producidos y cómo se determinan los precios correspondientes. El tipo de preguntas que se puede responder utilizando este modelo se ilustra mediante los siguientes ejemplos:

- Determinar el efecto de un aumento en el precio en la fibra de vidrio sobre el precio del cobre.
- Determinar el efecto de un alza en el precio internacional del petróleo sobre los precios de diversos bienes en Chile.
- Determinar cuánto subirá el precio de un bien determinado si el impuesto al valor agregado sube de un 16% as un 18%.
- Decidir cuál de los siguientes programas de ayuda a los sectores de bajos ingresos es más eficaz: uno que subsidia el precio de bienes de primera necesidad o uno que entrega una suma de dinero en efectivo a cada una de las personas que se desea beneficiar.

El modelo perfectamente competitivo[1] comienza con una descripción detallada de los bienes en una economía. Un bien económico está caracterizado por sus propiedades físicas, su fecha de

[1] Lo que sigue es un resumen de la versión de Arrow y Debreu, desarrollada alrededor de 1950.

elaboración, el lugar en que se encuentra, etc. Los consumidores –aquellos individuos que compran bienes– están perfectamente informados acerca de las propiedades de los bienes y tienen preferencias sobre canastas de bienes. Si a un consumidor le damos a elegir entre dos canastas,[2] podrá decirnos cuál prefiere (o si le da exactamente lo mismo consumir cualquiera de ellas). Las firmas, que pertenecen a algunos de los consumidores, cuentan con tecnologías que utilizan para transformar materias primas en bienes. Los agentes económicos (consumidores y productores) toman los precios como un dato que no pueden afectar. Los productores maximizan sus utilidades sujeto a sus posibilidades tecnológicas, dando origen a las funciones de *oferta* para cada uno de los bienes en la economía. Cada consumidor elige aquella canasta de bienes que más le gusta entre aquellas que puede financiar. Esto da origen a funciones de *demanda* para cada bien. Un equilibrio competitivo es una colección de precios (uno para cada bien) tales que la cantidad ofertada de cada bien (por los productores) es igual a la cantidad demandada de cada bien (por los consumidores).[3] El equilibrio competitivo es, en un sentido bien preciso, eficiente. No es posible producir una cantidad mayor de algún bien sin producir menos de otro bien; no es posible redistribuir los bienes producidos en la economía mejorando el bienestar económico de todos los consumidores.

Oferta, demanda, equilibrio y *eficiencia*; esas son las principales componentes del modelo perfectamente competitivo. Cada uno de los capítulos siguientes está dedicado a uno de estos tópicos. En las siguientes secciones de este capítulo introductorio daremos un primer vistazo a las principales componentes del modelo de competencia perfecta.

1.1 El mercado

Originalmente la palabra "mercado"' se usó para denotar el lugar físico donde compradores y vendedores intercambiaban bienes.[4] Una definición más general afirma que un mercado es cualquier proceso mediante el cual compradores y vendedores intercambian bienes. Esto deja abierta la posibilidad de que compradores y vendedores jamás se encuentren en un mismo lugar físico, como sucede en el caso de compras por teléfono.

1.2 Los bienes económicos

En estricto rigor, no existen dos bienes idénticos. La economía se ve en la necesidad de agrupar bienes similares y considerarlos como uno solo. Mientras más similares sean los bienes considerados, menor es el *"nivel de agregacióñ"'*. El nivel de agregación con que se trabaja depende del problema que se esté estudiando. Por ejemplo:

- Si se desea saber cuánto han subido los precios luego de un aumento del IVA, se construye una canasta de bienes que representa los patrones de consumo de una familia "típica"' y se determina cuánto ha crecido el precio de esta canasta luego del aumento en el impuesto. En

[2] Por ejemplo, la primera canasta de bienes puede tener un par de zapatos y dos camisas mientras que la segunda dos pares de zapatos y una camisa. Las características de las camisas y de los zapatos deben ser descritas en detalle.

[3] En estricto rigor, es posible que la cantidad ofertada sea mayor que la demandada si el precio correspondiente es cero, pero no nos preocuparemos de este caso excepcional.

[4] Consideraremos que el dinero es un bien, por lo cual en el mercado los compradores intercambian un bien (dinero) por otro bien (lo que compran).

este caso la variable que se debe estudiar con objeto de responder la pregunta de interés –el precio de la canasta de bienes– posee un alto nivel de agregación.

- Si se desea saber de qué factores depende el precio de la colación en el casino de una determinada Facultad, la variable de interés será el precio de la colación y no es necesario definir una variable agregada para estudiar el problema.

1.3 Los agentes económicos

Los agentes económicos son los productores y consumidores de los bienes que produce un país. Un individuo actúa como agente económico al comprar bienes; al vender (o arrendar) insumos de producción tales como su trabajo, su capital o su tierra; y al contratar insumos de producción y vender bienes producidos en calidad de productor. Un mismo individuo puede tener varios de los roles recién descritos.

Uno de los principales supuestos del modelo de competencia perfecta es que los agentes económicos (consumidores y productores) no pueden afectar el precio de los bienes que compran y venden. Este supuesto se conoce como aquel de *"agentes tomadores de precios""* y tiene las siguientes consecuencias:

1. Los productores no afectan el precio de los insumos que utilizan, es decir, no afectan los salarios de los trabajadores que contratan ni el precio de las materias primas que emplean. Este supuesto será razonable si el insumo correspondiente es utilizado por un gran número de firmas, de modo que ninguna de ellas demanda una fracción importante.

2. El precio de venta del bien no se ve afectado por los niveles de producción de una firma particular. Este supuesto será adecuado si el número de firmas que produce el bien es grande, de modo que el nivel de producción de cada una de ellas sea una fracción pequeña del total.

3. Los consumidores toman el precio de los bienes que compran como un dato, es decir, la cantidad comprada por cualquier consumidor en particular no afecta el precio del bien. Este supuesto será apropiado si el número de compradores del bien es relativamente grande.

4. Los dueños de los insumos de producción (trabajo, capital, tierra, etc.) no pueden afectar el precio del insumo que venden (o arriendan) a las unidades productivas. Este supuesto será razonable si el número de vendedores de un insumo de producción es relativamente grande.

En muchas situaciones prácticas es incorrecto suponer que los agentes económicos son tomadores de precios. Si hay un único productor de un bien (monopolio) o un único comprador de un bien (monopsonio), frecuentemente el agente ejercerá su poder en la determinación del precio correspondiente. Uno de los principales objetivos de la Microeconomía es comprender cómo se determinan los precios y niveles de producción en diversos tipos de mercados (perfectamente competitivo, monopolio, monopsonio) y si estas cantidades son, en algún sentido, "eficientes"".

1.4 Un Ejemplo Idealizado

El siguiente ejemplo captura la forma en que se determina el precio y cantidad producida de un bien según el modelo de competencia perfecta. Al analizar situaciones reales será interesante compararlas con este ejemplo idealizado y determinar en qué medida son relevantes las diferencias entre ambas situaciones.

La alegoría que sigue describe un escenario hipotético de determinación del precio y nivel de producción de marraquetas en la comuna de Ñuñoa el día 29 de febrero del año 2000. La noche anterior se reunirán en el Estadio Nacional todos los panaderos y potenciales compradores de pan de la comuna. Estando todos sentados en diversas partes del estadio, hará su entrada a la cancha del estadio un individuo que, por motivos históricos, llamaremos *el rematador*. Micrófono en mano, el rematador anunciará un precio para el kilo de marraqueta (por ejemplo, 200 pesos) y luego cada panadero dirá cuántos kilos de marraquetas estaría dispuesto a producir (y tener listos para la venta la mañana siguiente) si los pudiera vender a ese precio. Cada consumidor de marraquetas indicará cuántos kilos de marraquetas estaría dispuesto a comprar la mañana siguiente si el precio fuera de 200 pesos el kilo. El rematador sumará las cantidades que estarían dispuestos a producir los panaderos obteniendo la *oferta* (de marraquetas) si el precio fuera de 200 pesos. También sumará las cantidades que los consumidores estarían dispuestos a comprar a ese precio, obteniendo la demanda por marraquetas si el precio fuera de 200 pesos. Supongamos que la cantidad ofertada es mayor que la cantidad demandada. En tal caso el rematador repetirá el proceso anterior, pero esta vez con un precio inferior a 200 pesos. El proceso se repetirá varias veces: cada vez que la oferta exceda a la demanda el rematador bajará el precio, cada vez que la cantidad demandada sea mayor que la ofertada, el rematador subirá el precio. Finalmente se llegará a un precio para el cual la suma de las cantidades ofertadas por los panaderos y las cantidades demandadas por los consumidores son iguales. Supongamos que el precio correspondiente es de 160 pesos por kilo y que la cantidad total producida (y consumida) es de 25.000 kilos. Entonces los panaderos partirán a producir las cantidades que indicaron y a la mañana siguiente productores y consumidores se volverán a reunir en el Estadio Nacional, esta vez para comprar y vender pan. El precio y la cantidad de marraquetas producidas el 29 de febrero del año 2000 en la comuna de Ñuñoa serán de 160 pesos y 25.000 kilos, respectivamente. Estas cantidades describen el equilibrio del mercado de las marraquetas.

Entre los supuestos implícitos en el ejemplo anterior están los siguientes:

1. Todas las marraquetas producidas en la comuna de N'uñoa son "iguales"" y se venden al mismo precio. Esto equivale a decir que se trata de un bien *homogéneo*.

2. Los productores están dispuestos a responder al rematador cada vez que éste les pregunta cuánto producirían para un cierto precio. Esto equivale a afirmar que los productores toman el precio del kilo de marraquetas como un dato.

3. Los consumidores responden al rematador cada vez que éste les pregunta cuántos kilos de marraquetas comprarían si el precio tomara un valor determinado. Esto equivale a afirmar que los consumidores toman el precio del kilo de marraquetas como un dato.

4. La venta de marraquetas se lleva a cabo sólo luego de determinar un precio para el cual la cantidad ofertada es igual a la demandada. Este precio se conoce como precio de equilib-

rio. Mientras el rematador no haya determinado el precio de equilibrio, los productores no comienzan a producir el pan para el día siguiente.

1.5 La oferta

La *función de oferta* para un cierto bien (en un cierto período de tiempo determinado) asigna a cada precio el número de unidades del bien que los productores *desearían* vender a ese precio. La función inversa a ésta, es decir, aquella que a cada nivel de producción el menor precio al cual los productores estarían dispuestos a producir esta cantidad, se llama función de oferta *inversa*. En economía se suele dibujar la función de oferta inversa en lugar de la función de oferta, por lo cual se coloca la cantidad producida en el eje x y el precio correspondiente en el eje y, tal como se ve en la Figura 1.1.

Figura 1.1: La función de oferta

En la práctica no se puede determinar con total precisión la función de oferta por un bien y existen diversas formas de obtener aproximaciones a ella. Estos métodos se estudian en cursos de econometría.

En el ejemplo idealizado de la sección anterior, el rematador podría determinar la función de oferta anotando la cantidad total ofertada por los productores de pan reunidos en el Estadio Nacional para una variada gama de precios. La siguiente tabla podría resumir la información que recogería:

Precio del kilo (en pesos)	100	120	140	160	180	200	...
Oferta (en kilos)	23.800	24.000	24.400	25.000	26.100	28.400	...

Generalmente la oferta será una función creciente del precio: mientras mayor sea el precio, mayor será la cantidad que los productores estarán dispuestos a ofertar.

1.6 La demanda

La *función de demanda* para un cierto bien (en un período de tiempo determinado) asigna a cada precio el número total de unidades que los consumidores desearían comprar a ese precio. En economía habitualmente se representa gráficamente la función inversa de la demanda, llamada *demanda inversa* (véase la Figura 1.2). La función de demanda inversa asocia a cada nivel de producción el mayor precio al cual los consumidores estarían dispuestos a comprar esta cantidad del bien.

Figura 1.2: La función de demanda

Generalmente la demanda será una función decreciente del precio: mientras mayor sea el precio, menor será la cantidad que los consumidores estarán dispuestos a comprar.

1.7 Equilibrio de Mercado

Al superponer las curvas de oferta y demanda para un mismo bien generalmente éstas se intersectan en un único punto (véase la Figura 1.3).

Definimos el precio de equilibrio de mercado como aquel precio para el cual la cantidad ofertada por los productores es igual a la cantidad demandada por los consumidores. La cantidad del bien producida para el precio de equilibrio se llama nivel de producción de equilibrio. En la Figura 1.3 el precio y el nivel de producción de equilibrio se han denotado mediante P_0 y Q_0, respectivamente. El punto (Q_0, P_0) define el *equilibrio de mercado.*

Consideremos nuevamente al rematador de la Sección 1.4 y supongamos que éste se equivoca y detiene el proceso de búsqueda en un precio menor que aquel de equilibrio, digamos en P_1 en la Figura 1.4. La cantidad demandada, $Q_D(P_1)$, será mayor que la cantidad ofertada, $Q_S(P_1)$.[5] Al día

[5] El motivo por el cual utilizamos el subíndice S para designar la cantidad ofertada (en lugar de la letra O) es que

Figura 1.3: Equilibrio de mercado

Figura 1.4: Exceso de oferta y exceso de demanda

siguiente habrá consumidores que no podrán comprar todas las marraquetas que hubieran querido, pues estas se agotarán antes de satisfacer toda la demanda existente para el precio correspondiente. Diremos que en este caso hay un *exceso de demanda.* En cambio, si el rematador detiene el proceso en un precio mayor que el precio de equilibrio, como por ejemplo P_2 en la Figura 1.4, habrá un

la palabra inglesa para oferta es "supply"". En Economía, al igual que en la mayoría de las disciplinas, la mayor parte de la literatura se encuentra en inglés.

exceso de oferta y algunos productores no podrán vender su producción de marraquetas.

Independientemente de cuál sea el precio del bien, la cantidad vendida siempre será igual a la cantidad comprada. Esta afirmación es tautológica. Sin embargo, generalmente sólo habrá un precio para el cual la cantidad demandada será igual a la cantidad ofertada. Este será el precio de equilibrio.

En la realidad los consumidores y productores de bienes no suelen reunirse en el Estadio Nacional para determinar el precio y cantidad a producir de cada bien. Para pasar de la alegoría del rematador a un mercado "de verdad"", es necesario hacer una serie de abstracciones acerca de la realidad. Suponer que todas las marraquetas producidas en la comuna de Ñuñoa constituyen un mismo bien requiere de un cierto nivel de abstracción. Suponer que todas las marraquetas vendidas en Ñuñoa (en un día dado) se venderán a un mismo precio tampoco es correcto, aún cuando es de esperar que el precio correspondiente varíe relativamente poco. Sin embargo, lo que es más difícil de trasladar desde la alegoría del rematador a la realidad es el proceso mediante el cual se alcanza el equilibrio. La manera en que el rematador determina este precio es muy distinta a lo que sucede en la realidad. Si el precio de un bien está por debajo del precio de equilibrio, los productores agotarán su mercadería y verán que quedan clientes que hubiesen querido comprar su producto. En los días (o semanas) siguientes, los productores tenderán a producir más y cobrarán un precio mayor con objeto de incrementar sus ganancias. En cambio, si hay un exceso de oferta, los productores verán que no pueden vender su mercadería y que sus stocks de inventarios están creciendo más allá de lo que quisieran. Entonces tenderán a bajar sus precios y a producir menos. En ambos casos es de esperar que mediante un proceso de prueba y error se alcance el equilibrio de mercado. El proceso de prueba y error recién descrito es bastante más complejo de lo que pudiera creerse y se estudia en textos más avanzados.

1.8 El ceteris paribus

Tanto al definir la función de oferta como al definir la función de demanda, hemos supuesto que una serie de factores que afectan a estas funciones permanecen fijos. Esta es la suposición del *ceteris paribus* que se hace frecuentemente en economía. Permite aislar los elementos relevantes a un problema simplificándolo notablemente al suponer que una serie de variables de menor importancia permanecen fijas.

Por ejemplo, en el caso de la función de oferta para un bien, variaciones en alguno de los siguientes factores traen consigo un desplazamiento de la función de oferta:

- Precio de los factores de producción: si los costos de los productores bajan, generalmente la función de oferta se desplazará hacia afuera. Para un precio dado los productores ofertarán una mayor cantidad del bien (ver Figura 1.5). En cambio, si los precios de los insumos utilizados en la producción del bien suben, la función de oferta generalmente se trasladará hacia adentro.

- Avance tecnológico: un avance tecnológico generalmente desplaza la función de oferta hacia afuera. Dado un precio determinado, los productores están dispuestos a vender una cantidad mayor.

La función de demanda se desplazará si varía cualquiera de los siguientes factores:

Figura 1.5: Caso en que la oferta se desplaza hacia afuera.

- Precio de bienes "relacionados"": si sube el precio de la hallulla, la función de demanda por marraquetas generalmente se desplazará hacia la derecha y hacia arriba (ver Figura 1.6). Dado un precio del kilo de marraquetas, los consumidores demandarán una cantidad mayor de marraquetas si el precio del kilo de hallullas sube. En cambio, si el precio de la hallulla baja, generalmente la función de demanda por marraquetas se desplazará hacia la izquierda y hacia abajo.

Figura 1.6: Caso en que la demanda se desplaza hacia la derecha.

- Ingresos de los consumidores: si los ingresos de la mayoría de los consumidores crecen, frecuentemente la función de demanda se desplazará hacia la derecha y hacia arriba.
- Gustos de los consumidores: luego de una campaña de publicidad exitosa, la función de demanda se desplazará hacia la derecha y hacia arriba.

La direccióne en que se desplaza la curva de oferta o demanda en cada una de las situaciones recién descritas se determinará de manera formal en los capítulos siguientes. Las descripciones anteriores tienen por objeto mostrar informalmente los resultados más frecuentes.

1.9 Estática comparativa

Varios autores afirman que una de las ventajas del modelo de competencia perfecta es que permite hacer pronósticos precisos de la dirección en que se moverán los precios y cantidades producidas en una variedad de escenarios posibles.

A continuación ilustramos esta propiedad mediante dos ejemplos.

Ejemplo 1.1 *Los costos de producción de un cierto bien bajan luego de un avance tecnológico. ¿Qué sucede con la cantidad producida y el precio de venta?*

El modelo de competencia perfecta predice que en el nuevo equilibrio el precio bajará y la cantidad producida subirá. En efecto, una baja de costos no afecta la función de demanda y desplaza la oferta hacia la derecha y hacia arriba, tal como se ilustra en la Figura 1.7).

Figura 1.7: Nuevo equilibrio cuando la oferta se desplaza hacia la derecha.

El equilibrio original se alcanza en el punto E_0 mientras que el nuevo equilibrio se alcanza en E_1. En el nuevo equilibrio el precio ha bajado y el nivel de producción ha crecido.■

Figura 1.8: Nuevo equilibrio cuando la demanda se desplaza hacia la izquierda.

Ejemplo 1.2 *Debido a un cambio de gustos en la población, un producto pasa de moda y la función de demanda se desplaza a la izquierda y hacia abajo, tal como se ilustra en la Figura 1.8.*

Tanto el precio como la cantidad producidas serán menores en el nuevo equilibrio de mercado.■

Existe una diferencia importante entre un desplazamiento *de* la curva de oferta y un desplazamiento *sobre* la curva de oferta. En el primer caso se desplaza toda la curva de oferta mientras que en el segundo caso el punto de equilibrio se desplaza de un punto a otro punto sobre la misma curva de oferta. Análogamente, debemos distinguir entre un desplazamiento *de* la curva de demanda y un desplazamiento *a lo largo de* esta curva. Por ejemplo, en el caso del Ejemplo 1.1, es la curva de *oferta* la que se desplaza (en su conjunto) hacia afuera. Esto tiene por consecuencia que el equilibrio de mercado se desplaza de un punto a otro punto sobre la curva de *demanda*. En el caso del Ejemplo 1.2, hay un desplazamiento de la curva de demanda y un desplazamiento sobre la curva de oferta.

Los ejemplos anteriores constituyen ejemplos de *estática comparativa*. En ellos se comparan dos situaciones de equilibrio sin considerar la dinámica que lleva de una situación a la otra.

1.10 Elasticidades

En cada uno de los ejemplos de la sección anterior, el modelo de competencia perfecta permitió determinar si el precio y nivel de producción de equilibrio crecerían o caerían luego de un evento que afectaba al mercado correspondiente. En la práctica, no sólo estamos interesados en el dirección en que se mueven los precios y los niveles de producción, sino que también en la magnitud de estos cambios. En el caso de un desplazamiento hacia afuera de la curva de oferta (véase la Figura 1.9), el aumento del precio de equilibrio será mayor y el aumento en el nivel de producción será menor mientras menos inclinada sea la curva de demanda inversa.

Figura 1.9: La magnitud del efecto de un desplazamiento de la oferta depende de cuán inclinada sea la demanda

El grado de inclinación de la curva de demanda se mide mediante la *elasticidad* de la demanda respecto del precio, también llamada *elasticidad-precio de la demanda.* Esta cantidad es igual al porcentaje en que varía la cantidad demandada cuando el precio sube en un uno por ciento. Si la demanda tiene una pendiente negativa, lo cual sucede habitualmente, la elasticidad-precio de la demanda será negativa. Si la curva de demanda inversa es muy inclinada, diremos que la demanda es muy inelástica. En tal caso los desplazamientos de la curva de oferta afectarán mucho más al precio de equilibrio que a la cantidad producida. En cambio, si la demanda inversa es relativamente plana, diremos que la demanda es bastante elástica. En tal caso los desplazamientos en la curva de oferta tendrán un efecto mayor sobre los niveles de producción que sobre los precios.

El caso del desplazamiento de la curva de demanda se ilustra en la Figura 1.10.

Mientras más inclinada sea la curva de oferta inversa, mayor será el efecto que tendrá un desplazamiento de la demanda sobre el precio de equilibrio y menor será la variación del nivel de producción. El grado de inclinación de la curva de oferta se mide mediante la *elasticidad* de la oferta respecto del precio, también llamada *elasticidad-precio de la oferta.* Esta cantidad es igual al porcentaje en que varía la cantidad ofertada por los productores de un bien cuando el precio sube en un uno por ciento. Como la oferta tiene pendiente positiva, está cantidad será positiva. Si la oferta inversa es muy inclinada, diremos que la oferta es inelástica; si es plana diremos que la oferta es elástica.

Ejemplo 1.3 *La oferta de viviendas terminadas es relativamente inelástica. El tiempo que toma construir un nuevo edificio o conjunto habitacional es suficientemente largo como para que el número de viviendas ofertadas sea relativamente insensible (en un período de un par de meses) a un aumento en el precio de venta de viviendas. En consecuencia el modelo de competencia perfecta predice que*

Figura 1.10: La magnitud del efecto de un desplazamiento de la demanda depende de cuán elástica sea la oferta

un aumento en la demanda por viviendas[6] *tendrá como consecuencia un gran alza en el precio de las propiedades. Esto fue lo que se observó durante el "boom"" económico que tuvo lugar en Chile a principios de la década de los ochenta. Un fenómeno similar, aunque de menor magnitud, se observó el año 1989.*■

Las elasticidades-precio de la oferta y la demanda tienen un rol fundamental cuando se desea cuantificar los efectos de desplazamientos de la oferta o la demanda sobre el el precio y nivel de producción correspondientes. En esta sección hemos presentado informalmente estos conceptos. En el apéndice a este capítulo se presenta formalmente el concepto general de elasticidad. Lo volveremos a utilizar en capítulos posteriores.

1.11 Acerca del objetivo de la economía

La Economía se define como aquella disciplina que estudia cómo las sociedades deciden qué, cuánto, cuando, cómo y para quién producir.

El paradigma de competencia perfecta supone una economía de libre mercado en que precios y cantidades producidas son determinadas por el mercado, sin la intervención del Estado. Con lo visto en esta introducción podemos responder cómo resuelve una economía perfectamente competitiva las cuestiones planteadas en la definición anterior:

- Cómo producir: esto dependerá de las tecnologías disponibles y del costo de los insumos utilizados en la producción de los bienes. Es aqui donde los ingenieros tienen un rol fundamental.

[6] Debido, por ejemplo, a un aumento en el ingreso de los individuos.

- Qué, cuánto y cuándo producir: lo que determinen la oferta y la demanda, es decir, las posibilidades tecnológicas y las preferencias de los individuos. Un bien se producirá en la medida que exista un precio para el cual haya individuos dispuestos a producirlo y consumidores dispuestos a comprarlo. Se puede tratar indistintamente de viviendas o armas. Cualquier consideración ética deberá manifestarse a través de la demanda y oferta correspondientes. El modelo de competencia perfecta no se preocupa de emitir juicios acerca de la inconveniencia de producir ciertos bienes, es decir, no toma en cuenta cuestiones de orden ético.[7]

- Para quién producir: para aquellos que puedan y quieran pagar. El modelo de competencia perfecta no tiene como tema central el estudio de los factores que determinan la distribución del ingreso entre los habitantes de un país y como esta distribución varía a lo largo del tiempo. Se centra en explicar cómo se determinan los precios y las cantidades vendidas de los diversos bienes consumidos por los individuos de una sociedad.

1.12 Apéndice: Elasticidades

Definición 1.1 *Dadas dos variables (unidimensionales) x e y, relacionadas mediante*

$$y = f(x, z),$$

donde z es un vector con variables adicionales, definimos la elasticidad de y respecto de x en el punto $(x, z, f(x, z))$ como

$$e_{Y,X}(x, z) \equiv \frac{\partial y}{\partial x}(x, z) \cdot \frac{x}{y(x, z)}.$$

Si omitimos anotar las variables correspondientes a z, esta definición equivale a:

$$e_{Y,X}(x) \equiv \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{x}{y}.$$

La elasticidad de y con respecto a x se puede interpretar como el porcentaje en que crece la variable y cuando x crece en un 1% (y z permanece constante). Por un desarrollo de Taylor de primer orden tenemos que la variación porcentual de y cuando x crece en un 1% será aproximadamente igual a

$$\begin{aligned} \frac{y(1,01x, z) - y(x, z)}{y(x, z)} \cdot 100 &\simeq 0,01x \frac{\frac{\partial y}{\partial x}(x, z)}{y(x, z)} \cdot 100 \\ &= \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{x}{y}. \end{aligned}$$

Denotemos mediante

$$Q_D \equiv Q_D(P, \ldots)$$

y

$$Q_S \equiv Q_S(P, \ldots)$$

[7] Para una discusión sobre este tema, véase *"Sobre Etica y Economía"* de Amartya Sen, Alianza Editorial, 1988.

a las curvas de demanda y oferta de un cierto bien. La variable P representa el precio del bien, Q_S y Q_D las cantidades ofertadas y demandadas y los puntos suspensivos a aquellos factores que determinan la forma que tendrá la curva correspondiente.[8] Las variables Q_S y Q_D tienen el rol de y en la definición anterior, P el rol de x y los puntos suspensivos el rol de z. Denotando mediante $e_{S,P}(P)$ y $e_{D,P}(P)$ las elasticidades-precio de la oferta y demanda, respectivamente, tendremos que:

$$\begin{aligned} e_{S,P}(P) &= \frac{\partial Q_S}{\partial P}(P) \cdot \frac{P}{Q_S(P)}. \\ e_{D,P}(P) &= \frac{\partial Q_D}{\partial P}(P) \cdot \frac{P}{Q_D(P)}. \end{aligned}$$

La siguiente proposición es útil para calcular elasticidades:

Proposición 1.1 *Sea $y = f(x)$. Entonces:*

$$e_{Y,X}(x) = \frac{d \ln y}{d \ln x}.$$

Es decir, si expresamos

$$\ln y(x) = g(\ln x)$$

entonces:

$$e_{Y,X}(x) = g'(\ln x).$$

Demostración Como $y = f(x)$ tendremos que $\ln y = \ln f(x)$ y definiendo

$$g(x) = \ln f(\mathrm{e}^x)$$

se cumplirá que

$$\ln y(x) = g(\ln x).$$

Por lo tanto:

$$g'(x) = \frac{1}{f(\mathrm{e}^x)} f'(\mathrm{e}^x)\mathrm{e}^x,$$

de donde:

$$\begin{aligned} g'(\ln x) &= \frac{1}{f(x)} f'(x) x \\ &= \frac{dy}{dx} \cdot \frac{x}{y} \\ &= e_{Y,X}(x). \blacksquare \end{aligned}$$

[8] En el caso de la demanda, estos factores serán los precios de otros bienes, las preferencias y los ingresos de los individuos. En el caso de la oferta, corresponderán a la tecnología disponible y los costos de los insumos de producción.

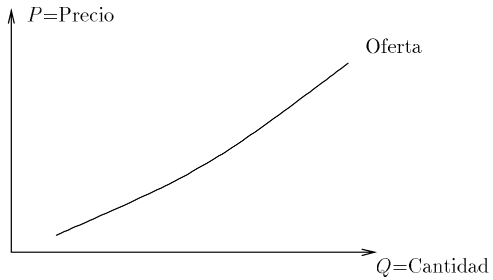


Figura 0.1: La función de oferta

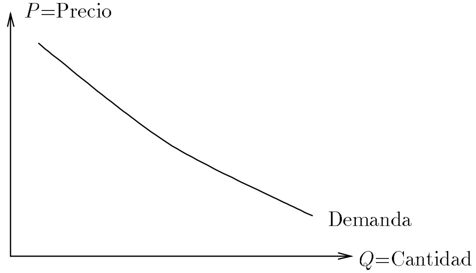


Figura 0.2: La función de demanda

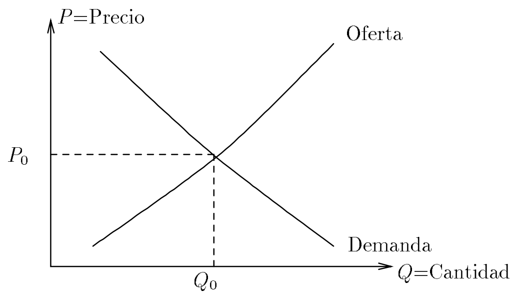


Figura 0.3: Equilibrio de mercado

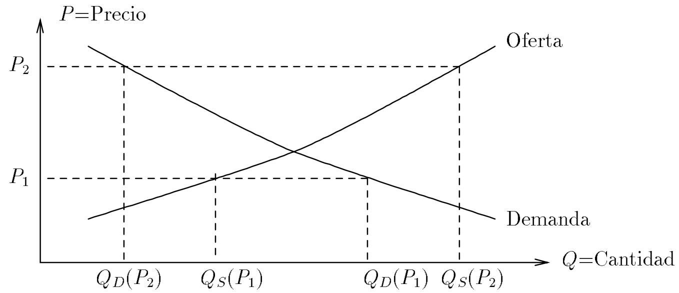


Figura 0.4: Exceso de oferta y exceso de demanda

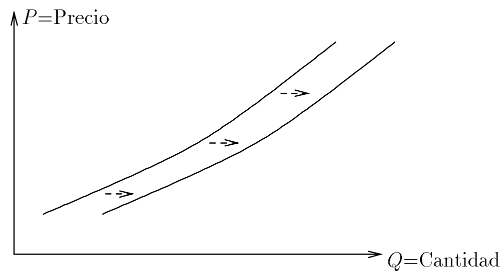


Figura 0.5: Caso en que la oferta se desplaza hacia afuera.

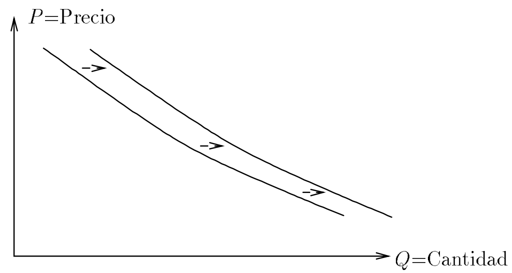


Figura 0.6: Caso en que la demanda se desplaza hacia la derecha.

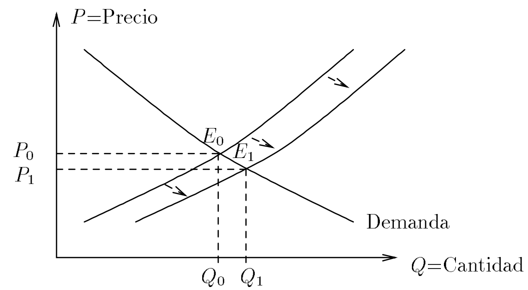


Figura 0.7: Nuevo equilibrio cuando la oferta se desplaza hacia la derecha.

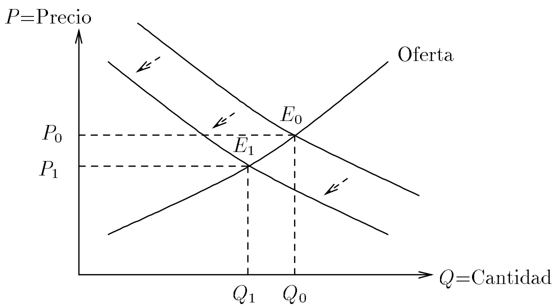


Figura 0.8: Nuevo equilibrio cuando la demanda se desplaza hacia la izquierda.

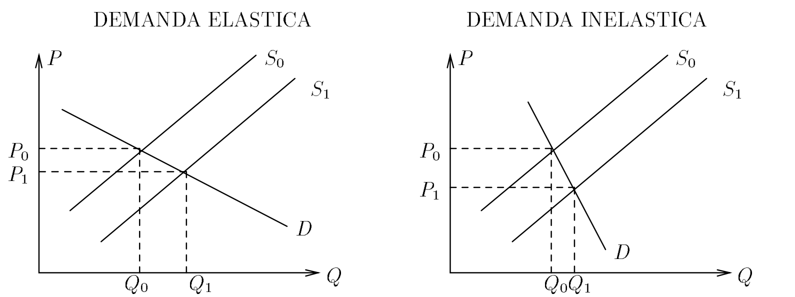


Figura 0.9: La magnitud del efecto de un desplazamiento de la oferta depende de cuán inclinada sea la demanda

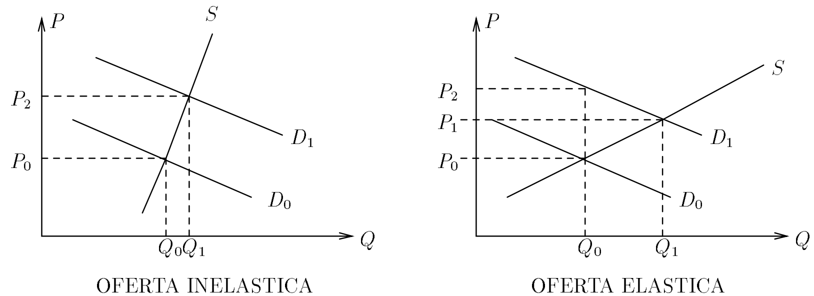


Figura 0.10: La magnitud del efecto de un desplazamiento de la demanda depende de cuán elástica sea la oferta

Capítulo 2

Oferta

En este capítulo estudiaremos la función de oferta. La cantidad de bienes que ofertan los productores para un precio determinado dependerá de los objetivos que tienen las empresas. En la Sección 2.1 discutiremos diversos supuestos que se pueden hacer acerca de cómo se comportan las empresas.

El cálculo apropiado desde un punto de vista económico de los costos de una firma es bastante más sutil de lo que pudiera creerse. En la Sección 2.2 veremos el concepto de "costo de oportunidad"" y su relación con los costos económicos de una firma.

El modelo de competencia perfecta supone que las firmas maximizan sus ganancias o utilidades. Este supuesto, combinado con las posibilidades tecnológicas y los costos de los insumos, determinan la oferta de mercado de un bien. En la Sección 2.3 supondremos dados la tecnología y el precio de los insumos y veremos cómo el supuesto de maximización de utilidades permite describir la función de oferta.

En la Sección 2.4 estudiaremos las funciones de producción. Mediante estas funciones se resumen los aspectos relevantes desde el punto de vista económico de un proceso de producción. La forma en que la función de oferta depende del precio de los insumos y la tecnología disponible se estudiará en la Sección 2.5. Finalmente, en la Sección 2.6, veremos que la curva de oferta de mercado *no necesariamente* se desplaza hacia afuera luego de un avance tecnológico o una baja en el precio de alguno de los insumos. El efecto de estos cambios sobre la curva de oferta es indeterminado.

2.1 Objetivos de las firmas

La actividad de toda firma consiste en tomar ciertos insumos o factores de producción (materias primas, trabajo, máquinas, tierras, etc.) y transformarlos en bienes que luego vende a los consumidores.[1] Los insumos de producción varían de un producto a otro. En el caso del pan incluyen la harina, la levadura, el trabajo del panadero y sus ayudantes, los hornos, etc. En cambio, entre los insumos utilizados en la producción de zapatos se encuentran el cuero, las suelas, el pegamento o el hilo de coser, las maquinarias, el trabajo de los operarios de la fábrica, etc.

Una industria es una colección de firmas que producen el mismo bien (o uno similar) en un período de tiempo y lugar geográfico determinado. Si el bien es homogéneo, cosa que supondremos en este apunte, la oferta de mercado del bien será igual a la suma de las ofertas de cada una de las

[1] En este apunte hablaremos indistintamente de *insumos* y *factores* de producción.

firmas de la industria. El estudio de la oferta de mercado de un bien se reduce así al estudio de la oferta de cada una de las firmas de la industria correspondiente. La oferta de mercado quedará determinada por los objetivos que tienen las firmas.

2.1.1 El supuesto de maximización de utilidades

El supuesto que más se utiliza en economía acerca de los objetivos de las firmas es él de maximización de utilidades. Según este supuesto, el principal objetivo de las empresas es tener la mayor cantidad de ganancias o utilidades posibles.[2] Las utilidades de una firma serán iguales a la diferencia entre sus ingresos por ventas y sus costos de producción:

$$\text{Utilidades} = \text{Ingresos por ventas} - \text{Costos de producción}.$$

Cuáles son las variables de decisión que maneja una firma dependerá del mercado en que se encuentre y de la firma en cuestión. Puede ser que fije sus precios y luego venda la mayor cantidad posible de bienes a ese precio. Alternativamente, es posible que fije el nivel de producción de cada uno de los bienes que produce para luego venderlos al mayor precio posible. Sin importar cuáles sean las variables de decisión de una firma, el supuesto de maximización de utilidades afirma que las firmas eligen aquellos valores de estas variables de modo que sus ganancias o utilidades sean lo mayor posible.

2.1.2 Críticas al supuesto de maximización de utilidades

La hipótesis de maximización de utilidades por parte de las firmas ha sido criticada por varios motivos:

1. En una firma participan distintos grupos de personas cuyos intereses no necesariamente coinciden. Generalmente los objetivos de la gerencia serán distintos de aquellos de los trabajadores y éstos distintos de aquellos de los accionistas. El comportamiento de una empresa dependerá de la interacción entre los individuos que la componen. Suponer que el resultado de esta interacción se puede resumir en el supuesto de maximización de utilidades parece demasiado sencillo. Tanto el trabajo del Premio Nóbel de Economía, Herbert Simon, como aplicaciones recientes de teoría de juegos han incorporado la interacción estratégica que existirá entre los distintos grupos que participan al interior de una firma. Estas aproximaciones al problema se estudian en textos más avanzados.

2. En el mundo real, las firmas muchas veces no tienen suficiente información como para plantearse el problema de maximización de utilidades. Una firma debe conocer los costos de producción de cada uno de los bienes que produce con objeto de calcular cuáles son sus utilidades en un período de tiempo determinado. Habitualmente hay costos comunes a todos los bienes producidos –por ejemplo los sueldos de los vendedores, el gasto de electricidad en la planta, etc.– y las firmas no tienen información suficiente para prorratear estos costos entre los diversos bienes. En tal caso la firma no conocerá los costos de cada bien que produce y tendrá problemas para maximizar sus utilidades.

[2] Las palabras "utilidades"" y "ganancias"" se utilizarán indistintamente.

3. Existen empresas sin fines de lucro. En este caso la hipótesis de maximización de utilidades no es apropiada. Más que una crítica, este hecho delimita el rango de validez de la hipótesis.

2.1.3 Argumentos a favor del supuesto de maximización de utilidades

Los principales argumentos a favor de la hipótesis de maximización de utilidades son las siguientes:

1. En una industria competitiva,[3] sólo aquellas firmas que se comportan (aproximadamente) como si maximizaran sus utilidades sobrevivirán, pues el resto quebrará. Esta argumento (inspirado en la idea darwiniana de "sobrevivencia del más fuerté"') se verá en el Capítulo 4. Se le conoce con el nombre de *"principio de sobrevivenciá"'*.

   La intuición tras este argumento es que si alguna firma en una industria no maximiza sus utilidades, otras firmas que las maximizan pueden hacerla quebrar. Bastará con que bajen su precio de modo que ellas no tengan utilidades ni pérdidas. Entonces la firma que no maximiza utilidades tendrá pérdidas y deberá abandonar la industria.

2. En economía frecuentemente debemos encontrar un compromiso entre cuán detalladamente describimos la realidad y la necesidad de que estas descripciones sean relativamente sencillas de modo que sea posible obtener inferencias interesantes a partir de ellas.

   Si nuestro objetivo es el estudio de una firma o industria en particular,[4] será de gran interés conocer todas sus peculiaridades. Por ejemplo, será útil reunir información acerca de cómo han actuado en el pasado los sindicatos, los gerentes, los principales accionistas, etc. Sin embargo, si deseamos desarrollar una teoría general con algún poder predictivo, debemos abstraernos de las características particulares de cada firma y buscar una descripción sencilla que permita describir en primera aproximación el comportamiento de todas ellas. La hipótesis de maximización de utilidades es atractiva si se le considera en esta perspectiva.

2.1.4 Hipótesis alternativas a la maximización de utilidades

A continuación mencionaremos brevemente hipótesis alternativasu a la de maximización de utilidades que han sido exploradas en la literatura y que también son relativamente simples y razonables:

1. **La importancia de tener altos ingresos por ventas**

   Según este supuesto, las firmas no sólo desean tener altos niveles de utilidades sino que también quieren tener una fracción importante del mercado. Las firmas no sólo se fijan en sus utilidades sino también en su nivel de ventas. En su versión más extrema, este supuesto afirma que las firmas maximizan sus ingresos por ventas.

   Los objetivos de maximizar las utilidades y maximizar los ingresos por ventas generalmente no son equivalentes. La diferencia entre maximizar los ingresos por ventas y maximizar las utilidades es que en el primer caso las firmas no consideran los costos de los bienes que producen. Una firma podría decidir aumentar su nivel de producción aún si los costos de producción de

[3] Este concepto se define formalmente más adelante en esta sección.

[4] Recuerde que una industria es una colección de firmas que producen el mismo bien (o un bien similar) en un período de tiempo y lugar geográfico determinado.

las nuevas unidades que produce es mayor que el precio de venta correspondiente. En este caso crecerán sus ingresos por ventas pero disminuirán sus utilidades.

La siguiente evidencia empírica es presentada como argumento a favor de este supuesto:

- Cuando diarios o revistas de negocios ordenan las empresas de mayor a menor lo hacen de acuerdo a su nivel de ventas y no de acuerdo a sus utilidades.
- Las empresas con mayores niveles de ventas –no aquellas con mayores utilidades– son las que más fácilmente tienen acceso a crédito bancario.
- Los ejecutivos que ganan los mayores sueldos son aquellos que trabajan en las firmas con mayores niveles de ventas.

La evidencia anterior llevó a Baumol a sugerir que el volumen de ventas forma parte importante de los objetivos de una firma.

Ejemplo 2.1 *Durante la década de los ochenta sucedió frecuentemente en Europa Occidental y Estados Unidos que grupos de inversionistas*[5] *ofrecían comprar las acciones de una gran empresa*[6] *a un precio muy superior al transado en la bolsa de valores. Frecuentemente estos inversionistas lograron comprar suficientes acciones como para tomar control de la empresa correspondiente. Estas "compras agresivas""*[7] *son difíciles de conciliar con la idea de que el precio de las acciones de una firma reflejan su valor de mercado. ¿Cómo se explica que repentinamente aparezca un comprador dispuesto a pagar el doble del precio de mercado de las acciones?*

Una posible explicación de esta aparente paradoja se en suponer que las empresas víctimas de estas compras agresivas no *estaban siendo administradas con el criterio de maximizar utilidades sino que con algún otro criterio, como por ejemplo el de maximizar las ventas. En tal caso era posible aumentar significativamente las utilidades a condición de cambiar el criterio con que se estaba administrando la empresa. Con tal objeto era necesario cambiar los ejecutivos de la empresa.*[8] *En consecuencia, el aumento súbito en el precio de las acciones se debía a que el comprador esperaba incrementar de manera notable las utilidades de la empresa.*

Nótese que si un pequeño accionista hubiese notado que la empresa podía obtener mayores utilidades actuando con un criterio diferente, no hubiese tenido sentido que éste pagara un mayor precio por las acciones pues este hecho no traería consigo un aumento en las utilidades. Con objeto de que la empresa alcanzara las mayores utilidades posibles, era necesario modificar el criterio con que se estaban tomando las decisiones al interior de ésta y esto requería un cambio de dueño.■

2. **Utilidades iguales a un "mark up"" sobre costos**

   Según esta hipótesis, las firmas de una industria fijan su precio como un porcentaje fijo por sobre el costo medio de producción. Este porcentaje fijo de los costos medios, que será igual

[5] En general grandes compañías activas en otros rubros.
[6] Los niveles de ventas habitualmente estaban en los billones de dólares.
[7] En inglés se les llamó "aggresive takeovers"".
[8] O al menos el criterio con que estos actuaban.

a las utilidades de la firma (por unidad vendida), se conoce con el nombre de *"mark up""*. Por ejemplo, si el costo promedio de cada unidad de un cierto producto es 1000 pesos y la firma aplica un mark up de un 10% entonces el precio de venta será de 1100 pesos.

Estudios de cómo operan las firmas muestran que el supuesto de del "mark up"" es una buena descripción de la realidad. Sin embargo, como el porcentaje de "mark up"" varía de un producto a otro, esta descripción es incompleta mientras no explique cómo determinan las firmas el porcantaje de "mark up"" que utilizan para cada uno de sus productos. Este porcentaje podría ser, por ejemplo, aquel que maximiza sus utilidades o aquel que maximiza sus ingresos por ventas o uno entre los dos porcentajes anteriores. Una especificación completa de este supuesto nos lleva a considerar supuestos adicionales como los vistos anteriormente.

2.2 Competencia perfecta y maximización de utilidades

El modelo de competencia perfecta supone que las firmas eligen aquel nivel de producción que maximiza sus ganancias o utilidades. Dado un precio de venta determinado,[9] una firma elegirá aquellos niveles de producción para cada uno de sus productos que maximizan sus utilidades.

Para describir la hipótesis de maximización de utilidades de manera más precisa, introducimos el concepto de *horizonte* o *período de producción*. Cuando la firma decide cuáles productos producirá y cuáles serán los niveles de producción de cada uno de ellos, considera un período de tiempo durante el cual se llevará a cabo esta producción. Este período de tiempo es el *horizonte* o *período de producción*. El largo del período de producción oscilará entre una semana y un año, dependiendo de la firma e industria de que se trate. En el caso de períodos de producción relativamente largos, las firmas revisarán sus decisiones de producción durante el período correspondiente.

El modelo de competencia perfecta considera una firma que tiene un horizonte de planificación relativamente breve, pues supone que la firma conoce los precios que tendrán durante el período de producción los bienes que produce y los insumos que utiliza en su producción.[10] En base a esta información debe decidir cuántas unidades producirá de cada bien en el período de producción que está considerando. Con objeto de simplificar el análisis, supondremos que cada firma produce un solo bien; la extensión al caso de más bienes es inmediata.

Consideremos el problema de decisión que enfrenta una firma en el escenario recién descrito. Denotemos mediante $C(q)$ el costo que tiene para la firma producir q unidades del bien durante el período de producción que está considerando. Esta es la función de costos de la firma. Si el precio de venta del bien es de P pesos, los ingresos que percibirá la firma por la venta de q unidades del bien serán iguales a $P \cdot q$ pesos. Las ganancias o utilidades que obtiene la firma por vender q unidades, $\pi(q)$, serán iguales a la diferencia entre sus ingresos por ventas y sus costos de producción:

$$\pi(q) = Pq - C(q).$$

Al evaluar la función de ingresos y la función de costos en el mismo nivel de producción estamos suponiendo que la firma vende toda su producción en el mismo período en que la produce. El supuesto de maximización de utilidades equivale a afirmar que, dado un precio de venta P y una

[9] Recuerde que una firma competitiva toma el precio del bien que vende como un dato.

[10] En el Capítulo 4 veremos qué sucede si los períodos de producción son más largos.

función de costos $C(q)$ válidos durante un período de producción determinado, la firma resolverá el siguiente problema:

$$\max_q \pi(q) \equiv Pq - C(q). \tag{2.1}$$

Como la firma cumple con los supuestos del modelo de competencia perfecta, su variable de decisión no puede ser el precio del bien que vende, pues las firmas competitivas no afectan este precio. Las firmas elegirán aquel nivel de producción que maximiza sus utilidades tomando el precio de venta como un dato.

Supuestos de una industria perfectamente competitiva

Una industria competitiva está formada por una serie de firmas que producen el mismo bien y que se comportan de acuerdo a los supuestos del modelo de competencia perfecta. A continuación indicamos estos supuestos. La mayor parte de ellos ya han sido mencionados anteriormente.

Supuestos de una industria competitiva

Una industria es competitiva si:

1. Los bienes producidos por las firmas de la industria son idénticos. Esto equivale a decir que el bien que produce la industria es *homogéneo*.

2. Las firmas maximizan sus utilidades en cada período de producción.

3. Las firmas toman los precios como dados, es decir, sus acciones no tienen efecto ni sobre el precio de venta del bien que producen ni sobre el precio de los insumos que utilizan.

   Con objeto de que este supuesto sea realista, frecuentemente se supone que el número de firmas de la industria y y el número de compradores de los factores de producción que utiliza la firma son grandes.

4. Las transacciones entre compradores y vendedores no tienen costo.

2.3 Costos económicos

Antes de ver cómo el supuesto de maximización de utilidades determina la forma que tendrá la oferta de mercado de una industria competitiva, conviene estudiar un conceptos central de la economía presentado en la sección anterior. Este concepto es el de "costo económicó"', el cual estudiaremos en esta sección.

2.3.1 Costo de oportunidad

Podemos dividir los insumos que emplea una firma en dos grupos, de acuerdo a si estos son contratados por la firma para el período de producción o le pertenecen. En el caso de aquellos insumos que la firma arrienda durante el período de producción, su costo será igual al valor del arriendo. Ejemplos de insumos cuyos costos se calculan de esta manera son los sueldos de los trabajadores y los ejecutivos,[11] el arriendo que la firma paga por el terreno en que se encuentra su fábrica o locales de venta cuando éstos no le pertenecen, etc.

En el caso de insumos por los cuales la firma no cancela nada durante un período de producción, no es claro cómo calcular los costos correspondientes. Entre estos insumos se encuentran las maquinarias compradas en períodos anteriores, el terreno en que se encuentra la firma y sus locales de venta si éstos le pertenecen, etc.

El siguiente concepto sirve para calcular el costo que tiene para la firma insumos que le pertenecen y por los cuales no debe pagar nada en el período de producción considerado.

Definición 2.1 *El* costo de oportunidad *de un factor de producción utilizado por una firma en un período de producción determinado es igual al valor de mercado del insumo en su mejor uso alternativo.*

Ilustremos esta definición a través de varios ejemplos:

- El costo de oportunidad de una máquina que pertenece a una firma será igual al mayor precio al que puede arrendarla.

- El costo de oportunidad en que incurre una firma por el terreno que le pertenece es el mayor precio al que podría arrendar el terreno.

- Si el dueño de una firma no recibe sueldo por su trabajo, deberá incluir su costo de oportunidad entre los costos de la firma. En caso contrario, tenderá a sobre-estimar las utilidades de la firma. Su costo de oportunidad será igual al mejor salario que podría obtener en un trabajo alternativo.

- Si un local comercial pertenece a un familiar del dueño, de modo que este no paga arriendo por el local, el costo de oportunidad del local será igual al ingreso que se obtendría al arrendarlo.

En resumen, los costos de un insumo que una firma arrienda son iguales al valor de este arriendo; los costos de los insumos que la firma posee son iguales al costo de oportunidad correspondiente. Cuando se calcula los costos de producción con el criterio anterior diremos que los costos son los *costos económicos*. Se les llama así para diferenciarlos de los costos que la firma debe considerar para efectos tributarios y que son llamados costos contables.

Los costos económicos son consistentes con la idea de maximización de utilidades por parte de una firma. Que una firma tenga utilidades positivas equivale a decir que sus ingresos son mayores que sus costos económicos.

El concepto de "costo de oportunidad"" captura la idea de que todo insumo utilizado en la producción de un bien tiene un valor de mercado, sin importar si la firma tuvo que pagar por él durante el período en cuestión o no. La importancia de esta idea va mucho más allá de su aplicación al calcular los costos de producción de una firma. La idea de que "nada es gratis"", de que "todo tiene su costó"' es una de las ideas centrales en economía. Los siguientes ejemplos sirven de ilustración:

[11] En estricto rigor estamos dejando fuera el costo de indeminizaciones.

- Un ingeniero que tiene un trabajo que le gusta y le reporta ingresos relativamente altos cobrará mucho por hacer una asesoría fuera de sus horas de trabajo. Aceptar la asesoría significará que tendrá menos tiempo libre para dedicar a la familia, los paseos, juntarse con amigos, etc. El costo de oportunidad que tienen para el ingeniero las horas que debe dedicar a hacer asesorías será muy alto.

  Si el ingeniero queda cesante, el precio que cobrará por hacer asesorías será mucho menor. Ahora el costo de oportunidad que tiene el tiempo que dedicará a hacer la asesoría será prácticamente nulo, ya no se trata de sus horas de esparcimiento y ocio sino de horas en que no tendrá nada más que hacer.

- Consideremos varias hectáreas con bosques, situadas en la Cordillera de los Andes, lejos de cualquier camino. El costo de oportunidad de no explotar estos bosques es muy bajo, pues las ganancias que se dejan de percibir por no explotarlo son prácticamente nulas.

  Si se construye un camino que pasa cerca de estos bosques, el costo de oportunidad de no explotarlo crecerá sustancialmente. Será igual a todas las utilidades que se deja de percibir por no cortar los árboles y venderlos.

2.3.2 Competencia perfecta y cuestiones intertemporales

Aún cuando hemos especificado de manera precisa cuál es la forma correcta de calcular los costos de producción de una firma, el marco conceptual que hemos presentado no es adecuado para estudiar decisiones de la firma que involucran varios períodos de producción simultáneamente. Por ejemplo, no es claro cómo deberíamos incorporar las decisiones de inversión de la firma en este marco conceptual.

El modelo de competencia perfecta no se presta fácilmente para considerar cuestiones *intertemporales*.[12] En lo que dice relación con la relación que supone entre diversos períodos de producción, procede como si a las firmas arrendaran todos los insumos que utilizan al comienzo de cada período de producción.

2.3.3 Forma típica de la función de costos

La Figura 2.1 muestra dos funciones de costos típicas. Las principales características que observamos en estos diagramas son las siguientes:

1. El costo de producir ninguna unidad generalmente es mayor que cero. Aún si la firma decide producir nada, tendrá costos durante el período de producción. Esto se debe a que el período de tiempo que hay entre el momento en que la firma planifica su producción y el comienzo del período de producción es relativamente breve. La firma no podrá desentenderse de compromisos adquiridos anteriormente y no podrá evitar ciertos costos. Por ejemplo:

    - La firma deberá pagar indeminizaciones a aquellos trabajadores que decida despedir o pagar remuneraciones si decide mantener parte de su planilla.

[12] En textos más avanzados se extiende la teoría presentada en este apunte de modo de incluir asuntos intertemporales.

Figura 2.1: Funciones de costos típicas

- Si la firma arrienda el terreno en que se encuentra su fábrica o locales de venta, la duración de este contrato le impone costos de arriendo hasta que expire el contrato.

Los costos en que la firma debe incurrir aún si no produce nada se llaman *“costos fijos””*. Los costos de producción en que incurre una firma sólo si decide producir son sus *“costos variables””*. Formalmente tenemos que los costos fijos, CF, son iguales a $C(0)$, mientras que los costos variables, $CV(q)$, son iguales a $C(q) - CF$. Estas definiciones implican que los costos totales de producción serán iguales a la suma de los costos fijos y variables:

$$C(q) = CF + CV(q).$$

2. La función de costos es creciente.[13] A medida que crece el nivel de producción, crecen los costos correspondientes. Si la firma puede producir q_0 unidades a un costo igual a C_0, entonces podrá producir cualquier cantidad de bienes q inferior a q_0 a un costo menor o igual que C_0. En efecto, si produce q_0 unidades y luego “regalé”' $q_0 - q$ unidades, habrá producido q unidades a un costo igual a C_0. Generalmente habrá maneras más baratas de producir las q unidades.

3. Pasado un cierto nivel de producción, los costos crecen rápidamente. Esto se debe a que el horizonte de planificación que considera la firma es relativamente breve, por lo cual habrá insumos que se encontrarán disponibles en cantidades muy limitadas. La presencia de cantidades predeterminadas de insumos tiene por consecuencia que la utilización de otros factores se vuelva más ineficiente a medida que crezca el nivel de producción. Si a esto agregamos que, en la práctica,[14] el precio de los insumos que contrata la firma más allá de su capacidad instalada es mayor que aquel de los insumos que contrata regularmente, tendremos dos motivos por

[13] En estricto rigor debería decir “no-decrecienté”'.

[14] El argumento que sigue se aleja de los supuestos de competencia perfecta.

los cuales pasado cierto nivel de producción los costos crecerán más que proporcionalmente al número de unidades producidas.

Las dos situaciones anteriores se ilustran en los siguientes ejemplos:

- Es prácticamente imposible que una firma amplíe significativamente su fábrica en un período de tiempo relativamente breve como lo es un período de producción. En consecuencia, a medida que crece el nivel de producción, las condiciones en que ésta se lleva a cabo (cercanía entre máquinas, ambiente laboral, etc.) será cada vez más inadecuadas. Esto traerá consigo una productividad menor de los trabajadores de la firma.
- La firma podrá incrementar sus horas de trabajo pagando horas extraordinarias a sus trabajadores o contratando nuevos trabajadores. Una hora extraordinaria recibe –por ley– un pago mayor que una hora "normal"" de trabajo. La contratación de nuevos trabajadores involucra costos de capacitación. En ambos casos el costo del factor trabajo crece más que proporcionalmente al icremento en la producción que trae consigo su contratación.

Para niveles bajos de producción, la función de costos puede ser cóncava o convexa. Es posible que el costo de producción de cada unidad adicional vaya creciendo o cayendo en este tramo. Sin embargo, para niveles de producción suficientemente grandes, la función de costos necesariamente será convexa. El costo de producir una nueva unidad adicional será cada vez mayor en este rango.

2.4 Consecuencias de la hipótesis de maximización de utilidades

2.4.1 Maximización de utilidades y costos marginales

Una firma determina su nivel de producción resolviendo, al comienzo de cada período de producción, el siguiente problema:

$$\max_q \pi(q) = Pq - C(q); \tag{2.2}$$

donde P denota el precio del bien (durante el período en cuestión), y $C(q)$ los costos de producción correspondientes.

Para resolver el problema planteado en 2.2, debemos calcular la derivada de la función de utilidad de la firma respecto de la cantidad producida e igualarla a cero. Como la firma toma el precio del bien que vende como un dato, este precio no dependerá de su nivel de producción, por lo cual tendremos:

$$\pi'(q) = P - C'(q).$$

La condición de primer orden que determina el nivel de producción que maximiza las utilidades de la firma será: $\pi'(q) = 0$, lo que equivale a:

$$P = C'(q). \tag{2.3}$$

La derivada de la función de costos se llama *función de costos marginales* y se denota mediante $CMg(q)$. Mediante un desarrollo de Taylor de primer orden podemos ver que $CMg(q)$ es (aproximadamente) igual al costo que tiene producir una unidad adicional si el nivel de producción es igual a q unidades:

$$\text{Costo adicional} \;=\; C(q+1) - C(q) \;\cong\; C'(q) = CMg(q).$$

De manera análoga podemos argumentar que $CMg(q)$ es igual a la disminución en los costos de producción si se parte produciendo q unidades y se decide producir una unidad menos:

$$\text{Ahorro en costos} \;=\; C(q) - C(q-1) \;\cong\; C'(q).$$

Las funciones de costos marginales correspondientes a las funciones de costos de la Figura 2.1 se muestran en la Figura 2.2. Debido a que la flexibilidad con que la firma puede contratar

Figura 2.2: Funciones de costos marginales típicas

ciertos insumos es muy limitada, los costos marginales son crecientes a partir de un cierto nivel de producción.[15]

La condición de primer orden del problema de maximización de utilidades de la firma (véase la ecuación 2.3) se interpreta como sigue: La firma elegirá un nivel de producción q^* tal que el costo de producir una unidad adicional, $CMg(q^*)$ pesos, sea igual al ingreso adicional que obtendría por la venta de esta unidad: P pesos.

Para mostrar por qué una firma que maximiza sus utilidades no elegirá un nivel de producción para el cual el costo marginal difiere del precio del bien, consideramos separadamente el caso en que los costos marginales son mayores y menores que el precio del bien.

- Si el nivel de producción q es tal que el precio del bien es mayor que su costo marginal ($P > CMg(q)$), entonces la firma incrementará sus utilidades produciendo una unidad adicional del bien. Haciendo esto, sus ingresos crecerán en P pesos y sus costos crecerán en $CMg(q)$ pesos. Luego sus utilidades crecerán en $(P - CMg(q)) > 0$ pesos.

[15] En el caso del diagrama de la derecha, son crecientes en todo el rango considerado.

- Si la firma elige un nivel de producción q tal que $P < CMgC(q^*)$, le conviene reducir su nivel de producción en (al menos) una unidad. En tal caso sus costos de producción caerán en $CMg(q)$ pesos y sus ingresos por ventas en P pesos. Como el precio es menor que el costo marginal, las utilidades de la firma crecerán en $(CMg(q) - P) > 0$ pesos.

El análisis anterior muestra que la firma no maximizará sus utilidades eligiendo un nivel de producción para el cual los costos marginales difieren del precio de venta del bien. Ya sea produciendo una unidad más o produciendo una unidad menos será posible obtener utilidades mayores que aquellas obtenidas para el nivel de producción original.

La situación se presenta gráficamente en la Figura 2.3. Mirando esta figura notamos que:

Figura 2.3: Costos de producción, ingresos por ventas y utilidades

- Los costos de producción y los ingresos por ventas son iguales si la cantidad producida es igual ya sea a q_1 o q_3. Las utilidades correspondientes son cero.

- Los costos son mayores que los ingresos por ventas para niveles de producción menores que q_1 o mayores que q_3. En este rango hay pérdidas (es decir, utilidades negativas).

- Los ingresos son mayores que los costos para niveles de producción entre q_1 y q_3; en este rango hay utilidades (positivas).

- La firma maximiza sus utilidades produciendo q_2 unidades. Para este nivel de producción el precio de venta es igual al costo marginal.

Pueden existir niveles de producción para los cuales se cumple $P = CMg(q)$, pero que *no* serán elegidos por la firma, pues no maximizan sus utilidades. El nivel de producción q_0 en la Figura 2.3 constituye un ejemplo de este tipo. Lo que sucede es que la condición 2.3 es una condición necesaria pero no suficiente que debe satisfacer aquel nivel de producción que maximiza las utilidades. Una condición suficiente es que además de 2.3 se cumpla la condición de segundo orden correspondiente:

$$\frac{d^2\pi}{dq^2}(q^*) < 0,$$

o equivalentemente:

$$CMg'(q^*) > 0.$$

La condición de segundo orden equivale a afirmar que el nivel de producción óptimo se encontrará sobre la porción *creciente* de la curva de costos marginales. Como vimos que a partir de un cierto nivel de producción los costos marginales serán crecientes,[16] el problema de maximización de utilidades generalmente tendrá una solución y ésta será única.

2.4.2 La oferta de una firma

La función de oferta de una firma asocia a cada precio del bien la cantidad que la firma ofertará para ese precio. Por lo visto en la subsección anterior, la oferta asociada a un precio igual a P vendrá dada por aquel valor de q que se encuentra sobre la porción creciente de la curva de costos marginales y que satisface $CMg(q) = P$. Si consideramos la representación gráfica de la función de costos marginales (véase la Figura 2.4) y sobreponemos en el eje y el precio del bien, tendremos que la porción creciente de la curva de costos marginales corresponderá a la función de oferta inversa de la firma.[17] Por ejemplo, si el precio del bien es igual a P_1, entonces imponemos $P_1 = CMg(q)$ en

Figura 2.4: Oferta de una firma

[16] De hecho, es posible que sean crecientes para todo nivel de produccín, véase la Figura 2.1.

[17] Recordemos que la función de oferta inversa asocia a cada nivel de producción el menor precio al cual la firma estará dispuesta a ofertar esa cantidad de bienes.

el eje y de la Figura 2.4 y buscamos el valor de q correspondiente que se encuentre sobre la porción creciente de la curva de costos marginales: q_1.

Consideremos el caso de una firma que maximiza sus utilidades al comienzo de un período de producción, obtiene su nivel óptimo de producción y nota que para esta cantidad[18] tendrá pérdidas. ¿Le convendrá cerrar (durante el período en cuestión) en lugar de producir? Si la firma cierra durante el período de producción, tendrá pérdidas iguales a sus costos fijos. Como la firma deberá pagar sus costos fijos aún si decide parar su producción, le conviene cerrar sólo si sus ingresos por ventas no cubrirán sus costos variables.[19] Dado un precio de venta P, la firma cerrará si no existe un nivel de producción positivo para el cual sus ingresos son mayores que sus costos variables, es decir, si y sólo si:

$$(\forall q > 0) \qquad Pq < CV(q), \tag{2.4}$$

donde $CV(q)$ denota los costos variables de producción.

La condición 2.4 equivale a:

$$(\forall q > 0) \qquad P < \frac{CV(q)}{q}. \tag{2.5}$$

La función que a cada nivel de producción q asocia $CV(q)/q$ se llama *"función de costos medios variables""* y mide el costo variable promedio de cada unidad si el nivel de producción es igual a q. La condición 2.5 equivale a afirmar que la firma no producirá si el precio de venta del bien que produce está por debajo del menor valor que toma su función de costos variables.

En consecuencia hemos mostrado que una firma que maximiza sus utilidades y toma los precios como un dato tiene una función de oferta que se puede describir como sigue:

> *"Para precios mayores que el mínimo costo medio variable la oferta de una firma viene dada por su curva de costos marginales. Para precios menores que el menor costo medio variable la cantidad ofertada será igual a cero.""*

La Figura 2.5 muestra dos posibles curvas de oferta de una firma. En el caso del diagrama de la izquierda, el menor costo medio variable es positivo mientras que en el caso del diagrama de la derecha es igual a cero.

2.4.3 La oferta de mercado

La *oferta de mercado* de un bien es igual a la suma de las ofertas de las firmas que producen el bien. Si $q_{S,i}(P)$ denota la oferta de la i-ésima firma y $Q_S(P)$ la oferta de mercado, la definición anterior equivale a:

$$Q_S(P) = \sum\nolimits_i q_{S,i}(P).$$

[18] Y, por lo tanto, para todas las demás cantidades también.

[19] Nótese que esta conclusión se basa en el hecho que el período de tiempo que hay entre el momento en que la firma planifica su producción y el período de producción es relativamente breve, por lo cual sus costos fijos son mayores que cero. Si este período de tiempo o el período de producción fueran suficientemente largos, los costos fijos serián iguales a cero y lo óptimo para una firma que tiene pérdidas siempre sería cerrar. Sobre este punto volveremos en el Capítulo 4.

Figura 2.5: Oferta de una firma

En la subsección anterior vimos que la oferta de una firma se encontrará sobre la porción creciente de la curva de costos marginales. Esto implica que la oferta de cada firma, y por lo tanto la de mercado, tendrán pendiente positiva. Con ello hemos derivado formalmente una de las propiedades de la curva de oferta que mencionáramos en la introducción.

Ejemplo 2.2 *Suponga que en una industria hay m firmas, todas ellas con función de costos dada por*

$$C(q) = a + bq^2,$$

donde $a > 0$ denota los costos fijos y $b > 0$ depende de los precios de los insumos. Los costos marginales de cada firma serán:

$$CMg(q) = 2bq.$$

Denotamos la oferta de la i-ésima firma mediante $q_{S,i}(P)$. Como el menor costo medio variable es igual a cero, tendremos que:

$$P = 2bq_{S,i}(P).$$

Luego:

$$q_{S,i}(P) = \frac{1}{2b}P.$$

Por lo tanto, la oferta de mercado de corto plazo será:

$$Q_S(P) = \frac{m}{2b}P. \blacksquare$$

2.5 Funciones de producción

En las secciones anteriores introdujimos los conceptos de costos de producción y vimos que los costos marginales determinan la oferta de una firma.

En esta sección estudiaremos los aspectos del proceso de producción que interesan desde el punto de vista económico. Con tal objeto veremos la *"función de produccióñ"'*. En la sección siguiente derivaremos formalmente la relación que existe entre los precios de los insumos, la tecnología que utiliza la firma y sus costos de producción.

2.5.1 Definición de función de producción

Por motivos pedagógicos, en esta sección supondremos que hay sólo dos factores de producción: capital y trabajo. La generalización a un número arbitrario de insumos es directa. La elección de capital y trabajo es arbitraria. Podría tratarse de cualquier otro par de insumos.

Los bienes de capital se dividen en dos grupos:

- Capital físico: fábricas, maquinarias, etc.
- Capital financiero: dinero, acciones, etc.

Por trabajo entenderemos el número de horas de trabajo empleadas en la producción de un bien en un período de producción.

Supondremos que tanto el capital como el trabajo utilizados en la producción de un bien constituyen bienes *homogéneos*, es decir, que hay solo un tipo de bien de capital[20] y un tipo de trabajo a realizar en la producción del bien. Esta es una simplificación bastante grande pues en la práctica

[20] Para fijar ideas frecuentemente hablaremos de máquinas.

hay una gran variedad de bienes de capital y labores (operarios, secretarias, ingenieros, gerentes, etc.) que son necesarios en la producción de cualquier bien. Sin embargo, nuestras conclusiones serán válidas para el caso más realista en que el número de insumos es mucho mayor que dos.

Con objeto de capturar los aspectos económicos del proceso de producción, introducimos el concepto de función de producción.

Definición 2.2 *La tecnología de que dispone una firma para producir un bien se resume en la* función de producción. *Esta función asocia a cada combinación de insumos el mayor número de unidades que es posible producir en un período de producción utilizando estos insumos y la tecnología de que dispone la firma.*■

Una función de producción puede lucir como sigue:

$$q = f(K, L, M, ...) \tag{2.6}$$

donde:

- q = número de unidades producidas en el período de producción. Al hablar de un "bieñ"', suponemos que se trata de un bien económico homogéneo tal como el definido en el capítulo anterior.
- K = unidades de capital (número de maquinas, etc.) utilizadas durante el período.
- L = número de horas de trabajo empleadas durante el período.
- M = cantidad de materias primas utilizadas.

Tanto M como los puntos suspensivos que le siguen en 2.6 tienen por objeto recordarnos que en la realidad el capital y el trabajo no son los únicos factores de producción.

Dadas cantidades determinadas de los insumos, la ecuación 2.6 representa la solución ingenieril al problema de cómo combinar estos insumos con objeto de producir el mayor número de unidades del bien. Se supone que la tecnología de que dispone la firma es un dato del problema.

Ejemplo 2.3 *Suponga que una firma posee dos tecnologías con las cuales puede producir un cierto producto químico. Si se cuenta con K unidades de capital y L unidades de trabajo durante un período de producción, entonces es posible producir*

$$q_1 = K^{2/3}L^{1/3}$$

unidades con el primer proceso, y

$$q_2 = K^{1/3}L^{2/3}$$

con el segundo.

La función de producción de la firma entonces será:

$$q(K, L) = \max(K^{2/3}L^{1/3}, K^{1/3}L^{2/3}).$$

Por ejemplo, para $K = 27$:

$$q(27, L) = \max(9L^{1/3}, 3L^{2/3}).$$

En este caso ($K = 27$), el primer proceso se utilizará si $9L^{1/3} \geq 3L^{2/3}$, es decir, si $L \leq 27$. El segundo proceso se usa si $L > 27$.■

Figura 2.6: Función de producción cuando hay 27 máquinas

2.5.2 Eficiencia tecnológica

La noción de *función de producción* lleva implícita la idea de *eficiencia tecnológica*. La función de producción dice cuál es la mayor cantidad de bienes que una firma puede producir dados ciertas cantidades de insumos y cierta tecnología.

En el ejemplo anterior vimos que si $K = 27$ y $L = 8$, entonces el segundo proceso permitirá producir $27^{1/3}8^{2/3} = 12$ unidades. Sin embargo, este *no* será el valor de la función de producción, pues es posible producir $27^{2/3}L^{1/3} = 18$ unidades utilizando el primer proceso. La asignación técnicamente eficiente de 27 unidades de capital y 8 unidades de trabajo produce 18 unidades del producto químico.

Ejemplo 2.4 *Suponga que los puntos A, B y C en la Figura 2.7 corresponden a combinaciones de K y L que permiten a una firma producir* 10 *unidades de un bien. El punto B es tecnológicamente ineficiente. Al definir la función de producción supusimos que una firma jamás elegiría un punto como B pues implica un derroche de recursos: puede producir la misma cantidad utilizando menos capital (el punto C) o menos trabajo (el punto A).*■

Nótese que el concepto de eficiencia tecnológica recién definido es condicional a cada firma. Si dos firmas en una industria poseen tecnologías diferentes, es posible que lo que sea técnicamente eficiente para una sea ineficiente para la otra. Si suponemos que todas las firmas tienen acceso a todas las tecnologías existentes para producir un bien determinado, tendremos que el concepto de eficiencia técnica corresponderá a elegir aquella tecnología que produce la mayor cantidad de bienes dados los insumos de que se dispone. En este caso la función de producción asociará a cada combinación de insumos el mayor nivel de producción alcanzado por alguna de las tecnologías existentes.

Figura 2.7: ¿Cuál punto no es tecnológicamente eficiente?

2.5.3 Productividad marginal

El hecho que la función de costos creciera rápidamente para niveles de producción relativamente altos fue importante en la derivación de la curva de oferta de una firma, pues permitió afirmar que existía una porción creciente de la curva de costos marginales. En esta subsección introducimos el concepto de productividad marginal que es crucial para justificar formalmente el hecho que la función de costos generalmente sea convexa para niveles altos de producción.

Definición 2.3 *Dada la función de producción $q = f(K, L)$ de una firma, definimos la productividad marginal del capital y del trabajo, PMg_K y PMg_L cuando la firma emplea K unidades de capital y L unidades de trabajo como:*

$$\begin{aligned} PMg_K(K,L) &= f_K(K,L) \\ PMg_L(K,L) &= f_L(K,L), \end{aligned}$$

donde f_K y f_L denotan las derivadas parciales respecto de las variables correspondientes.■

Las productividad marginal de un factor de producción mide el incremento en la producción atribuible a la última unidad empleada del insumo. Si la firma cuenta con K_0 máquinas y L_0 trabajadores, el incremento de la producción debido a la contratación del último trabajador será igual a $f(K_0, L_0) - f(K_0, L_0 - 1)$. Esta cantidad será aproximadamente[21] igual a la productividad marginal del trabajo evaluada en (K_0, L_0):

$$f(K_0, L_0) - f(K_0, L_0 - 1) \cong \{L_0 - (L_0 - 1)\} \cdot f_K(K_0, L_0) = PMg_L(K_0, L_0).$$

[21] Por un desarrollo de Taylor de primer orden.

El supuesto de *eficiencia tecnológica* implica que las productividades marginales son mayores o iguales que cero: $f_K \geq 0$ y $f_L \geq 0$. En la práctica, rara vez sucede que estas cantidades sean iguales a cero, por lo cual supondremos que $f_K > 0$ y $f_L > 0$.

Ejemplo 2.5 *Consideremos la producción de trigo en una hectárea de tierra en un año dado. Supongamos que todos los insumos permanecen fijos (capital, tierra, fertilizantes, etc.) con la excepción del número de trabajadores. Entonces las funciones de producción y productividad marginal del trabajo lucirán como se ve en la Figura 2.8. La producción crece rápidamente cuando se incre-*

Figura 2.8: Funciones de producción de trigo y prductividad marginal del trabajo

menta el número de trabajadores si estos no son muchos inicialmente. Hay grandes extensiones de la hectárea sin cultivar, de modo que la contratación de cada trabajador adicional permite incrementar la producción de manera significativa. Sin embargo, debido a que los demás insumos (en particular, la cantidad de tierra) permanecen constantes, *eventualmente el incremento en la cantidad de trigo producido debido a la contratación de un trabajador adicional comienza a decrecer (a partir de $L > L^*$). Finalmente, cuando el número de trabajadores contratados es muy grande, $L > L^{**}$, la contratación de trabajadores adicionales causa más problemas que beneficios: los trabajadores contratados estorban a los demás y la cantidad de trigo producida caería si se les hiciera trabajar.*

Lo que sucede para $L > L^{**}$ es un caso extremo. Aún si se contrata $L > L^{**}$ trabajadores, es posible que $L - L^{**}$ de ellos no trabaje, de modo que la producción sea igual a aquella que se obtendría con L^{**} trabajadores. La función de producción no será decreciente en L –lo cual estaría en contradicción con el supuesto de eficiencia tecnológica– sino que, en el peor de los casos, será constante para $L > L^{**}$.[22]

[22] Ya hemos mencionado que consideraremos rangos en los cuales $f(K, L)$ crece en cada variable, es decir, donde $f_K > 0$ y $f_L > 0$.

Definición 2.4 *Diremos que la función de producción* $q = f(K, L)$ eventualmente *exhibe retornos decrecientes al capital si:*

$$(\forall K_0) \qquad \frac{\partial PMg_K}{\partial K}(K_0, L) < 0$$

para L *suficientemente grande. Esto equivale a decir que:*

$$(\forall K_0) \qquad f_{KK}(K_0, L) < 0,$$

para L *suficientemente grande, donde* f_{KK} *denota la segunda derivada parcial de* f *respecto de su primer argumento.*

Diremos que la función de producción $q = f(K, L)$ *eventualmente exhibe retornos decrecientes al trabajo si:*

$$(\forall L_0) \qquad \frac{\partial PMg_L}{\partial L}(K, L_0) < 0$$

para K *suficientemente grande.*■

La productividad marginal de cualquier insumo eventualmente exhibe retornos decrecientes. A medida que crece la producción, se llega a un punto a partir del cual los insumos que se mantienen fijos son sobreutilizados y entonces la productividad marginal de los factores de producción que aún están aumentando comienza a decrecer. En la próxima sección veremos que este hecho explica por qué la función de costos crece rápidamente –es convexa– para niveles de producción suficientemente grandes.

El argumento anterior utiliza el hecho que la noción de productividad marginal de un factor de producción supone que los demás insumos permanecen fijos. En la práctica lo que sucede es que generalmente habrá insumos cuya disponibilidad –durante el período de producción– es limitada. Por ejemplo, la posibilidad de comprar un nuevo terreno no es realista en un período de tiempo relativamente breve como lo es un período de producción. Si el período de producción fuera muy largo, la disponibilidad de cualquier factor de producción sería, para todos los efectos prácticos, ilimitada. Sin embargo, en tal caso no sería realista suponer que las firmas conocen los precios de sus insumos y productos al momento de planificar su producción.[23]

Ejemplo 2.6 Malthus

A mediados del siglo pasado, Malthus predijo que la humanidad eventualmente moriría de hambre pues sería imposible producir la cantidad de alimentos necesarios para alimentar una población cada vez mayor. Malthus argumentó que a medida que creciera la población –y, por lo tanto, la cantidad de alimentos necesarios para alimentarla– sería necesario cultivar tierras cada vez menos fértiles. El número de trabajadores agrícolas crecería mucho más rápidamente que el número de habitantes sobre la tierra. Eventualmente sería imposible producir suficientes alimentos, aún si toda la humanidad se dedicara a labores agrícolas.

Aún cuando la predicción de Malthus no se ha cumplido, en este ejemplo veremos que el concepto económico subyacente a su argumento es el de productividad marginal. *El argumento malthusiano*

[23] Sobre este punto volveremos en el Capítulo 4.

equivale a afirmar que, como la tierra cultivable en el planeta es finita y la productividad marginal del trabajo en la agricultura es decreciente, si la población sigue creciendo eventualmente no será posible producir alimentos suficientes.

La mayoría de los economistas concuerda en que Malthus olvidó considerar (al menos) los siguientes dos factores:

- *La cantidad de maquinarias (bienes de capital) dedicada a la agricultura crece con el tiempo. El argumento de Malthus supone que no sólo la tierra cultivable permanece constante sino que también los demás insumos. Dicho de otra forma, el concepto de productividad marginal del trabajo* no *es el adecuado para estudiar la evolución de la producción agrícola a lo largo del tiempo pues supone que el único insumo que crece es el número de trabajadores dedicados a labores agrícolas.*

- *Existen avances tecnológicos que han permitido aumentar la cantidad de alimentos producidos, aún si los insumos utilizados se mantienen fijos.*■

2.5.4 Productividad media

Cuando los medios de comunicación hacen referencia a la productividad "laboral"", se refieren a la *productividad media del trabajo*, no a su productividad marginal.

Definimos la *curva de productividad media del trabajo* en la producción de un bien con función de producción $q = f(K, L)$ como:

$$PMe_L(K, L) = \frac{f(K, L)}{L} = \frac{q}{L}.$$

Es mucho más fácil medir la productividad media que la produtividad marginal del trabajo (o de cualquier otro insumo). Para calcular la productividad media del trabajo en una firma o industria, basta conocer el número de unidades producidas y el número de horas trabajadas en la industria correspondiente. Sin embargo, es el concepto de *productividad marginal* –y no el de productividad media– él que es relevante en economía.

2.5.5 Isocuantas de producción

Consideramos un bien que es producido por una firma con función de producción $q = f(K, L)$. Dada una cantidad a producir del bien, q_0, la *isocuanta de producción* correspondiente es la colección de todas las combinaciones de capital y trabajo que permiten producir q_0 unidades del bien de manera tecnológicamente eficiente. Es decir, corresponde a la colección de pares ordenados:

$$\{(K, L) : f(K, L) = q_0\}.$$

Las isocuantas habitualmente lucirán como se muestra en la Figura 2.9. Las siguientes propiedades de una isocuanta de producción son consecuencia de los supuestos de eficiencia tecnológica y productividades marginales mayores que cero:

Figura 2.9: Isocuantas de producción

1. Las combinaciones de insumos situadas por debajo de una isocuanta de producción corresponden a niveles de producción menores que aquellos de la isocuanta. Esto se deduce a partir del supuesto de productividades marginales positivas. Este resultado implica que las isocuantas correspondientes a distintos niveles de producción no pueden cortarse: aquella correspondiente a una cantidad mayor necesariamente se encontrará mas hacia la derecha y más hacia arriba.

2. Para cada valor de L hay un único valor de K en la isocuanta, pues si hubiese más de uno, uno de ellos no sería tecnológicamente eficiente. Esto permite afirmar que una isocuanta define una función $K = K(L)$ que asocia a cada valor de L el (menor) número de maquinarias necesarias para producir q_0 unidades.[24]

3. La función $K = K(L)$ es decreciente debido a que si (K_0, L_0) y (K_1, L_1) pertenecieran a la misma isocuanta, con $K_0 > K_1$ y $L_0 > L_1$, entonces (K_1, L_1) sería tecnológicamente ineficiente.

Definición 2.5 *Sea $K = K(L)$ la ecuación que define una isocuanta dada. Definimos la* tasa marginal de sustitución tecnológica *de capital por trabajo en el punto (K_0, L_0): $TST_{K,L}(K_0, L_0)$, como la tasa a la cual se puede sustituir capital por trabajo manteniendo el nivel de producción constante. Formalmente:*

$$TST_{K,L}(K_0, L_0) = -\frac{dK(L_0)}{dL}. \blacksquare \tag{2.7}$$

[24] Esta afirmación deja de ser cierta si las productividades marginales pueden ser iguales a cero. Sobre el caso extremo en que ambas productividades marginales pueden ser iguales a cero volveremos más adelante en este capítulo al estudiar la tecnología de Leontieff.

El número de máquinas que una firma que emplea K_0 máquinas y L_0 trabajadores, puede reemplazar por un trabajador adicional –sin afectar el nivel de producción–, es igual a $K(L_0 + 1) - K(L_0)$, donde $K(L)$ describe la isocuanta que pasa por el punto (K_0, L_0). Esta cantidad es (aproximadamente) igual a la tasa de sustitución tecnológica de capital por trabajo. La tasa de sustitución tecnológica mide la tasa a la cual se pueden sustituir diversos insumos manteniendo el nivel de producción constante.

La siguiente proposición muestra que los conceptos de productividad marginal y tasa de sustitución tecnológica están estrechamente relacionados:

Proposición 2.1 *La tasa de sustitución tecnológica del capital por el trabajo es igual al cuociente de la productividad marginal del trabajo y la productividad marginal del capital:*

$$TST_{K,L}(K_0, L_0) = \frac{PMg_L(K_0, L_0)}{PMg_K(K_0, L_0)}.$$

Equivalentemente:

$$TST_{K,L}(K_0, L_0) = \frac{f_L(K_0, L_0)}{f_K(K_0, L_0)}.$$

Demostración Derivando ambos miembros de la identidad $f(K(L), L) = q_0$ respecto de L y despejando[25] $K'(L)$ se obtiene a la expresión correspondiente.■

Ejemplo 2.7 Función de producción de Cobb-Douglas
La función de producción de Cobb-Douglas es de la forma:

$$f(K, L) = AK^a L^b,$$

donde a y b son constantes mayores que cero. Utilizando la Proposición 2.1 tenemos que la tasa de sustitución tecnológica evaluada en (K_0, L_0) será igual a $(\beta/\alpha)(K_0/L_0)$. Nótese que si hubiésemos utilizado directamente la definición (ver la ecuación 2.7) el cálculo correspondiente habría sido bastante mas complicado.■

Las funciones asociadas a las isocuantas de producción se dibujaron como funciones convexas. Esto equivale a decir que la tasa de sustitucion tecnologica a lo largo de una isocuanta decrece a medida que el número de trabajadores crece ($dTST/dL < 0$). Vimos que por razones de eficiencia tecnológica, $K = K(L)$ debe ser decreciente pero no hemos dado ningún argumento que justifique suponer que es convexa. A continuación mostraremos que si (i) las productividades marginales del trabajo y capital son decrecientes[26] ($f_{KK} < 0, f_{LL} < 0$) y (ii) $f_{KL} > 0$;[27] entonces las isocuantas definirán funciones convexas. En efecto, por la Proposición 2.1 tenemos que:

[25] Esta derivación supone que $f_K > 0$. Al estudiar la eficiencia tecnológica vimos que esta era una suposición razonable.

[26] La derivada de f_K respecto de su primer y segundo argumento se denota mediante f_{KK} y f_{KL}, respectivamente. La definición de f_{LL} es análoga.

[27] Suponer que $f_{KL} > 0$ equivale a suponer que $\frac{d}{dL} f_K$ (o equivalentemente $\frac{d}{dK} f_L$) es positiva, es decir, que la productividad marginal del capital crece con el número de trabajadores. Esta es una suposición que se cumple para una variada gama de procesos de producción.

$$\begin{aligned}\frac{dTST}{dL} &= \frac{d}{dL}\left(f_L(K(L),L)/f_K(K(L),L)\right)\\ &= \left\{(f_{KL}K' + f_{LL})f_K - (f_{KK}K' + f_{KL})f_L\right\}/f_K^2.\end{aligned}$$

Reemplazando $K'(L)$ por $-f_L/f_K$ (Proposición 2.1) y agrupando términos obtenemos:

$$\frac{dTST}{dL} = \frac{f_K^2 f_{LL} - 2f_K f_L f_{KL} + f_L^2 f_{KK}}{f_K^3}. \tag{2.8}$$

La conclusión deseada –que las isocuantas son convexas o, lo que es equivalente, que $dTST/dL$ es menor que cero– se obtiene utilizando las hipótesis para analizar el numerador y denominador de la expresión obtenida en 2.8.$\blacksquare$

2.5.6 Maximización de utilidades y funciones de producción

El pago que recibe la unidad de capital –durante un período de producción– se llama *renta* del capital y se denota mediante r. En la práctica r podría ser el interés que paga la firma por cada peso que le presta un banco durante el período de producción o la cantidad de dinero que recibiría –por unidad arrendada– si arrendara sus maquinarias a otra firma. El pago que reciben los trabajadores –en cada período de producción– se llama *salario* y se denota mediante w. Como estamos suponiendo que tanto el capital como el trabajo son bienes homogéneos, hay un único salario y una única renta al capital.

Consideremos una firma de una industria perfectamente competitiva que produce un bien con función de producción $f(K, L)$. En la Sección 2.2 vimos en qué se traduce el supuesto de maximización de utilidades cuando la firma toma su nivel de producción como variable de decisión. Un enfoque alternativo –y equivalente– consiste en suponer que las variables de decisión de la firma son las unidades de capital y trabajo que emplea. En tal caso, al comienzo de cada período de producción, la firma resuelve:

$$\max_{K,L} Pf(K, L) - rK - wL,$$

donde P denota el precio de venta del bien. Derivando la función objetivo respecto de K y L e igualando cada una de las expresiones resultantes a cero concluimos que la combinación de insumos que maximiza las utilidades de la firma, (K_0, L_0), queda caracterizada por:

$$\begin{aligned} Pf_K(K_0, L_0) &= r \\ Pf_L(K_0, L_0) &= w. \end{aligned}$$

Contratar una unidad adicional de trabajo significa ingresos y costos adicionales para la firma. La firma deberá pagar w pesos a la unidad contratada e incrementará sus ingresos por ventas en P veces la productividad marginal de esta unidad: $Pf_K(K_0, L_0)$. El número de unidades empleadas de cada insumo es tal que el costo de emplear una unidad adicional es igual al incremento en las ventas derivado de esta contratación. Las identidades anteriores y el supuesto de retornos decrecientes a los factores permiten concluir que la firma contratará insumos de producción mientras su productividad marginal sea menor que el costo de contratación.

2.6 La función de costos

El concepto de *isocuanta de producción* captura el hecho que una firma puede producir un número determinado de bienes utilizando varias combinaciones posibles de insumos. El hecho de que haya un grado de *sustitubilidad* entre los insumos que emplean las firmas en el proceso de producción, significa que los precios de los factores jugarán un rol importante al momento de decidir cómo producir una cantidad determinada de bienes.

Al comienzo de cada período de producción, una firma elige el número de unidades que producirá de modo de maximizar sus utilidades. Una vez determinado este nivel de producción, la firma necesariamente elegirá la combinación de insumos que permita producirlo al menor costo. Si una firma no elige aquella combinación de insumos que le permite alcanzar el nivel de producción deseado al menor costo, no estará maximizando sus utilidades. El supuesto de maximización de utilidades implica que las firmas necesariamente minimizan los costos de producción de las unidades que producen en un período.

El principio de "minimización de costos"" es mucho más general que el de "maximización de utilidades"". Aún si el objetivo de una firma no es maximizar sus utilidades,[28] generalmente no habrán motivos para que no minimice el costo de producir las unidades que desea.[29]

La función de costos de producción, $C(q)$, introducida en la Sección 2.2, lleva implícito que la combinación de insumos que la firma elige para producir q unidades es aquella que tiene menor costo económico. En esta sección derivaremos formalmente la función de costos y veremos cómo su sensibilidad a cambios en los precios de los insumos depende de la tecnología que se utilice para producir el bien.

2.6.1 Minimización de costos

Tal como lo hicimos en la sección anterior, consideraremos bienes en cuya producción se utilizan dos insumos: capital y trabajo. Los siguientes supuestos serán utilizados en esta sección:

- Las isocuantas de producción son (estrictamente) convexas.[30]
- Los salarios y las rentas no son afectadas por decisiones de la firma. En consecuencia las firmas las toman como datos al resolver su problema de producción.

El primer supuesto asegurará que el problema de minimización de costos tenga una única solución mientras que la segunda es consecuencia del paradigma de competencia perfecta según el cual *"ningún agente económico puede afectar el precio de los bienes que compra o vendé"'.*

Definición 2.6 *Definimos la* función de costos *de una firma durante un período de producción en que los salarios son iguales a w y las rentas iguales a r como aquella función que a cada nivel de producción asocia el menor costo al cual la firma puede producir esa cantidad de unidades. La función de costos se denotará mediante $C(w, r, q)$. Si los valores de w y r se subentienden, entonces la notación se simplifica a $C(q)$.*

Si la función de producción de la firma es $f(K, L)$ entonces la definición formal de la función de costos es la siguiente:

$$C(w, r, q) \equiv \min_{K,L} (rK + wL)$$

$$\text{sujeto a} \quad f(K, L) = q. \blacksquare$$

Con objeto de resolver el problema de minimización de costos de una firma, introducimos las *rectas de isocostos.* Una recta de isocostos corresponde al lugar geométrico de todas aquellas combinaciones de insumos con igual costo de producción.

[28] Podría tratarse de una institución sin fines de lucro.

[29] La excepción más importante a esta afirmación se produce cuando el costo económico de alguno de los insumos difiere de su costo social. Esto es materia de textos más avanzados.

[30] Habrá una excepción en que serán convexas pero no estrictamente convexas.

Figura 2.10: Rectas de isocostos

La Figura 2.10 muestra varias rectas de isocostos para un período de producción determinado. Los valores de w y r correspondientes a las rectas son los mismos. Las rectas son de la forma

$$\{(K, L) : wL + rK = c\},$$

o equivalentemente:

$$\left\{(K, L) : K = \frac{c}{r} - \frac{w}{r}L\right\}.$$

Observando la Figura 2.10 notamos que:

- Todos las combinaciones de insumos a lo largo de una misma recta son igual de caros. Sin embargo, ellos corresponden a distintas cantidades producidas.
- Todas las rectas de isocostos tienen la misma pendiente, pues los valores de w y r no varían. El valor común de las pendientes es $-(w/r)$.

Si C_0 denota el costo común a todas las combinaciones de insumos sobre una recta de isocostos, esta recta intersectará el eje y para un valor de K igual a C_0/r. Como r permanece fijo, esto implica que mientras más cerca del origen se encuentra una recta de isocostos, menores serán los costos correspondientes. Concluimos que si una firma desea producir q_0 unidades al menor costo posible, elegirá aquella combinación de insumos sobre la isocuanta correspondiente a q_0 unidades que se encuentre sobre una recta de isocosto lo más cercana posible al origen. La combinación de insumos elegida será aquella en que una recta de isocostos es tangente a la isocuanta de producción, tal como se muestra en la Figura 2.11. Esta figura también permite concluir que la combinación de insumos que minimiza el costo de producir q_0 unidades, (K_0, L_0), queda caracterizado mediante:

$$\begin{aligned} TST_{K,L}(K_0, L_0) &= \frac{w}{r}, \qquad (2.9) \\ f(K_0, L_0) &= q_0; \end{aligned}$$

Figura 2.11: Combinación de insumos que minimiza el costo de producir q_0 unidades

o, equivalentemente, por:

$$\begin{aligned} \frac{PMg_L(K_0, L_0)}{PMg_K(K_0, L_0)} &= \frac{w}{r}, && (2.10) \\ f(K_0, L_0) &= q_0. && (2.11) \end{aligned}$$

Como los precios del capital y trabajo son r y w respectivamente, el pago que recibe una unidad de trabajo será igual a w/r veces el pago que recibe una unidad de capital. En consecuencia la condición 2.9 equivale a afirmar que la firma elige una combinación de capital y trabajo tal que la tasa de sustitución entre estos factores determinada por la tecnología, $TST_{K,L}$, es igual a aquella determinada por los precios de los insumos.

La intuición tras la afirmación anterior se ilustra a continuación mediante un ejemplo.

Ejemplo 2.8 *Suponga que $w = r = 1$ y que la firma elige combinaciones de insumos ($K_0 = L_0 = 10$) tales que la tasa de sustitución tecnológica correspondiente es igual a 2 en lugar de $w/r = 1$. En este caso, por la interpretación del concepto de tasa de sustitución tecnológica, la firma podrá producir la misma cantidad con un trabajador más y dos máquinas menos, obteniendo una combinación de insumos más barata que la original: el costo baja de 20 a 19. Por lo tanto la combinación de insumos original, $K_0 = L_0 = 10$, no puede corresponder a aquella que minimiza los costos pues hemos encontrado una más barata.*■

En el siguiente ejemplo se ilustra cómo determinar la función de costos de una firma.

Ejemplo 2.9 *Suponga que la función de producción de una firma viene dada por:*

$$f(K, L) = K^{1/2}L^{1/2}.$$

Entonces tendremos que los valores de K y L para los cuales el costo de producción es menor quedan determinados (ver 2.10 y 2.11) por la solución de:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{2}K^{1/2}L^{-1/2}}{\frac{1}{2}K^{-1/2}L^{1/2}} &= \frac{w}{r} \\ K^{1/2}L^{1/2} &= q. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} K_0 &= \left(\frac{w}{r}\right)^{1/2} q; \\ L_0 &= \left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} q. \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$C(w,r,q) = rK_0 + wL_0 = 2(wr)^{1/2}q.$$

Proposición 2.2 Propiedades Elementales de la Función de Costos
Sea $C(w,r,q)$ la función de costos de producción de un bien producido por una firma. Entonces:

1. *Cualesquiera sean w y r:*

$$(\forall \alpha > 0) \qquad C(\alpha w, \alpha r, q) = \alpha CT(w,r,q). \tag{2.12}$$

2. *La función de costos de producción, $C(w,r,q)$, es creciente*[31] *en cada uno de sus tres argumentos.*

Demostración

1. Comenzamos por mostrar que la combinación de insumos la firma elige si sus precios son w y r es la misma que si estos precios fueran αw y αr. En efecto, la pendiente de las rectas de isocostos serán las mismas para ambos casos $(-w/r)$ y es esta pendiente la que determina cuál punto sobre la isocuanta elige la firma. Si K_0 y L_0 denotan las cantidades de capital y trabajo que la firma elegirá para producir q unidades, entonces:

$$\begin{aligned} C(\alpha w, \alpha r, q) &= (\alpha w)L_0 + (\alpha r)K_0 \\ &= \alpha(wL_0 + rK_0) \\ &= \alpha C(w,r,q). \end{aligned}$$

2. Proponemos hacer esta demostración como ejercicio. En el caso de los primeros dos argumentos de la función de de costos de producción, sugerimos razonar por contradicción y responder por qué no es posible que $C(w_1,r,q)$ sea menor que $C(w_0,r,q)$ si w_1 es mayor que w_0. En el caso del tercer argumento de la función de producción, utilice el concepto de eficiencia tecnológica.∎

[31] En estricto rigor deberíamos decir "no decrecienté"'.

2.6.2 Elasticidad de sustitución

Desde el punto de vista económico, el aspecto más relevante del proceso de producción es que las firmas pueden elegir entre varias combinaciones de insumos para producir una cantidad determinada de un bien. Por ejemplo:

- El dueño de un predio agrícola puede elegir entre adquirir maquinaria sofisticada y emplear pocos trabajadores o trabajar con maquinarias simples y emplear un gran número de trabajadores.

- Una empresa puede decidir contratar un gran número de secretarias con poca experiencia o un número más pequeño con mucha experiencia.

- Al momento de extender su red eléctrica, la Empresa Nacional de Electricidad, ENDESA, puede elegir entre utilizar alambres de cobre y alambres con aleaciones con otros metales como el aluminio.

Como es posible utlizar varias combinaciones de insumos para producir una cantidad determinada de un bien, los precios relativos de los insumos jugarán un rol importante al momento de elegire entre diversas combinaciones de insumos. Mientras mayor sea el precio relativo del capital, más plana serán las rectas de isocostos (pues w/r será menor) y mayor será el número de trabajadores empleados (véase la Figura 2.12). Cuán sensibles son los costos de producción a cambios en

Figura 2.12: La combinación de insumos elegida depende de los precios relativos

los precios de los insumos dependerá de la tecnología que se utilice. Mientras mayor sea el grado de sustitubilidad entre insumos, menor será la sensibilidad a cambios en los precios de los insumos. El concepto de *elasticidad de sustitución* permite cuantificar el efecto que tiene el grado de sustitubilidad entre insumos tanto sobre la intensidad relativa con que la firma los emplea como sobre los costos de producción.

Definición 2.7 Definición provisoria: Elasticidad de sustitución

La elasticidad de sustitución de capital por trabajo*, en la producción de un bien por parte de una firma determinada, se define como:*

$$\sigma_{K,L} \equiv \frac{\% \text{ en que cambia } K/L}{\% \text{ en que cambia w/r}}. \blacksquare$$

Como un aumento en el valor relativo de los salarios no puede traer consigo un aumento en el número de trabajadores contratados para producir una cantidad determinada, tendremos que la elasticidad de sustitución será mayor o igual que cero.

Las isocuantas de producción de la Figura 2.13 corresponden a tecnologías en que la elasticidad de sustitución es relativamente grande (diagrama de la izquierda) y pequeña (diagrama de la izquierda). En el diagrama de la izquierda, la isocuanta de producción es prácticamente plana, por

Figura 2.13: Dos casos extremos de elasticidad de sustitución

lo cual un cambio en un 1% en el precio relativo de los insumos, w/r, trae consigo un cambio mucho mayor en la intensidad relativa con que la firma emplea estos insumos. En este caso, la elasticidad de sustitución será mucho mayor que uno. En cambio, en el diagrama de la derecha, la isocuanta de producción tiene una pendiente que varía rápidamente. La intensidad de utilización de los factores variá poco cuando cambian sus precios relativos. La elasticidad de sustitución es cercana a cero en este caso.

La Figura 2.14 muestra el caso de la izquierda de la Figura 2.13 llevado al extremo. Las líneas punteadas corresponden a rectas de isocosto para dos pares distintos de w y r mientras que la linea continua representa la isocuanta de producción que en este caso es una recta. La tecnología permite sustituir ambos insumos en proporciones fijas. Existe una constante c, que depende de la pendiente de la isocuanta de producción, tal que es posible sustituir una unidad de capital por c unidades de

Figura 2.14: Perfecta sustitubilidad de insumos: $\sigma_{K,L} = +\infty$

trabajo cualesquiera sea la combinación de insumos que se esté utilizando. Aún si el número de trabajadores que se emplea es muy bajo, es posible seguir sustituyéndolos por maquinarias a un ritmo que no varía a medida que el número de trabajadores empleado disminuye.[32] La Figura 2.14 muestra que un pequeño cambio en w/r puede traer consigo un enorme cambio en K/L: es posible que la firma inicialmente sólo emplee trabajadores y luego del aumento de los salarios (relativos a las renta del capital) sólo emplee capital. La intensidad relativa de insumos utilizados pasará de cero a infinito, por por lo cual en este caso $\sigma_{K,L} = +\infty$.

El segundo caso extremo se muestra en la Figura 2.15. Corresponde a una *tecnología de Leontieff*. Esta tecnología obliga a utilizar los insumos en proporciones fijas. No hay ninguna posibilidad de sustituirlos.

Cuando la tecnología utilizada es de Leontieff, los precios relativos de los factores de producción no juegan ningún rol en la determinación de la combinación de insumos que elige la firma. Sin immportar el precio de los insumos, la firma elegirá el vértice de la isocuanta de producción. En este caso la elasticidad de sustitución será igual a cero.[33]

Habiendo establecido la intuición tras el concepto de elasticidad de sustitución, procederemos a dar la definición formal.

Definición 2.8 Elasticidad de sustitución

Dado una combinación de insumos (K_0, L_0) *que permite producir* q_0 *unidades, consideramos la isocuanta de producción que pasa por el punto correspondiente. A cada razón entre salarios y*

[32] En la práctica es de esperar que –a medida que el número de trabajadores empleados decrece– se requiera un número cada vez mayor de maquinarias para sustitutir a un trabajador en el proceso de producción.

[33] Nótese que en este caso la productividad marginal de los factores no necesariamente es mayor que cero. Para cualquier combinación de insumos que *no* se encuentre sobre el vértice de una de las isocuantas de producción las productividades marginales de ambos insumos son iguales a cero.

Figura 2.15: Tecnología de Leontieff: $\sigma_{K,L} = 0$

rentas le asociamos el cuociente entre las cantidades de capital y trabajo que permiten producir las q_0 unidades al menor costo. Escribiendo $\kappa = K/L$ y $\omega = w/r$ tenemos que la asignación anterior define una función que a cada ω asocia un valor de κ. Sea ω_0 el valor de ω para el cual (K_0, L_0) es la combinación óptima de insumos. La elasticidad de sustitución entre capital y trabajo (en el punto (K_0, L_0)) se define como:

$$\sigma_{K,L} \equiv \frac{d\kappa}{d\omega}(\omega_0) \cdot \frac{\omega_0}{\kappa}. \tag{2.13}$$

El concepto de elasticidad anterior se puede interpretar en términos de la noción de elasticidad general vista en el Apéndice del Capítulo 1. La elasticidad de sustitución entre capital y trabajo, $\sigma_{K,L}$, corresponde a la elasticidad de la razón entre insumos con respecto al precio relativo de éstos. Usando la Proposición 1.1 tenemos que:

$$\sigma_{K,L} = \frac{d \ln \kappa}{d \ln \omega}. \tag{2.14}$$

La Proposición 1.1 también sirve para mostrar que la elasticidad de sustitución entre dos insumos no depende del orden en que estos sen considerados, es decir, que $\sigma_{K,L} = \sigma_{L,K}$:

$$\sigma_{L,K} = \frac{d \ln(1/\kappa)}{d \ln(1/\omega)} = \frac{-d \ln \kappa}{-d \ln \omega} = \sigma_{K,L}.$$

A continuación vemos dos familias de funciones de producción que son utilizadas frecuentemente.

Ejemplo 2.10 Función de producción de Cobb-Douglas

En la página 38 vimos que la función de producción de Cobb-Douglas era de la forma

$$f(K, L) = AK^a L^b.$$

De las condiciones que definen la combinación óptima de insumos (véase las ecuaciones 2.10 y 2.11) derivamos la relación entre $\kappa \equiv K/L$ *y* $\omega \equiv w/r$:

$$\omega = \frac{w}{r} = TST_{K,L} = \frac{PMg_L}{PMg_K},$$

por lo cual

$$\omega = \frac{b}{a} \cdot \frac{K}{L} = \frac{b}{a}\kappa.$$

En consecuencia:

$$\ln \kappa = \ln \frac{b}{a} + \ln \omega$$

por lo cual:

$$\sigma_{K,L} = \frac{d \ln \kappa}{d \ln \omega} = 1.$$

La elasticidad de sustitución entre factores de una tecnología de Cobb-Douglas siempre será igual a uno, cualesquiera sean los valores de los parámetros A, a *y* b *y cualesquiera sea la combinación de insumos considerada.*

La función de producción de Cobb-Douglas es utilizada frecuentemente en la práctica porque es fácil hacer cálculos ccn ella. Sin embargo, el hecho de que su elasticidad de sustitución sea igual a uno presenta una limitación importante que motiva considerar funciones de producción más generales.

Ejemplo 2.11 Función de producción con elasticidad de sustitución constante (ESC)
Consideremos funciones de producción de la forma:

$$f(K, L) = \gamma \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}\right]^{-1/\rho},$$

con: $\gamma > 0$, $0 < \delta < 1$, $\rho \geq -1$. *Los parámetros de una función de producción de este tipo se interpretan como sigue:*

- γ: *parámetro de eficiencia. Mientras mayor es* γ, *más se produce con los mismos insumos.*
- δ: *parámetro que mide la importancia relativa de los insumos en la función de producción. Mientras mayor sea* δ, *mayor será la importancia relativa del capital respecto del trabajo.*
- ρ: *parámetro de sustitución. Como veremos a continuación, mientras mayor sea* ρ, *menor será la elasticidad de sustitución entre el capital y el trabajo.*

Partiendo de $w/r = PMg_L/PMg_K$ *y procediendo de manera análoga al ejemplo anterior obtenemos:*

$$\omega = \frac{(1-\delta)}{\delta}\kappa^{\rho+1},$$

por lo cual

$$\kappa = \frac{\delta}{1-\delta}\omega^{1/(1+\rho)}.$$

Utilizando la Proposición 1.1 concluimos que:

$$\sigma_{K,L} = \frac{1}{1+\rho}.$$

En consecuencia, las funciones de producción pertenecientes a la familia con ESC tienen, tal como su nombre lo indica, una elasticidad de sustitución que no depende de la combinación de insumos para la cual se calcule. La elasticidad de sustitución, $\sigma_{K,L}$, podrá tomar cualquier valor positivo si se elige el valor adecuado de ρ.$\blacksquare$

El concepto de elasticidad de sustitución no sólo sirve para medir la sensibilidad de la combinación de insumos utilizada a cambios de los precios relativos, sino también para medir cuán sensibles serán los costos totales de producción a estos cambios.

Consideremos una firma que inicialmente minimiza sus costos en la producción de q_0 unidades empleando K_0 máquinas y L_0 trabajadores y supongamos que los salarios suben de w_0 a w_1. Los siguientes dos casos extremos ilustran la conexión existente entre elasticidad de sustitución y sensiblidad de la función de costos al precio relativo de los insumos.

1. Si la elasticidad de sustitución entre insumos es cero (tecnología de Leontieff, ver Figura 2.15), la firma no puede modificar la combinación de insumos que utiliza, pues la tecnología le impone utilizar éstos en proporciones fijas. En este caso los costos de producción subirán en $(w_1 - w_0)L_0$, cantidad que será igual al costo del aumento de los sueldos de los trabajadores.

   Los costos de producción luego de un aumento de los salarios no pueden aumentar más de lo que aumentan en este caso. Una firma siempre tiene la opción de seguir utilizando la misma combinación de insumos después del aumento de salarios. Los costos de producción jamás crecerán más que $(w_1 - w_0)L_0$.

2. Ahora consideramos el caso en que la elasticidad de sustitución entre insumos es infinita (caso de prefecta sustitubilidad entre factores de producción, véase la Figura 2.14). Supondremos que antes del aumento de salarios la recta de isocostos coincide con la isocuanta de producción (véase la Figura 2.14) de modo que inicialmente hay una infinidad de combinaciones de insumos que minimizan sus costos de producción de la firma. Es decir, la firma podía producir q_0 unidades del bien contratando tan solo trabajadores, utilizando tan sólo máquinas o eligiendo entre una infinidad de combinaciones intermedias (todos los puntos sobre la isocuanta de producción correspondiente son igual de caros).

   Luego del aumento de salarios, la firma minimizará sus costos si sólo utiliza máquinas en el proceso de producción. Los costos totales de producción no crecen luego del aumento de salarios.

Los dos casos anteriores permiten concluir que mientras mayor sea la tasa de sustitución entre insumos, menor será el efecto de un cambio de los precios relativos de los insumos sobre los costos de producción. Por ejemplo, el aumento del precio del cobre hacia fines de los años '60 tuvo poco impacto sobre las cuentas de electricidad, pues fue fácil sustituir cables de cobre por cables de aluminio. En cambio, el aumento del precio del oro a comienzo de los '70 llevó a un alza casi proporcional en el costo de las argollas matrimoniales de oro.

2.7 Cambios en la función de oferta

En la introducción a estos apuntes (véase el Capítulo 1) vimos escenarios en que era de esperar que la curva de oferta de mercado se desplazara hacia afuera y otros en que lo razonable era que se desplzara hacia adentro. En esta sección retornamos sobre este tema. Con lo visto a lo largo de este capítulo estamos en condiciones de determinar formalmente el efecto que tienen sobre la oferta de mercado cambios en los factores que la determinan.

En primer lugar veremos el caso en que cambia el precio de los insumos y luego estudiaremos el efecto de un cambio tecnológico.

2.7.1 Cambios en el precio de los insumos

En esta subsecciónn veremos que el impacto de un cambio en el precio de un insumo sobre la curva de oferta depende de cuán flexible sea su disponibilidad durante el período de producción. Con objeto de ilustrar este hecho, consideraremos el caso en que uno de los insumos –digamos el trabajo– es totalmente flexible mientras que el otro insumo –el capital– es fijo. Supondremos que la firma puede contratar el número de unidades de trabajo que desee –pagando remuneraciones iguales a w– mientras que las unidades de capital de que dispone –y que le significan un costo de r por unidad– están totalmente fijas durante el período de producción. Los roles de ambos factores de producción se pueden intercambiar; no pretendemos afirmar que el trabajo sea un factor mas flexible que el capital. Lo que deseamos hacer es comparar los efectos que tiene sobre la curva de oferta un aumento en el precio de un insumo fijo y uno variable. A partir de estos resultados podremos inferir cómo el desplazamiento de la curva de oferta luego de un aumento en el precio de un insumo dependerá de la flexibilidad en la disponibilidad de este insumo para la firma.

2.7.2 Aumento del precio de un insumo variable

Sean $\overline{K}$ el número fijo de unidades de capital de que dispone una firma durante un período de producción y $L(q)$ el número de unidades de trabajo necesarias para producir q unidades durante este período.[34] La función $L(q)$ será creciente.[35] Los costos de producción serán iguales a:

$$C(q) = r\overline{K} + wL(q). \tag{2.15}$$

Por lo tanto el costo marginal de producir una unidad adicional será igual a:

$$CMg(q) = wL'(q).$$

En consecuencia:

$$\frac{\partial}{\partial w} CMg(q) = L'(q) > 0.$$

Concluimos que la función de costo marginal se desplazará hacia adentro si aumenta el precio del insumo variable, es decir, si aumentan los salarios (véase la Figura 2.16). Cualesquiera que sea el precio de venta, cada firma –y, por lo tanto, la industria entera– ofertará una menor cantidad del bien.

[34] Si $q = f(K, L)$ denota la función de producción tendremos que $L(q)$ queda definida implícitamente mediante $q = f(\overline{K}, L(q))$.

[35] Una demostación formal de esta aseveración se basa en la propiedad de eficiencia tecnológica de la función de producción.

Figura 2.16: Desplazamiento de la oferta luego de un aumento en el precio del insumo variable

2.7.3 Aumento del precio de un insumo fijo

Veamos ahora el caso en que aumenta el precio del insumo fijo. La ecuación 2.15 permite concluir que los costos marginales y los costos medios variables no cambian. En consecuencia, la curva de oferta de corto plazo será la misma que antes del aumento de precio.

Como el período de producción de la firma es relativamente breve, ésta considera los costos fijos como *costos hundidos*. Haga lo que haga, deberá pagarlos. Si el precio del capital aumenta, la firma tendrá menos utilidades (o más pérdidas). Aún así, su decisión de cuánto producir no se verá afectada.

Comparando las conclusiones obtenidas para los casos en que crece el precio de un insumo fijo y uno flexible, podemos concluir que mientras más flexible seá la disponibilidad de un factor de producción, mayor será el desplazamiento hacia adentro de la curva de oferta de mercado.

2.7.4 Progreso tecnológico

Intuitivamente, la noción de progreso trecnológico equivale a afirmar que *"utilizando los mismos insumos es posible producir una cantidad mayor de bienes""*. Es importante notar que el concepto de avance tecnológico queda caracterizado mediante propiedades de la tecnología que emplea una firma y *no* directamente mediante propiedades de su función de costos.

Los cálculos se simplifican notablemente si –al igual que en la subsección anterior– consideramos el caso en que uno de los insumos es fijo y el otro variable. Supondremos que, antes del avance tecnológico, los costos de producción vienen dados por:

$$C_0(q) = r\overline{K} + wL_0(q),$$

donde $L_0(q)$ denota el número de unidades de trabajo necesarias para producir q unidades del bien si se dispone de $\overline{K}$ unidades de capital. Luego de que la firma adquiere la nueva tecnología, sus costos de producción vendrán dados por:

$$C_1(q) = r\overline{K} + wL_1(q),$$

donde el progreso tecnológico significa que $L_0(q) > L_1(q)$. Dado un nivel de capital fijo, $K = \overline{K}$, es necesario un menor número de trabajadores para producir la misma cantidad del bien.

Las funciones de costos marginales, antes y después de la innovación tecnológica, serán iguales a:

$$CMg_0(q) = wL'_0(q)$$

y

$$CMg_1(q) = wL'_1(q),$$

respectivamente. Luego la curva de oferta se desplazará hacia afuera sólo si $L'_0(q) > L'_1(q)$ y esto no se puede inferir a partir de $L_0(q) > L_1(q)$.[36] Tal como se ve en la Figura 2.17, es posible que

Figura 2.17: Avance tecnológico que no conlleva un desplazamiento de la oferta hacia afuera

luego de un avance tecnológico haya precios para los cuales la oferta disminuye.

El resultado del párrafo anterior es sorprendente. El modelo de competencia perfecta no permite concluir que luego de un avance tecnológico la oferta de mercado se desplazará hacia afuera. La afirmación que hiciéramos en el Capítulo 1 –según la cual este era el caso– se basaba en el hecho de que el costo promedio de producción cae luego de una innovación. Nuestra intuición falla porque la oferta de una firma –y, por lo tanto, la de mercado– no queda determinada por los costos medios sino por los costos marginales.

[36] El hecho que una función sea mayor que otra *no* implica que esta relación se cumpla entre sus derivadas.

Comentario final

A lo largo de este capítulo formalizamos el concepto de "oferta de mercadó"', confirmando algunos resultados que intuimos en la introducción (por ejemplo, que la oferta de mercado es una función creciente del precio del bien) y encontrando algunos resultados que no esperábamos (por ejemplo, que un avance tecnológico puede traer consigo una disminución en la oferta de corto plazo). Es útil formalizar nuestras intuiciones precisamente porque nos permite ver cuáles de ellas son correctas y, a la vez, descubrir resultados que no esperábamos.

En este capítulo supusimos que el período de producción era relativamente breve, de modo que las firmas conocían el precio de los insumos que utilizan y los productos que venden. Estaba implícito a lo largo de este capítulo que el número de firmas en una industria es un dato que no depende de los niveles de producción que eligen las firmas. Este supuesto es razonable si el período de producción es breve, pues no habrá suficiente tiempo para que el número de firmas en una industria varíe significativamente. Sin embargo, si el período de tiempo considerado es relativamente largo, el número de firmas en una industria podrá variar sustancialmente. En este caso no es posible separar la función de oferta de mercado del concepto de equilibrio de mercado, por lo cual deberemos esperar hasta el Capítulo 4 para estudiarlo.

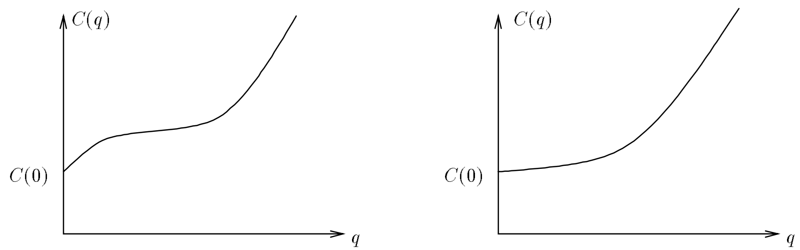


Figura 1.1: Funciones de costos típicas

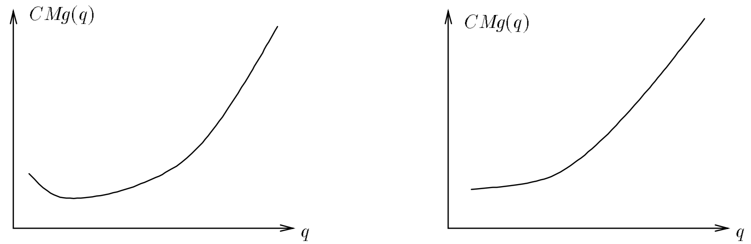


Figura 1.2: Funciones de costos marginales típicas

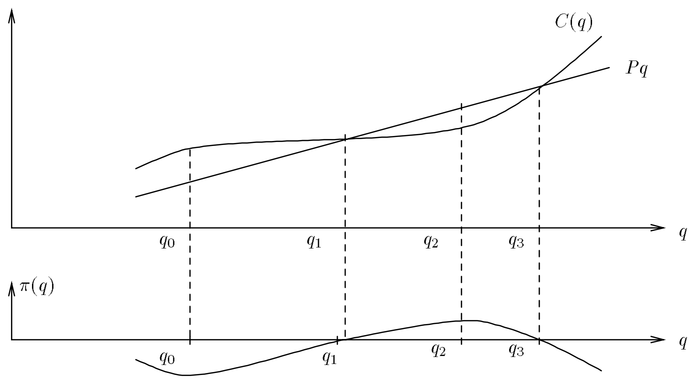


Figura 1.3: Costos de producción, ingresos por ventas y utilidades

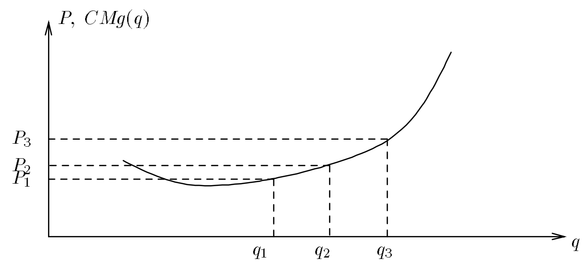


Figura 1.4: Oferta de una firma

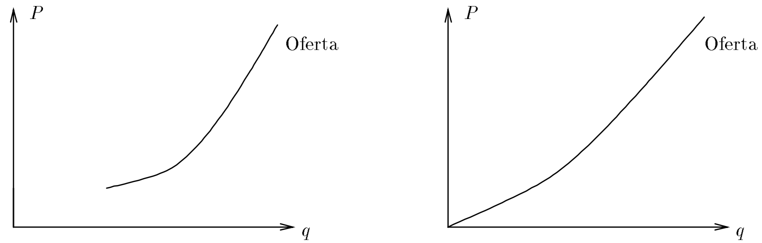


Figura 1.5: Oferta de una firma

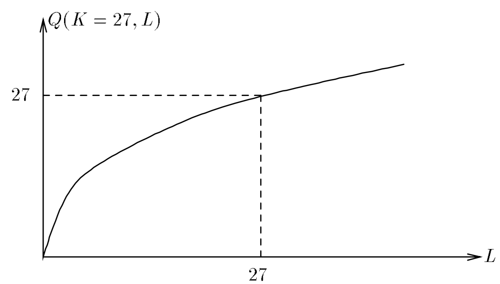


Figura 1.6: Función de producción cuando hay 27 máquinas

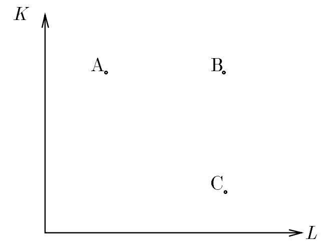


Figura 1.7: ¿Cuál punto no es tecnológicamente eficiente?

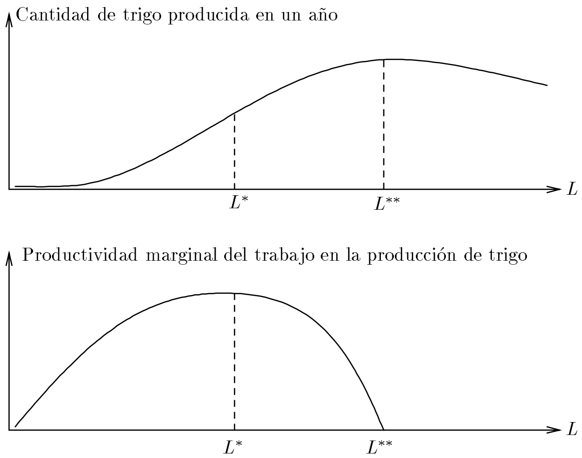


Figura 1.8: Funciones de producción de trigo y prductividad marginal del trabajo

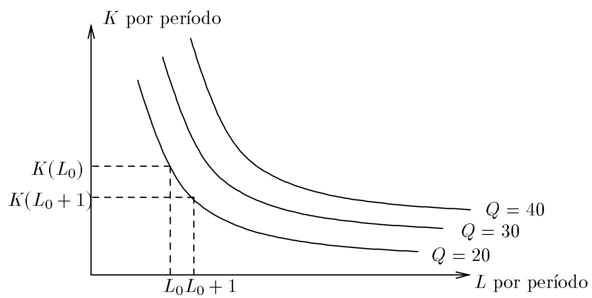


Figura 1.9: Isocuantas de producción

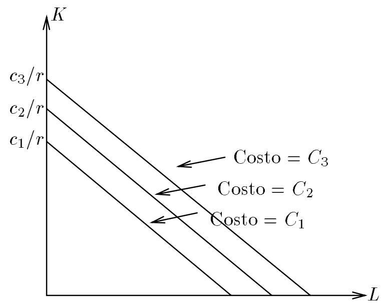


Figura 1.10: Rectas de isocostos

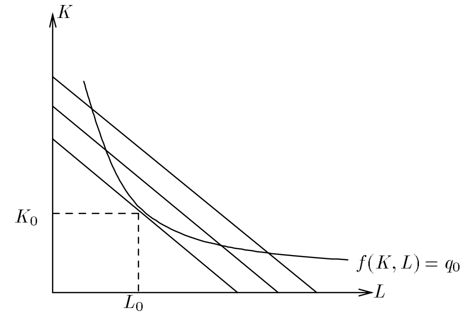


Figura 1.11: Combinación de insumos que minimiza el costo de producir q_0 unidades

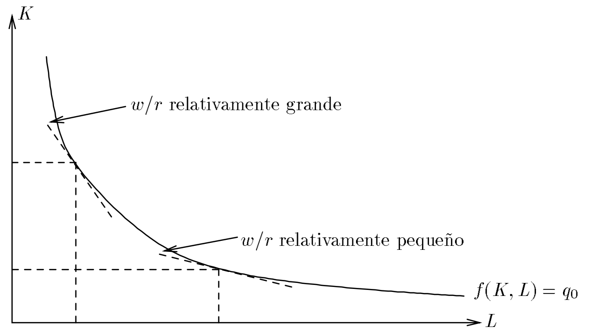


Figura 1.12: La combinación de insumos elegida depende de los precios relativos

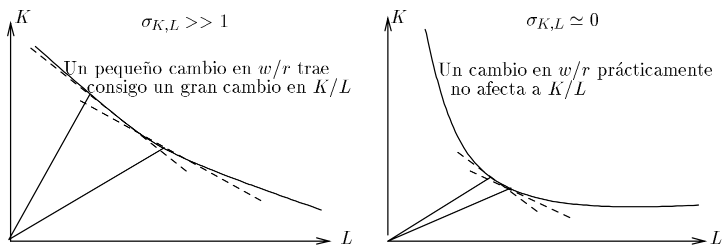


Figura 1.13: Dos casos extremos de elasticidad de sustitución

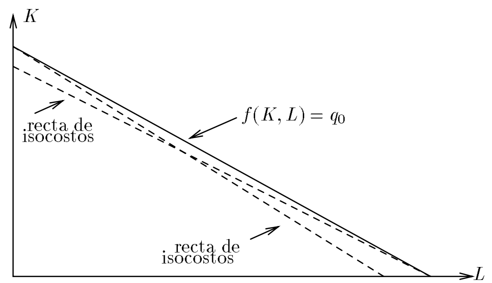


Figura 1.14: Perfecta sustitubilidad de insumos: $\sigma_{K,L} = +\infty$

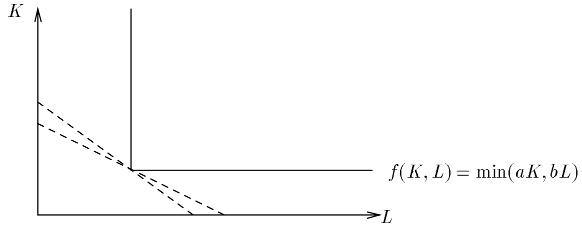


Figura 1.15: Tecnología de Leontieff: $\sigma_{K,L} = 0$

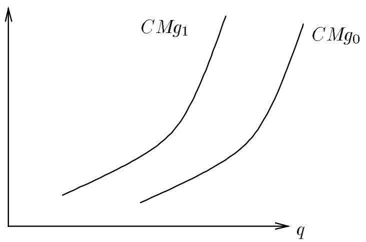


Figura 1.16: Desplazamiento de la oferta luego de un aumento en el precio del insumo variable

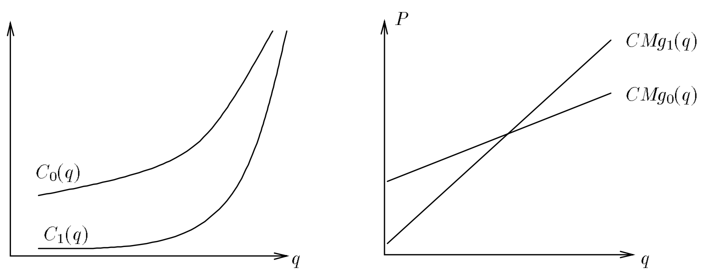


Figura 1.17: Avance tecnológico que no conlleva un desplazamiento de la oferta hacia afuera

Capítulo 3

La Demanda

Este capítulo está dedicado al estudio de la demanda. La función de demanda asocia a cada precio de un bien el número de unidades que los consumidores están dispuestos a comprar a ese precio en un período de tiempo determinado. La demanda por un bien determinado depende de los gustos de los consumidores, de sus ingresos y de los precios de otros bienes. Una derivación formal del concepto de demanda requeiere de una teoría sobre las preferencias de los consumidores.

"Sobre gustos no hay nada escritó"' dice un viejo refrán. ¿Cómo será posible entonces desarrollar una teoría sobre las preferencias de los consumidores? La física enseña cómo medir la masa de un electrón o la temperatura de un líquido, pero medir cuánto le gusta a una determinada persona un kilo de marraquetas, un par de zapatos o un televisor parece ser un problema bastante más complejo.

Luego de varios intentos fallidos por medir directamente la intensidad de las preferencias de los consumidores por diversos bienes, la teoría económica optó por una aproximación alternativa en que no es necesario cuantificar los gustos de los consumidores en términos absolutos. Este enfoque se basa en suponer que todo individuo es capaz de *comparar* diversas canastas de bienes. No supondremos que un consumidor siente un placer igual a 90 si consume dos pantalones y un par de zapatos comparado con un placer de sólo 60 si consume un pantalón y dos pares de zapatos. Lo que supondremos es que todo individuo es capaz de decidir cuál canasta de bienes —dos pantalones y un par de zapatos o un pantalón y dos pares de zapatos— prefiere,[1] aún cuando no sea posible medir cuánto gusta de cada canasta de bienes por separado.

En este capítulo construiremos una teoría de la demanda a partir del supuesto de que un individuo enfrentado a elegir entre dos canastas de bienes puede decidir cuál le gusta más o si es indiferente entre ambas. A partir de esta teoría derivarermos la función de demanda por un bien. Veremos cómo esta teoría nos permite confirmar algunas de las propiedades de la función de demanda que intuimos en el Capítulo 1 y también encontraremos situaciones en las cuales las predicciones de la teoría contradicen nuestra intuición.

[1] O si es indiferente entre ambas alternativas.

3.1 Teoría de preferencias del consumidor

3.1.1 Las preferencias del consumidor

Por simplicidad supondremos que los individuos consumen sólo dos bienes. Las principales conclusiones que obtendremos se extienden directamente al caso de un número mayor de bienes.

Denotaremos los dos bienes existentes en la economía mediante X e Y. El vector (x, y) ; $x \geq 0$, $y \geq 0$, denotará una *canasta de bienes* (en un período de tiempo determinado) con x unidades de X e y unidades de Y.

En esta sección estudiamos *cómo un consumidor elige entre diversas canastas de bienes.* Supondremos que todo individuo tiene preferencias y que estas preferencias satisfacen ciertas propiedades.

Describiremos las preferencias de un consumidor (por los bienes X e Y durante un período de tiempo determinado) mediante una relación $\mathcal{P}$ sobre $\mathbb{R}^2_+$.[2,3] La proposición "$(x_1, y_1)\mathcal{P}(x_2, y_2)$"" –donde (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son dos canastas– equivale a afirmar que si al consumidor se le da a elegir entre ambas canastas, elegirá la primera.

El supuesto fundamental que haremos acerca de la relación $\mathcal{P}$ es que se trata de una *relación de orden total.* Esto se traduce en los tres siguientes axiomas.

Axioma 1 *Dadas las canastas de bienes $v_1 = (x_1, y_1)$ y $v_2 = (x_2, y_2)$ en $\mathbb{R}^2_+$, la relación $\mathcal{P}$ es tal que una y sólo una de las siguientes afirmaciones es cierta:*

- *El consumidor prefiere v_1 a v_2 (lo cual denotamos $v_1\mathcal{P}v_2$).*
- *El consumidor prefiere v_2 a v_1 (lo cual denotamos $v_2\mathcal{P}v_1$).*
- *El consumidor es indiferente entre v_1 y v_2 (lo cual denotamoes $v_1\mathcal{I}v_2$).*

La relación $\mathcal{I}$ se define formalmente en términos de $\mathcal{P}$ como sigue: $v_1\mathcal{I}v_2$ si y sólo si no se cumple $v_1\mathcal{P}v_2$ y tampoco se cumple $v_2\mathcal{P}v_1$.

Ejemplo 3.1 *Denotemos los pantalones mediante X y los pares de zapatos mediante Y, Si un consumidor prefiere dos pantalones y un par de zapatos a un pantalón y dos pares de zapatos escribiremos $(2, 1)\mathcal{P}(1, 2)$.*■

Al postular que cada individuo tiene una relación $\mathcal{P}$ que representa sus preferencias *no* estamos afirmando que sea posible medir cuánto le gusta una canasta de bienes determinada. Tampoco quiere decir que podamos comparar las preferencias de dos individuos. Lo único que suponemos es que, dadas dos canastas de bienes, todo individuo ya sea prefiere una de ellas o es indiferente entre ambas.

Axioma 2 Reflexividad

Las preferencias de un individuo son tales que:

$$(\forall v \in \mathbb{R}^2_+) \qquad v\mathcal{I}v.$$

[2] El conjunto de los números reales mayores o iguales que cero se denota mediante $\mathbb{R}_+$.

[3] Una relación sobre $\mathbb{R}^2_+$ corresponde a un subconjunto de $\mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{R}^2_+$. Si $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$ perteneca a este conjunto y la relación se denota mediante $\mathcal{P}$ escribimos $(x_1, y_1)\mathcal{P}(x_2, y_2)$.

Axioma 3 Transitividad

$$(\forall u, v, w \in \mathbb{R}^2_+) \qquad [u\mathcal{P}v \text{ y } v\mathcal{P}w] \Longrightarrow u\mathcal{P}w.$$

3.1.2 Función de utilidad de un consumidor

A continuación introducimos el concepto más abstracto de esta sección, el de *función de utilidad.*

Definición 3.1 *Diremos que la función* $U : \mathbb{R}^2_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ *representa las preferencias* $\mathcal{P}$ *de un individuo si, cualesquiera sean* $v_1 = (x_1, y_1)$, $v_2 = (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2_+$, *se cumple que:*

$$v_1\mathcal{P}v_2 \quad \textit{si y sólo si} \quad U(x_1, y_1) > U(x_2, y_2).$$

La función U *se llamará función de* utilidad *del consumidor.*■

Es importante notar que aún cuando una función de utilidad asocia un número real a cada canasta de bienes, esta cantidad *no* se puede interpretar como una cuantificación de cuánto le gusta al consumidor la canasta correspondiente.

Ejemplo 3.2 *Suponga que las preferencias de un individuo se pueden representar mediante la función de utilidad*

$$U(x, y) = 40x + 10y. \tag{3.1}$$

- *Supongamos que no conocemos 3.1 y sólo sabemos que* $U(2, 1) = 90$. *Esta información* por si sola *no nos dice nada acerca de las preferencias del individuo.*

- *Supongamos que no conocemos 3.1 pero sabemos que*

$$U(2, 1) = 90 \quad y \quad U(1, 2) = 60. \tag{3.2}$$

Esta información será equivalente a decir que el consumidor prefiere la canasta de consumo $(2, 1)$ *a la canasta de consumo* $(1, 2)$. *Lo expresado en 3.2* no *permite inferir que el individuo prefiere* $(2, 1)$ *un 50 por ciento más que* $(1, 2)$.

Teorema 3.1 Preferencias y Utilidades.

Si las preferencias de un individuo se describen mediante una relación de orden total $\mathcal{P}$ *entonces existe una función de utilidad,* $U(x, y)$, *que representa las preferencias del individuo. Esta función de utilidad podrá elegirse continua bajo condiciones bastante generales.*[4]■

El teorema anterior, cuya demostración omitimos,[5] será la justificación para afirmaciones como la siguiente:

[4] Una condición que asegura que las funciones de utilidad de un individuo con preferencias descritas por $\mathcal{P}$ pueden elegirse continuas es que si $u\mathcal{P}v$ entonces $u_0\mathcal{P}v$ para u_0 suficientemente cerca de u. Es decir, si un individuo prefiere una cierta canasta de bienes a otra, seguirá prefiriendo esa canasta luego de pequeñas modificaciones.

[5] Ella no ayuda a comprender mejor los conceptos correspondientes.

"Considere un consumidor cuyas preferencias por los bienes X e Y se pueden representar por la función de utilidad $U(x, y) \ldots$ ""

Al hacer la afirmación anterior queremos decir que el consumidor tiene preferencias sobre canastas de bienes y que estas preferencias se pueden representar por $U(x, y)$ en el sentido que el consumidor prefiere consumir (x_1, y_1) a consumir (x_2, y_2) si y sólo si $U(x_1, y_1) > U(x_2, y_2)$.

El teorema anterior establece que las preferencias de todo individuo "razonablé"' se pueden representar mediante una función de utilidad. El siguiente resultado determina hasta qué punto la función de utilidad queda determinada unívocamente por las preferencias de un consumidor.

Teorema 3.2 Unicidad de la función de utilidad

Considere un individuo con preferencias descritas por la relación $\mathcal{P}$. Las funciones de utilidad $U(x, y)$ y $V(x, y)$ representan las preferencias del individuo si y sólo si existe una función (estrictamente) creciente F (de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$) tal que $V(x, y) = F(U(x, y))$.

Es decir, la representación de las preferencias de un individuo mediante una función de utilidad está unívocamente determinada salvo por transformaciones crecientes.

Demostración Haremos la parte más fácil de la demostración. Esta servirá para ilustrar, una vez más, la relación entre una función de utilidad y las preferencias de un individuo. Suponiendo que $U(x, y)$ representa las preferencias de un individuo y que $F(x)$ es estrictamente creciente, mostraremos que $V(x, y) \equiv F(U(x, y))$ también representa las preferencias del individuo.

La función de utilidad $V(x, y)$ representará las preferencias del consumidor, $\mathcal{P}$, si y sólo si $V(x_1, y_1) > V(x_2, y_2)$ equivale a $(x_1, y_1)\mathcal{P}(x_2, y_2)$. Es decir, $V(x, y)$ representa las preferencias del consumidor si y sólo si $F(U(x_1, y_1)) > F(U(x_2, y_2))$ equivale a $(x_1, y_1)\mathcal{P}(x_2, y_2)$. Como $F(x)$ es estrictamente creciente tendremos que $F(U(x_1, y_1)) > F(U(x_2, y_2))$ si y sólo si $U(x_1, y_1) > U(x_2, y_2)$ y como esto, por definición, equivale a decir que el consumidor prefiere (x_1, y_1) a (x_2, y_2), concluye la demostración.■

3.1.3 Curvas de indiferencia

Las curvas de indiferencia de un consumidor jugarán un rol análogo al que tuvieron las *isocuantas de producción* en el capítulo anterior.

Definición 3.2 *Suponga que las preferencias de un individuo se representan mediante una función de utilidad $U(x, y)$.*

Dada una canasta de bienes (x_0, y_0) definimos la curva de indiferencia que pasa por (x_0, y_0) como el lugar geométrico de todas las canastas de bienes que gustan al consumidor tanto como (x_0, y_0).

Formalmente, la curva de indiferencia que pasa por (x_0, y_0) vendrá dada por:

$$\mathcal{C} = \{(x, y) : U(x, y) = U(x_0, y_0)\}.$$

En general, una curva de indiferencia será el lugar geométrico de canastas de bienes entre las cuales el consumidor está indiferente.■

La Figura 3.1 muestra la curva de indiferencia de un consumidor determinado que pasa por (x_0, y_0).

Figura 3.1: Curva de indiferencia que pasa por (x_0, y_0)

3.1.4 Propiedad de "más es mejor""

Para desarrollar una teoría acerca de las preferencias del consumidor necesitamos dos axiomas adicionales. El primero de ellos –a cuyo estudio dedicaremos esta subsección– es el siguiente:

Axioma 4 Más es mejor.

Figura 3.2: El consumidor prefiere todas las canastas de bienes de la región achurada a v

Considere la Figura 3.2. Supondremos que el consumidor prefiere todas las canastas de bienes de la región achurada a v. Esto implica que:

- *Si* $x_0 > x_1$ *entonces* $U(x_0, y) > U(x_1, y)$.
- *Si* $y_0 > y_1$ *entonces* $U(x, y_0) > U(x, y_1)$.

Las dos afirmaciones anteriores permiten concluir que las funciones de utilidad serán crecientes en cada uno de sus argumentos o, equivalentemente:[6]

$$\frac{\partial U}{\partial x} > 0 \qquad y \qquad \frac{\partial U}{\partial y} > 0.$$

El axioma anterior formaliza la idea que los "bienes"" hacen honor a su nombre,[7] es decir, es bueno tenerlos y no existe un punto de saturación: los consumidores siempre quieren tener más.

Proposición 3.1 Propiedades Elementales de las Curvas de Indiferencia

1. *Para cada valor de x no puede haber más de un valor de y sobre una curva de indiferencia dada.*
2. *Dos curvas de indiferencia distintas no se intersectan.*
3. *Toda curva de indiferencia,* $\mathcal{C}$, *se puede representar mediante una función continua y decreciente:*
$$\mathcal{C} = \{(x, y(x)); x > 0\},$$
4. *Mientras más hacia la derecha y hacia arriba se encuentre una curva de indiferencia, mayor será la utilidad que esta le reporta al consumidor.*

Demostración

1. Si (x, y_0) y (x, y_1) pertenecen a la misma curva de indiferencia –con $y_0 \neq y_1$–, entonces no se cumple el Axioma 4 (*"más es mejor""*).
2. Aun cuando hay demostraciones muy sencillas de esta propiedad basadas en el Axioma 4, veremos que se puede deducir a partir del Axioma 1. Suponga que dos curvas de indiferencia se intersectan en el punto C, tal como se muestra en la Figura 3.3. Como las curvas de indiferencia $\mathcal{C}_1$ y $\mathcal{C}_2$ no corresponden al mismo nivel de utilidad, una de ellas corresponderá a un nivel de utilidad mayor que la otra. Sin pérdida de generalidad asumimos que las canastas de bienes de $\mathcal{C}_1$ son preferidas a aquellas de $\mathcal{C}_2$. Entonces:
   - Como $B \in \mathcal{C}_1$ y $C \in \mathcal{C}_2$ tendremos que $B\mathcal{P}C$.

[6] Aún cuando el Teorema 3.2 sólo asegura que $U(x, y)$ será continua, generalmente supondremos que se trata de una función derivable en cada uno de sus argumentos.

[7] No sería difícil construir una teoría de "males"" para productos tales como la contaminación, el ruido acústico, etc.

Figura 3.3: Suponer que dos curvas de indiferencia se cortan lleva a una contradicción

- Como $B \in \mathcal{C}_1$ y $C \in \mathcal{C}_1$ tendremos que $B\mathcal{I}C$
- Las dos afirmaciones anteriores son contradictorias entre si, por el Axioma 1.

3. Este demostración se ve en cursos más avanzados.

4. El argumento es similar a la demostración de 1. Se propone como ejercicio.■

3.1.5 Tasa de sustitución en el consumo

La siguiente anécdota sirve para motivar el concepto de *tasa de sustitución marginal en el consumo* que introduciremos a continuación.

La historia trata del cliente habitual de un almacén de barrio que todos los días compraba el mismo número de kilos de marraquetas y litros de leche para su familia. El almacenero ya lo conocía y le tenía listo su paquete con marraquetas y leche antes que lleguara. Un buen día el almacenero se equivocó y colocó un litro de leche de menos en el paquete. Cuando llegó el cliente se dio cuenta del error pero ya era demasiado tarde: la leche se había agotado. El almacenero ofreció al cliente una cantidad adicional de marraquetas para compensar el litro de leche que faltaba. ¿De qué factores depende cuál es el número de kilos adicionales de marraquetas necesarios para compensar el error del almacenero? Parece razonable postular que entre los factores a considerar estarán los siguientes:

- Cuánto le gusta al cliente las marraquetas *comparado a* cuánto le gusta la leche. Mientras mayores sean sus preferencias por la leche comparada al pan, mayor será la cantidad adicional de marraquetas que requerirá.

- Cuántos litros de leche compraba el cliente habitualmente. Mientras menor era esta cantidad, mayor será el número adicional de kilos de marraquetas de que requerirá. Por ejemplo, si el cliente sólo compraba un litro de leche, lo más probable es que el panadero no pueda compensar este litro entregándole más marraquetas. En cambio, si el cliente compraba diez litros de leche cada día, bastará una pequeña cantidad adicional de marraquetas para que no se sienta afectado por el litro de leche faltante.

La situación anterior motiva la siguiente definición:

Definición 3.3 *Sea* $\mathcal{C} = \{(x, y(x));\ x > 0\}$ *una curva de indiferencia de un consumidor y sea* (x_0, y_0) *un punto de* $\mathcal{C}$*. La* **tasa de sustitución marginal en el consumo** *de* Y *por* X *en el punto* (x_0, y_0) *se define como:*

$$TSC_{Y,X}(x_0, y_0) \equiv -y'(x_0).\blacksquare$$

Figura 3.4: Tasa de sustitución marginal de Y por X

La tasa de sustitución marginal en el consumo de Y por X es aproximadamente igual[8] al número de unidades de Y que es necesario entregar al consumidor cuando tiene la canasta de bienes (x_0, y_0) y se le desea quitar una unidad de X, es decir, es la tasa a la cual está dispuesto a intercambiar el bien Y por X. La situación se encuentra representada gráficamente en la Figura 3.4. El número de unidades de Y necesarias para reemplazar una unidad de X es igual a:

$$y(x_0) - y(x_0 + 1) \simeq -y'(x_0) \equiv TSC_{Y,X}(x_0, y_0).$$

La analogía entre la tasa de sustitución en el consumo y la tasa de sustitución tecnológica vista en el Capítulo 2 es manifiesta. En el Capítulo 2 derivamos una expresión que permite calcular la tasa de sustitución tecnológica de manera rutinaria. A continuación derivamos la expresión análoga para la tasa de sustitución marginal en el consumo.

[8] Por un desarrollo de Taylor de primer orden.

Proposición 3.2 *Considere a un individuo cuyas preferencias se pueden representar mediante una función de utilidad $U(x, y)$. Entonces:*

$$TSC_{Y,X}(x, y) = \frac{U_x(x, y)}{U_y(x, y)},$$

donde U_x y U_y denotan las derivadas parciales de $U(x, y)$ respecto de su primer y segundo argumento, respectivamente.

Demostración Análoga a aquella de la Proposición 2.1.■

A continuación presentamos la última propiedad que exigiremos a las curvas de indiferencia.

Figura 3.5: La tasa marginal de sustitución es decreciente sólo en la figura de la izquierda

Axioma 5 Tasa de Sustitución en el Consumo Decreciente

Las curvas de indiferencia (asociadas a las preferencias de un individuo) exhiben tasas de sustitución marginal decrecientes. Es decir, si $\mathcal{C} = \{(x, y(x)); x \geq 0\}$ es una de las curvas de indiferencia de un individuo, entonces:

$$\frac{d}{dx} TSC_{Y,X}(x, y(x)) < 0.$$

Esto equivale a decir que las curvas de indiferencia definen funciones convexas:

$$\frac{d^2 y}{dx^2}(x) > 0. \blacksquare$$

La justificación intuitiva del axioma anterior es la siguiente:

"Mientras mayor sea la cantidad del bien X que un individuo tenga inicialmente, menor será la cantidad del bien Y que habrá que entregarle a cambio de una unidad de X.""

Retornando al ejemplo del cliente y el panadero, si el cliente habitualmente compraba 10 litros de leche se requerirá de mucho menos marraquetas para compensar el litro faltante que si su compra diaria era de sólo un litro. Esto es una consecuencia, precisamente, del hecho que su tasa de sustitución marginal es decreciente.

Figura 3.6: Así lucen las curvas de indiferencia de un individuo

Dadas las propiedades que hemos exigido a las curvas de indiferencia, tenemos que las funciones correspondientes serán decrecientes, continuas y convexas. Generalmente supondremos que son dos veces diferenciables. La colección de curvas de indiferencia del consumidor lucirán como se ve en la Figura 3.6. En el diagrama tenemos $U_2 > U_1 > U_0$. La convexidad de las curvas de indiferencia se debe al Axioma 5, que sean decrecientes al Axioma 4 y que el nivel de utilidad sea mayor mientras más hacia afuera esté la curva también al Axioma 4.

3.1.6 La restricción presupuestaria

La economía estudia como se asignan recursos limitados a la satisfacción de las necesidades materiales de los individuos de una sociedad. Desde el punto de vista de los consumidores, el hecho que los recursos sean limitados se manifiesta en que su nivel de gastos queda determinado por sus ingresos. Esta idea se formaliza a través del concepto de *"restricción presupuestariá"'* que introducimos a continuación.

Sean:

- p_X y p_Y los precios de los bienes X e Y, durante un período de tiempo determinado,
- x e y las cantidades de X e Y que comprará el consumidor en este período,

- I el dinero de que dispone el consumidor para comprar bienes durante el período de tiempo que estamos considerando. Simplificamos el análisis suponiendo que el individuo no puede ahorrar parte de su su ingreso.[9] Entonces I será igual a los *ingresos* del consumidor.

Entonces el consumidor enfrenta la siguiente *restricción presupuestaria*:

$$p_X x + p_Y y \leq I.$$

El consumidor no puede comprar canastas de bienes que le cuesten más que el ingreso de que dispone. La Figura 3.7 representa la situación gráficamente. La región achurada muestra las

Figura 3.7: La restricción presupuestaria

combinaciones de bienes que el consumidor puede comprar con su ingreso.

3.1.7 El principio de maximización de las utilidades del consumidor

La teoría de preferencias del consumidor supone que *“entre las canastas de bienes que un consumidor puede comprar eligirá aquella que más le gusta.””* Esto se conoce como el “principio de maximización de las utilidades del consumidor””.[10]

Sea $U(x, y)$ una función de utilidad que representa las preferencias de un individuo durante un período determinado. Sea I el ingreso del individuo y sean p_X y p_Y los precios de X e Y,

[9] La teoría que sigue se extiende fácilmente al caso en que un individuo puede decidir ahorrar parte de su ingreso. Para ello basta considerar un número de bienes mayor que dos y suponer que uno de estos bienes es igual a los ahorros del individuo.

[10] Este principio es distinto de aquel de maximización de utilidades de una firma. La posibilidad de confusión se debe a utilizar la palabra “utilidad”” para dos conceptos diferentes: ganancias de una firma y representación numérica de las preferencias de un individuo.

respectivamente. Entonces el principio de maximización de utilidades se puede formular diciendo que el individuo resuelve el siguiente problema:

$$\begin{array}{rl} \max_{x,y} & U(x,y) \\ \text{s.a.} & p_X x + p_Y y \leq I. \end{array}$$

Como consecuencia del Axioma 4, el consumidor gastará todo el ingreso que tiene,[11] y siempre eligirá pares (x, y) tales que $p_X x + p_Y y = I$. En consecuencia resuelve:

$$\begin{array}{rl} \max_{x,y} & U(x,y) \\ \text{s.a.} & p_X x + p_Y y = I. \end{array}$$

Al hablar de “restricción presupuestariá”’ en lo que sigue, estaremos haciendo referencia a aquellas canastas de bienes que la satisfacen *con igualdad.*

Solución gráfica

Figura 3.8: Maximización de las utilidades de un consumidor

El problema de maximización de utilidades del consumidor se representa gráficamente en la Figura 3.8. El Axioma 4 implica que el consumidor elegirá de entre aquellas canastas de bienes que cumplen su restricción presupuestaria con igualdad, es decir, gastará todo su ingreso. De entre estas canastas, consumirá aquella que se encuentre sobre una curva de indiferencia con mayor utilidad. Esta canasta estará situada en aquella curva de indiferencia tangente a la restricción presupuestaria, ubicándose justamente en el punto de intersección. Corresponde al punto O de la Figura 3.8.

Los puntos A y B están en curvas con menor utilidad que O. Todas las curvas de indiferencia correspondientes a niveles de utilidad mayores que O no intersectan la restricción presupuestaria

[11] Recuerde que no existe la posibilidad de ahorrar.

y, por lo tanto, el individuo no puede adquirir esas canastas de bienes. El punto O maximiza las utilidades del consumidor.

El consumidor maximiza su utilidad situándose en la (única) curva de indiferencia *tangente* a su restricción presupuestaria. Sobre esta curva de indiferencia elige aquella canasta de bienes situada en el punto de tangencia.

La restricción presupuestaria viene dada por:

$$p_X x + p_Y y = I,$$

o, equivalentemente, por:

$$y = \frac{I}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} x.$$

Como la restricción presupuestaria es tangente a la curva de indiferencia en el óptimo del consumidor, (x^*, y^*), la tasa de sustitución en el consumo en este punto será igual al valor absoluto de la pendiente de la restricción presupuestaria:

$$TSC_{Y,X}(x^*, y^*) = \frac{p_X}{p_Y} \tag{3.3}$$

Como el precio de X es p_X y el precio de Y es p_Y, la tasa a la cual estos bienes se intercambian en el mercado será de una unidad de X por p_X/p_Y unidades de Y. La condición 3.3 implica que un individuo elegirá una canasta de bienes tal que la tasa a la cual él está dispuesto a intercambiar el bien Y por el bien X es igual a aquella sugerida por los precios de mercado.

La canasta de bienes que maximiza el bienestar de un individuo, (x^*, y^*), queda caracterizada por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} TSC_{Y,X}(x^*, y^*) &= \frac{p_X}{p_Y} && (3.4) \\ p_X x^* + p_Y y^* &= I. && (3.5) \end{aligned}$$

Solución Analítica

Recordemos que el problema a resolver es:

$$\begin{array}{ll} \max_{x,y} & U(x,y) \\ \text{s.a.} & p_X x + p_Y y = I. \end{array}$$

Sea $\mathcal{L}(x, y, \lambda) \equiv U(x, y) - \lambda(p_X x + p_Y y - I)$ el lagrangiano correspondiente y supongamos que el máximo se alcanza en un punto *interior*,[12] es decir, en un punto (x_0, y_0) tal que $x_0 > 0, y_0 > 0$. Derivando con respecto a x e y obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda p_X &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_Y &= 0 \end{aligned}$$

[12] Las condiciones de optimalidad se extienden fácilmente al caso en que la canasta elegida por el consumidor involucra ninguna unidad de alguno de los bienes. Como este caso no aporta nada desde un punto de vista conceptual, lo hemos relegado a este pie de página.

Despejando λ de ambas identidades llegamos a:

$$\frac{p_X}{p_Y} = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial y}.$$

Por la Proposición 3.2 esto equivale a:

$$TSC_{Y,X}(x_0, y_0) = \frac{p_X}{p_Y}.$$

Ejemplo 3.3 *Un individuo dispone de 1000 pesos para comprar leche (bien X) y pan (bien Y). El kilo de pan cuesta 100 pesos mientras que el litro de leche vale 200 pesos. Las preferencias del individuo por leche y marraquetas se puede representar por $U(x,y) = x^2y^3$.*

Para determinar cuántos kilos de marraquetas y cuántos litros de leche comprará este consumidor comenzamos por notar que, por el Teorema 3.2, cualquier transformación creciente de $U(x,y)$ también representará las prefencias del consumidor. En este caso los cálculos se simplifican notablemente si trabajamos con el logaritmo de $U(x,y)$. Luego tenemos:

$$\tilde{U}(x,y) \equiv 2\log x + 3\log y.$$

En consecuencia, las condiciones que determinan la canasta de bienes que elegirá el individuo queda determinada por (véase 3.4 y 3.5):

$$\begin{aligned} \frac{2y}{3x} &= 2 \\ 200x + 100y &= 1000. \end{aligned}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones concluimos que la canasta óptima de bienes del consumidor tendrá 6 kilos de marraquetas y 2 litros de leche.■

3.1.8 Una aplicación: el subsidio óptimo

Suponga que el gobierno desea ayudar a los más necesitados y para ello debe decidir entre dos políticas:

1. Subsidiar (en s pesos) el precio del litro de parafina (bien X) que se vende en estaciones de servicio. Si el precio del litro de parafina antes del subsidio era de p_X pesos, después del subsidio será de $(p_X - s)$ pesos.

   Como las familias de menores ingresos compran parafina en bombas de bencina con objeto de calefaccionar sus hogares en invierno mientras que las familias de más altos ingresos reciben la parafina de camiones que la llevan directamente a sus hogares, este subsidio logra *focalizar* la ayuda en quienes realmente se desea favorecer.

   Un individuo que compra parafina en estaciones de servicio resolverá:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & U(x,y) \\ \text{s.a.} \quad & (p_X - s)x + p_Y y = I, \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde Y denota los restantes bienes que consume.

Sea (x_0, y_0) la canasta de bienes que maximiza el bienestar del consumidor. Entonces el costo que tendrá esta política para el gobierno –por el consumidor que estamos considerando– será igual a sx_0 pesos.

2. En lugar de gastar sx_0 pesos para financiar el subsidio del consumidor en la proposición anterior, el gobierno entrega los sx_0 pesos directamente al consumidor para que este los gaste como desee. El precio del litro de parafina no cambia como consecuencia de la política propuesta en este caso y será de p_X pesos.[13] Esto se conoce con el nombre de "subsidio a suma alzadá"'.

   El costo de esta política es igual al de la política descrita en el punto 1. ¿Cuál de ellas beneficia más al consumidor de bajos ingresos?

   En el caso de esta segunda política, el individuo resuelve

$$\begin{array}{ll} \max_{x,y} & U(x,y) \\ \text{s.a.} & p_X x + p_Y y = I + sx_0. \end{array} \tag{3.7}$$

   La canasta de bienes que el consumidor elegirá en el caso del subsidio al precio de la parafina es una canasta que también puede elegir en el caso del subsidio a suma alzada. En efecto, si (x_0, y_0) es esta canasta, entonces satisface la restricción presupuestaria de 3.6:

$$(p_X - s)x_0 + p_Y y_0 \leq I.$$

   lo que equivale a

$$p_X x_0 + p_Y y_0 \leq I + sx_0,$$

   y esta es la restricción presupuestaria para el caso del subsidio a suma alzada.

   En consecuencia, la política delineada en el punto 2 es al menos igual de buena que aquella delineada en 1. Generalmente será mejor, tal como se ilustra en la Figura 3.9.

El resultado anterior –es mejor un subsidio a suma alzada que un subsidio a los precios– se explica notando que un subsidio al precio de un bien lleva al público a consumir "más de lo que debierá"' de este bien, pues no internaliza su costo real. La brecha entre el precio que pagan los consumidores y el costo para el gobierno –igual a s pesos– introduce una distorsión que lleva al sistema de precios a dar las senáles equivocadas a los consumidores.

3.2 Demanda Individual

3.2.1 Función de demanda generalizada

Al resolver el problema de maximización de la utilidad de un consumidor en la sección anterior, determinamos implícitamente las cantidades que un individuo demandará de cada bien como función de su ingreso y los precios correspondientes. Esto motiva la siguiente definición:

[13] Para aplicar esta política en la practica, el gobierno debería conocer la cantidad de parafina que cada consumidor elegiría si el precio de ésta bajara en una cantidad dada. Una aproximación consiste en entregar a cada individuo de bajos ingresos una suma fija de dinero por carga familiar.

Figura 3.9: Un subsidio a suma alzada es mejor que un subsidio a los precios

Definición 3.4 *Sean*

$$x = x(p_x, p_y, I) \qquad e \qquad y = y(p_x, p_y, I) \tag{3.8}$$

los niveles de consumo de los bienes X e Y que maximizan la utilidad de un consumidor –en un período de tiempo determinado– cuando su ingreso es igual a I y los precios de los bienes X e Y son p_X y p_Y, respectivamente. Las funciones definidas en 3.8 se llaman funciones de demanda generalizada por X e Y*, respectivamente.*∎

La proposición que sigue muestra que, tal como era de esperar, la demanda generalizada por un bien sólo cambia si cambia el precio real (relativo al nivel de ingresos del consumidor) de los bienes. Si todos los precios y el ingreso del individuo se duplican, las funciones de demanda generalizada permanecen inalteradas.

Proposición 3.3 Propiedades elementales de las funciones de demanda generalizada *Sea $x = x(p_X, p_Y, I)$ la función de demanda generalizada de un individuo por el bien X en un período de tiempo determinado. Entonces:*

$$\begin{array}{lrcl} (\forall \lambda > 0) & x(\lambda p_X, \lambda p_Y, \lambda I) & = & x(p_X, p_Y, I) \\ (\forall p_X, p_Y > 0) & x(p_X, p_Y, 0) & = & 0. \end{array}$$

Demostración

Se sugiere hacer la demostración correspondiente, tanto gráfica como analíticamente en el caso de la primera identidad, a modo de ejercicio.∎

3.2.2 Efectos de cambios en el ingreso

En esta subsección estudiamos cómo varía la demanda de un consumidor por un bien determinado a medida que varía su ingreso. Con este objeto, fijamos p_X y p_Y en las funciones de demanda generalizada y estudiamos las funciones

$$I \longrightarrow x(p_x, p_y, I) \quad \text{e} \quad I \longrightarrow y(p_x, p_y, I). \tag{3.9}$$

Para simplificar la notación, escribimos $x(I)$ e $y(I)$ en lugar de $x(p_X, p_Y, I)$ y $y(p_X, p_Y, I)$.

Las funciones correspondientes se derivan gráficamente a partir de las curvas de indiferencia de un individuo, tal como se muestra en la Figura 3.10. Las rectas con pendiente común $-(p_X/p_Y)$ definen la restricción presupuestaria del individuo para diversos niveles de ingresos. Estas rectas cortan el eje y en I/p_Y, por lo cual se encuentran más alejadas del origen mientras mayor sea el ingreso del individuo. Las curvas resultantes –aquellas definidas en 3.9 y graficadas en la parte

Figura 3.10: Demanda como función del ingreso

central y derecha de la Figura 3.10– se llaman *curvas de Engel* en honor al economista que a mediados del siglo pasado notó que la fracción del ingreso que una familia gasta en alimentos decrece a medida que crece su ingreso. Es decir, la curva de Engel correspondiente a alimentos luce como la del bien X en la Figura 3.10.

Es perfectamente posible que exista un rango en que la cantidad que un individuo demanda de un bien *decrezca* a medida que su ingreso crece, tal como se aprecia en la Figura 3.11 para el bien X. Esto motiva la siguiente definición.

Definición 3.5 *El bien X se dice* **normal** *si $I \to x(I)$ es creciente e* **inferior** *si existe algún rango de valores de I para los cuales $I \to x(I)$ es decreciente.* ■[14]

[14] Como $x(I) \geq 0$ y $x(I=0) = 0$ tendremos que para valores pequeños de I la demanda (como función del ingreso) siempre será creciente. Es por eso que la definición de bien inferior no exige que $x(I)$ sea decreciente para todo valor de I.

Figura 3.11: Bien inferior: hay un rango en que la demanda cae a medida que el ingreso crece

Figura 3.12: Curvas de Engel para bienes normales y bienes inferiores

La Figura 3.12 ilustra dos situaciones en que las curvas de Engel corresponden a bienes normales y un ejemplo en que se trata de un bien inferior.

Ejemplo 3.4 *Un bien que (posiblemente) es inferior es el de "pasajes de microbús"". Para niveles de ingreso bajos, el número de pasajes de micro demandados (en un período de tiempo determinado) crece con el ingreso familiar: una familia de ingresos muy bajos no puede tomar la micro; si su ingreso aumenta un poco sólo gasta en locomoción para ir al trabajo y si su ingreso crece algo más* *también gastará en locomoción los domingos para ir de paseo. Sin embargo, pasado un cierto nivel de ingreso, una familia gasta menos en pasajes de micro a medida que su ingreso crece: primero reemplaza la micro por taxis colectivos y taxis hasta que finalmente se compra un automóvil y ya no gasta (casi) nada en pasajes de micro. La curva de Engel para pasajes de micro típicamente luciráa como en el caso de la derecha de la Figura 3.12.*■

3.2.3 Función de demanda individual

Al comienzo de esta sección definimos la función de demanda generalizada de un consumidor. Si el bien era X, denotamos esta función mediante $x(p_X, p_Y, I)$. Luego estudiamos qué sucede cuando fijamos p_X y p_Y y sólo hacemos variar el ingreso de individuo obteniendo la curva de Engel correspondiente. A continuación veremos qué sucede cuando dejamos fijos p_Y e I y hacemos variar el precio del bien: p_X.

Definición 3.6 *Si $x = x(p_X, p_Y, I)$ denota la demanda generalizada de un individuo por el bien X en un período de tiempo determinado, entonces definimos la* **función de demanda** *del individuo por el bien X en el período de tiempo correspondiente como la función $p_X \longrightarrow x(p_X, p_Y, I)$.*

Análogamente, la función de demanda por el bien Y quedará definida por $p_Y \longrightarrow y(p_X, p_Y, I)$.

Con objeto de simplificar la notación, denotaremos la función de demanda individual por el bien X, $p_X \longrightarrow x(p_X, p_Y, I)$, mediante $x \longrightarrow x(p_X)$. La notación para la demanda individual para el bien Y será análoga.■

Las funciones de demanda suponen que los precios de los demás bienes y el ingreso del individuo permanecen fijos. Dicho de otra forma, a cada par (p_Y, I) hay asociada una función de demanda por el bien X.

En el Capítulo 1 argumentamos que la función de demanda era decreciente: mientras mayor es el precio, menor será la cantidad demandada. Habiendo establecido los fundamentos subyacentes a la función de demanda estamos en condiciones de determinar si esta propiedad efectivamente se cumplirá. Lo sorprendente es que esta conclusión *no* se puede derivar a partir de la teoría anterior: es perfectamente posible que el precio de un bien suba y la cantidad demandada del bien también.

Suponga que los precios de X e Y son p_X y p_Y, respectivamente. y que un consumidor con ingreso I demanda x unidades de X. Si el precio de X aumenta a p'_X, la recta que define la restricción presupuestaria se desplazará hacia el origen y el consumidor se verá obligado a situarse sobre una curva de indiferencia asociada a un nivel de bienestar inferior. Esto se ilustra en la Figura 3.13.

En general,[15] el consumidor demandará una cantidad menor del bien X tanto porque X ahora es más caro relativo a Y como porque su poder adquisitivo ha descendido debido al alza del precio de X. A continuación vemos cómo separar los dos efectos anteriores:

[15] Como veremos en seguida esto no se cumplirá siempre.

Figura 3.13: Efecto en el aumento en p_X sobre la demanda por X

- **Efecto sustitución**

Figura 3.14: Efecto sustitución y efecto ingreso

Primero suponemos que al consumidor se le permite mantener el mismo nivel de bienestar que tenía antes del aumento del precio de X, a condición de que gaste la menor cantidad de dinero posible con tal objeto. Es decir, el consumidor eligirá aquella canasta de bienes de menor costo (luego del aumento en el precio de X) sobre la curva de indiferencia en que se encontraba originalmente. La tasa de sustitución en el consumo de Y por X de esta canasta será igual a p'_X/p_Y.[16] Cualquier otra canasta de bienes sobre esta curva de indiferencia será mas cara, dado el nuevo precio de X. En esta primera etapa, el individuo se traslada de E a S en la Figura 3.14.

La disminución de la demanda por el bien X como consecuencia de lo descrito en el párrafo anterior se conoce como *efecto sustitución*. La magnitud del efecto sustitución es igual a cuánto disminuye la demanda del bien X debido al cambio del precio relativo de los bienes, suponiendo que al individuo se le entrega la menor cantidad de dinero adicional necesaria para que pueda mantener su nivel de utilidad constante.

El efecto sustitución aisla el impacto del cambio en los precios relativos de los bienes del cambio en el nivel de bienestar del individuo. Aun si se le permitiera mantener su nivel de bienestar inicial, el individuo demandaría una cantidad menor de X.

- **Efecto Ingreso**

  Ahora el individuo debe enfrentar la cruda realidad. El aumento en el precio de X combinado con el hecho que su ingreso no ha aumentado significa que es más pobre. Partiendo de S, le quitamos el ingreso adicional que le dimos (para que no tuviera que cambiar de curva de indiferencia). Si se trata de un bien normal, el consumo de X bajará aún más.

  Este es el paso de S a E' en la Figura 3.14 y se conoce como *efecto ingreso*.

Es importante notar que en realidad el individuo pasa *directamente* de E a E' en la Figura 3.14, sin detenerse en S. Sin embargo, la descomposición de este cambio en los efectos sustitución e ingreso es muy útil desde el punto de vista analítico.

La Figura 3.15 analiza el caso en que el precio de X disminuye.

- Inicialmente el consumidor está en E.
- Al disminuir el precio de X, el consumidor se mueve a S para igualar su tasa de sustitución en el consumo (de Y por X) al nuevo cuociente entre los precios de X e Y. La canasta de bienes en S corresponde a la canasta más barata que permite mantener el nivel de bienestar inicial. La magnitud del crecimiento en la demanda del bien X como consecuencia del paso de E a S es igual a la magnitud del efecto sustitución.
- La disminución del precio de X implica que el consumidor puede obtener niveles mayores de bienestar: puede trasladarse a una curva de indiferencia con una utilidad mayor. El consumidor se trasladará de S a E'. La variación en la cantidad demandada de X será igual al efecto ingreso.

El signo de los efectos sustitución e ingreso

Si p_X aumenta entonces:

- Efecto sutitución: negativo. Es decir, la cantidad demandada disminuye.

[16] La demostración de la afirmación anterior es análoga a aquella que caracteriza la combinación de insumos que minimiza el costo de producción de un bien (véase el Capítulo 2).

Figura 3.15: Efecto sustitución y efecto ingreso cuando el precio de X disminuye

- Efecto ingreso: negativo si se trata de un *bien normal*. Sin embargo, si se trata de un bien inferior y nos encontramos en un rango de precios en que se manifiesta esta inferioridad, la cantidad demandada aumentará.

Si p_X disminuye:

- Efecto sustitución: positivo.
- Efecto ingreso: positivo si el bien es normal. Negativo –en ciertos rangos de precios– si el bien es inferior.

En general tendremos:

$$\begin{array}{c} \text{Cambio en la cantidad} \\ \text{demandada debido a un} \\ \text{cambio en el precio} \end{array} = \begin{array}{c} \text{Cambio debido} \\ \text{al efecto} \\ \text{sustitución} \end{array} + \begin{array}{c} \text{Cambio debido} \\ \text{al efecto} \\ \text{ingreso} \end{array}$$

Acabamos de ver que la demanda por un bien normal cae luego de un aumento del precio del bien. La función de demanda de un bien normal será decreciente. Por lo tanto la función inversa correspondiente, llamada *demanda inversa*, lucirá como se muestra en la Figura 3.16.

En el caso de un bien *inferior*, los efectos sustitución e ingreso tienen signos opuestos y el signo del efecto combinado es incierto. Si, en el rango de precios en que se manifiesta la inferioridad del bien, el efecto dominante es el de ingresos, la demanda no será una función decreciente del precio. Esto nos lleva a considerar la *paradoja de Giffen*.

Figura 3.16: Curva de demanda inversa individual para un bien normal

Ejemplo 3.5 La Paradoja de Giffen

Cuenta la leyenda que el economista inglés del siglo XIX, Robert Giffen, observó que luego de un aumento en el precio de las papas en Irlanda aumentó la cantidad vendida de éstas.

Esta observación se puede explicar notando que las papas no sólo constituían un bien inferior, sino que además correspondían a una fracción importante del gasto de los irlandeses de la época. Irlanda era extremadamente pobre y la dieta de los irlandeses era principalmente a base de papas. El aumento en el precio de las papas trajo consigo una caída importante del ingreso “real”” de los irlandeses y los forzó a disminuir su consumo de alimentos de “lujó”’. Esto, a su vez, los llevó a consumir más papas. ■

Existe *la posibilidad* de que en un cierto rango la demanda *crezca* a medida que el precio crece. Esto no sucederá para cualquier bien inferior pues basta que el efecto sustitución siempre sea mayor que el efecto ingreso para que la demanda sea decreciente. Es necesario que el efecto ingreso tenga signo opuesto y sea de magnitud mayor que el efecto sustitución para que la demanda por un bien presente tramos en que es creciente. Cuando esto sucede diremos que el bien es un *bien de Giffen.*

La demanda por un bien de Giffen podría lucir cómo se muestra en el lado derecho de la Figura 3.17 con curvas de indiferencia como aquellas del lado izquierdo de la figura.

3.2.4 Cambios en los precios de otros bienes

En las subsecciones anteriores estudiamos cómo la cantidad que un individuo demanda de un bien varía con su ingreso y el precio del bien. En esta subsección estudiamos el efecto de cambios en los precios de otros bienes.

Dada la función de demanda generalizada, $x(p_X, p_Y, I)$, estudiaremos el efecto de un aumento en el precio de Y, p_Y, sobre la demanda por X. Como los ingresos del individuo permanecen fijos,

Figura 3.17: Curva de demanda inversa individual para un bien de Giffen

éste se verá obligado a tener un nivel de bienestar menor, es decir, a situarse sobre una curva de indiferencia con una utilidad menor: su nueva restricción presupuestaria está más cerca del origen. El paso de una curva de utilidad a otra también se puede descomponer en un efecto sustitución y un efecto ingreso:

Figura 3.18: Efectos sustitución e ingreso cuando sube el precio de otro bien

- El consumidor se traslada de E a S a lo largo de la curva de indiferencia original, tal como se ilustra en la Figura 3.18. En el punto S el consumidor mantiene su nivel de bienestar inicial al menor costo adicional posible. El cambio en la cantidad demandada de X corresponde al *efecto sustitución*.

- A continuación se le quita el ingreso adicional y el consumidor pasa a una curva de indiferencia con una utilidad menor. Este es el paso de S a E' y se conoce como *efecto ingreso*.

El signo del efecto sustitución siempre será positivo: un aumento en el precio de Y llevará a un mayor consumo de X para un nivel de bienestar dado que se mantiene sin derroche de recursos.

El signo del efecto ingreso será positivo si X es un bien normal y negativo si es un bien inferior.

Proponemos, a modo de ejercicio, descomponer el efecto de una disminución en el precio del bien Y sobre la demanda por X en los efectos sustitución e ingreso.

3.2.5 Sustitutos y complementos

Esperaríamos que un alza en el precio del pescado tuviera como consecuencia un aumento en la demanda por pollo pues el público tendería a reemplazar parte de su consumo de pescado por pollo. En cambio, un alza en el precio de la electricidad normalmente causará una caída en la demanda por estufas eléctricas.

En esta sección vemos cómo formalizar los conceptos de "sustitutos"" y "complementos"", implícitos en el párrafo anterior.

Una posible definición sería decir que X es sustituto de Y si cualesquiera que sea el ingreso del consumidor y el precio del bien X, un aumento en el precio de Y trae consigo un aumento en la cantidad demandada del bien X. Formalmente:

$$\frac{\partial x(p_X, p_Y, I)}{\partial p_Y} > 0.$$

Esta definición es inconveniente porque los roles de X e Y no son simétricos. Podría suceder que X es sustituto de Y y, sin embargo, Y no es sustituto de X. Esto podría suceder si X es un bien normal (de modo que $\partial x/\partial p_Y > 0$ pues tanto el efecto ingreso como el efecto sustitución son positivos) e Y un bien inferior (con un efecto ingreso muy grande, de modo que $\partial y/\partial p_X < 0$). La asimetría se debe a que el signo del efecto ingreso de dos bienes no necesariamente será el mismo pues uno de los bienes puede ser normal y el otro inferior.

Una definición alternativa –que resulta ser simétrica– afirma que X es sustituto de Y si el efecto sustitución debido a un alza en el precio de Y sobre la demanda de X es positivo. Si el número de bienes considerados es dos,[17] esta definición implica que ellos siempre serán sustitutos entre sí. En este caso el signo del efecto sustitución siempre será positivo.

La situación se torna más interesante cuando consideramos más de dos bienes. En tal caso la definición anterior sigue siendo simétrica –el bien X es sustituto de Y si y sólo si el bien Y es sustituto de X– y además puede suceder que el signo del efecto sustitución sea negativo. Si esto sucede diremos que los dos bienes son *complementarios*.

En resumen, dos bienes son sustitutos el uno del otro si, manteniendo fijos los niveles de bienestar y los precios de los demás bienes, la cantidad demandada de cada uno de ellos sube cuando sube

[17] Esta es la úniva vez a lo largo de este apunte que un concepto no se puede presentado sin suponer que hay al menos tres bienes en la economía. En un mundo con dos bienes no existen los bienes complementarios.

el precio del otro. Si en las condiciones anteriores un aumento en el precio de un bien trae consigo una baja en la demanda por el otro bien, ambos bienes se dicen complementarios.

3.2.6 Acerca de una analogía

Varias veces a lo largo de este capítulo hemos tenido el sentimiento de *"deja vú"'*, es decir, de ya haber visto conceptos similares en el capítulo anterior sobre la oferta.

Las curvas de indiferencia tienen un rol similar al de las isocuantas de producción; la restricción presupuestaria a las rectas de isocosto; la función de utilidad a la función de producción; la tasa de sustitución en el consumo a la tasa de sustitución tecnológica; etc.[18]

Sin embargo, existe una diferencia importante entre los fundamentos en que se basan la oferta y la demanda. La función de producción de una firma es un concepto más concreto que una función de utilidad que representa las preferencias de un individuo. Es más fácil inferir que una firma no maximiza sus utilidades que sorprender a un consumidor que no elige aquellas canastas de bienes que más le gustan. Por muy caprichosas que sean las canastas de bienes que elija, casi siempre podremos interpretar las elecciones de un consumidor como aquellas que le proveen más bienestar. Depués de todo, *"sobre gustos no hay nada escritó"'*... El axioma de maximización de utilidades por parte de un individuo casi no tiene consecuencias que sean testeables en la práctica,[19] a diferencia del axioma de maximización de utilidades por parte de una firma. Por ejemplo, en el caso de una firma podemos ver, eventualmente, hasta qué punto los costos marginales coinciden con el precio de venta del bien. Concluimos que la teoría de la oferta tiene una base más sólida que la teoría de la demanda.

3.3 Demanda de mercado

En las secciones anteriores estudiamos las preferencias de cada individuo por separado, obteniendo una función de demanda para cada consumidor. El concepto que nos interesa para el modelo de competencia perfecta (véase el Capítulo 1) es aquel de *demanda de mercado*, es decir, aquel que corresponde a la suma de las demandas individuales. En esta sección definimos la demanda de mercado y estudiamos sus principales propiedades basandonos en lo que aprendimos sobre la demanda individual en las secciones anteriores.

3.3.1 Definición y propiedades elementales

Definición 3.7 *Considere una economía con m individuos y en la cual se produce dos bienes: X e Y.*

Sea I_i el ingreso del i-ésimo individuo (en un período de tiempo determinado) y denotemos mediante $x_i(p_X, p_Y, I_i)$ su función de demanda generalizada por el bien X (en el mismo período de tiempo).

[18] Es posible formalizar esta analogía mediante el concepto de dualidad, cosa que corresponde a textos más avanzados.

[19] En cursos más avanzados se ve algunas implicaciones medibles al estudiar los conceptos de demanda compensada y preferencia revelada. Sin embargo, estos ejemplos no revierten el argumento que sigue.

La curva de demanda de mercado generalizada *por el bien X se define como la suma de las demandas generalizadas individuales:*

$$Q_D(p_X, p_Y, I_1, I_2, \ldots, I_m) \equiv \sum_{i=1}^{m} x_i(p_X, p_Y, I_i).\blacksquare$$

Proposición 3.4 Propiedad elemental de la función de demanda generalizada *La demanda de mercado generalizada satisface:*

$$(\forall \lambda > 0) \qquad Q_D(\lambda p_X, \lambda p_Y, \lambda I_1, \ldots, \lambda I_m) = Q_D(p_X, p_Y, I_1, \ldots, I_m).$$

Demostración Consecuencia directa de la Proposición 3.3.$\blacksquare$

Definición 3.8 *Sea $Q_D = Q_D(p_X, p_Y, I_1, \ldots, I_m)$ la demanda generalizada de mercado por el bien X (en un período de tiempo determinado). La función*

$$p_X \longrightarrow Q_D(p_X, p_Y, I_1, \ldots, I_m),$$

que se obtiene fijando $p_Y, I_1, \ldots, I_m$ y haciendo variar sólo p_X se llama demanda de mercado *por el bien X. Habitualmente la denotaremos mediante $Q_D(P)$.*$\blacksquare$

Figura 3.19: Construcción gráfica de la demanda de mercado a partir de las demandas individuales

En la Figura 3.19 se muestra cómo construir gráficamente la demanda de mercado a partir de las demandas individuales en el caso en que el número de consumidores es igual a dos.

En el Capítulo 1 dibujamos las curvas de demanda[20] (de mercado) suponiendo que se trataba de funciones decrecientes: la cantidad demandada bajaba a medida que el precio del bien crecía. La teoría sobre las preferencias de un individuo *no* nos permite inferir que toda función de demanda será decreciente. Si un bien es de Giffen para la mayor parte de la población,[21] habrá rangos en que su demanda será creciente.

Los bienes de Giffen son poco comunes y generalmente la demanda de mercado por un bien será una función decreciente de su precio. Sin embargo, es distinto afirmar que la teoría acerca de las preferencias de los consumidores permite asegurar que las curvas de demanda son decrecientes –lo cual es falso– a decir que empíricamnte se ha constatado que la mayoría de los bienes tiene una curva de demanda decreciente, lo cual es cierto.

Un tema de controversia entre los economistas durante la primera mitad de este siglo fue si el principio de maximización de utilidades permitía asegurar que toda curva de demanda era decreciente. La discusión fue zanjada por Samuelson hacia 1950, cuando mostró que individuos que maximizan su utilidad pueden dar origen a una demanda de mercado que crece con el precio del bien. La demostración correspondiente utilizó un análisis similar al presentado en este capítulo.

En el caso de la oferta de una industria perfectamente competitiva, nuestra intuición acerca del signo de la pendiente se vio confirmada. En el capítulo anterior mostramos que la oferta de una industria perfectamente competitiva era una función creciente del precio. En el caso de la demanda de mercado, en cambio, es perfectamente posible que los consumidores maximicen sus utilidades y haya rangos en que la demanda de mercado *no* sea decreciente en el precio del bien.

3.3.2 Desplazamientos de la demanda de mercado

La curva de demanda de mercado $p_X \longrightarrow Q_D(p_X, p_Y, I_1, \ldots, I_m)$ supone fijos los siguientes factores:

- Precios de los demás bienes.
- Ingreso de cada uno de los consumidores y, por lo tanto, distribución del ingreso total:$\sum I_i$.
- Preferencias y gustos de los consumidores.

Esto fue precisamente lo que intuimos en el Capítulo 1 al afirmar que la demanda de mercado se desplazaría hacia una nueva posición si alguna de las cantidades anteriores cambiaba.

Por ejemplo, si el bien X es normal para todos los consumidores[22] y el ingreso de algunos de ellos aumenta, entonces la curva de demanda se desplazará hacia afuera. En efecto, para cada valor de p_X tendremos que $x_i(p_X, p_Y, I_i)$ crecerá para aquellos individuos cuyo ingreso aumentó y, por lo tanto, lo mismo sucederá con $Q_D(P)$. El desplazamiento de la curva de demanda de mercado inversa correspondiente se muestra en la Figura 3.20.

Es habitual abusar del lenguaje y hablar de "un aumento de la demandá"' cuando la la curva de demanda se desplaza hacia afuera tal como lo hace en la Figura 3.20.

[20] Lo que realmente dibujamos fueron las curvas de demanda inversa.

[21] Nótese que un bien puede ser de Giffen para algunos individuos y no serlo para otros.

[22] Nótese que un mismo bien puede ser normal para algunos consumidores e inferior para otros.

Figura 3.20: Desplazamiento de la demanda de un bien normal luego de un aumento de los ingresos

3.3.3 Efecto de la distribución del ingreso

En la subsección anterior vimos qué sucedía cuando aumentaba el ingreso de algunos individuos. En esta sección veremos qué sucede si cambia la *distribución del ingreso* entre los individuos de una sociedad. El ingreso total permanecerá fijo pero su distribución variará. En este caso el ingreso de algunos individuos aumentará mientras que el de otros disminuirá.

Consideremos el caso en que mejora la distribución del ingreso, es decir, el ingreso de personas con bajos ingresos aumenta y el ingreso de sectores de altos ingresos disminuye (de modo que el ingreso total no cambia). Supondremos que el bien que estamos considerando es normal para toda la población.

La demanda de los individuos de más bajos ingresos aumentará,[23] mientras que aquella de los individuos de más altos ingresos caerá. El efecto combinado de estos cambios sobre la demanda de mercado es incierto y dependará de cuál efecto es mayor. Si se trata de un bien de primera necesidad (e.g. alimentos), esperaríamos que el aumento en la demanda por parte de los sectores de más bajos ingresos fuera mayor que la disminución en la demanda de los sectores de más altos ingresos. En este caso la demanda de mercado se desplazará hacia afuera. En cambio, si se trata de un bien de lujo (e.g. yates) esperaríamos que la demanda de mercado baje, pues el aumento en la demanda de sectores de bajos ingresos será imperceptible mientras que la disminución en la demanda de consumidores con altos ingresos será algo mayor.

Para presentar formalmente el argumento anterior necesitamos una definición de *bien de primera necesidad* y *bien de lujo* o *bien suntuario*.

Definición 3.9 *Diremos que el bien normal X es* de primera necesidad[24] *si la cantidad adicional*

[23] Es decir, se desplazará hacia la derecha y hacia afuera.
[24] Para un individuo determinado

que el consumidor demanda luego de un aumento en sus ingresos decrece a medida que crece su ingreso.

Denotando mediante $x(I)$ la demanda del consumidor por el bien X (como función de su ingreso), esto equivale a afirmar que la función $x(I)$ es cóncava.[25]

Diremos que un bien es suntuario *o* de lujo *para un consumidor determinado, si su curva de demanda como función de su ingreso es convexa.*■[26]

El diagrama de la izquierda en la Figura 3.12 corresponde a un bien de primera necesidad mientras que aquel del centro de la misma figura corresponde a un bien de lujo.

La definición anterior de bien de primera necesidad y bien de lujo es más restrictiva –hay menos bienes que la cumplen– que aquellas empleadas habitualmente en la literatura. Es la opinión del autor que captura mejor la intuición que motiva los conceptos anteriores. La definición habitual de bien de primera necesidad –debida a Marshall– exige que la fracción que un individuo gasta en un bien caiga a medida que crece su ingreso. Es decir, la función $I \to x(I)/I$ será decreciente. Habitualmente se llama bien de lujo a aquel para el cual $I \to x(I)/I$ es creciente.

Si un bien es de primera necesidad de acuerdo a la definición adoptada en este apunte, tendremos que para $0 < \lambda < 1$ e $I > 0$:

$$\begin{aligned} x(\lambda I) &= x(\lambda I + (1-\lambda)0) \\ &\geq \lambda x(I) + (1-\lambda)x(0) \\ &= \lambda x(I). \end{aligned}$$

Dividiendo ambos miembros de la desigualdad anterior por λI concluimos que $x(\lambda I)/\lambda I > x(I)/I$, por lo cual $I \to x(I)/I$ es decreciente. Luego hemos mostrado que la definición adoptada en este apunte es al menos igual de restrictiva que aquella utilizada habitualmente en la literatura. La Figura 3.21 permite concluir que esta definición es más restrictiva que la habitual. Muestra un ejemplo de un bien que es de primera necesidad en el sentido habitual –las tangentes de las lineas punteadas son proporcionales a la fracción del ingreso que gasta el consumidor en el bien X– pero no lo es de acuerdo a la definición adoptada en este apunte: la función $I \to x(I)$ presenta un punto de inflexión.

Los diagramas de la izquierda y del centro de la Figura 3.12 permiten intuir que si mejora la distribución de los ingresos, la demanda por un bien de primera necesidad crecerá mientras que aquella de un bien suntuario bajará. La siguiente proposición muestra qué sucede cuando esta idea se lleva a una situación extrema. En ella se determina cuál distribución de ingresos traerá consigo una mayor demanda por un bien determinado.[27]

Proposición 3.5 *Considere una sociedad en que todos los individuos tienen las mismas preferencias pero sus ingresos pueden ser distintos. Sea $\overline{I}$ el ingreso total de esta sociedad.*

[25] Es decir, $(\forall I_1, I_2 \geq 0)(\forall \lambda \in [0,1]) \quad x(\lambda I_1 + (1-\lambda)I_2) \geq \lambda x(I_1) + (1-\lambda)x(I_2)$.

[26] Es decir, $(\forall I_1, I_2 \geq 0)(\forall \lambda \in [0,1]) \quad x(\lambda I_1 + (1-\lambda)I_2) \leq \lambda x(I_1) + (1-\lambda)x(I_2)$.

[27] El vector $(I_1, \ldots, I_m)$ con $\sum_i I_i = I$ e $I_i \geq 0$ es una distribución del ingreso total de una sociedad, I, entre los m individuos que la componen, para la cual el i-ésimo individuo tiene un ingreso de I_i.

Figura 3.21: Bien que es de primera necesidad de acuerdo a la definición habitual pero no lo es de acuerdo a la definición adoptada en este apunte

1. *La mayor demanda posible por un bien de primera necesidad se obtiene cuando la distribución del ingreso es uniforme, es decir, cuando el ingreso de cada uno de los m individuos de la sociedad es igual a $\overline{I}/m$.*[28]

2. *La mayor demanda posible por un bien suntuario se obtiene cuando el ingreso está totalmente concentrada en un individuo, es decir, cuando un individuo tiene todo el ingreso y los demás no tienen nada.*[29]

Demostración

1. Sea $x(I_i)$ la demanda por el bien X de un individuo con ingreso igual a I_i. Nótese que no es necesario subindiciar la función $x(I)$ pues hemos supuesto que las preferencias de todos los individuos son iguales. El problema a resolver es:

$$\begin{array}{ll} \max_{I_1,\dots,I_m} & \sum_i x(I_i) \\ \text{s.a.} & \sum_i I_i = I. \end{array}$$

Como $x(I)$ es cóncava, tendremos que:

$$x\left(\frac{1}{m}I_1 + \frac{1}{m}I_2 + \ldots + \frac{1}{m}I_m\right) \geq \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x(I_i).$$

[28] Si la definición de bien de primera necesidad exige que la función $x(I)$ sea *estrictamente* cóncava, entonces el máximo anterior es único.

[29] Si la definición de bien de lujo exige que la función $x(I)$ sea *estrictamente* convexa, entonces la menor demanda de mercado se alcanza sólo en las situaciones recién descritas.

Luego:

$$\sum_{i=1}^{m} x(I_i) \leq mx\left(\frac{\overline{I}}{m}\right).$$

La expresión del lado derecho de la desigualdad anterior corresponde a la demanda que habrá si todos los individuos tienen el mismo ingreso. Concluimos que la mayor demanda de mercado se alcanzará cuando la distribución del ingreso sea uniforme.

2. Como consecuencia de la definición habitual de bien de lujo tendremos que:

$$\frac{x(\sum I_i)}{\sum I_i} \geq \frac{x(I_j)}{I_j}, \qquad j = 1, \ldots, m.$$

Multiplicando la j-ésima desigualdad anterior por $\lambda_j \equiv I_j / \sum I_i$ y sumando sobre j lleva a:

$$x\left(\sum_{i=1}^{m} I_i\right) \geq \sum_{i=1}^{m} x(I_i).$$

La expresión del lado izquierdo de la desigualdad anterior es igual a la demanda que habrá si todo el ingreso está en manos de un individuo.[30] En consecuencia, la demanda alcanzará su mayor valor en este caso.■

3.3.4 Elasticidad-ingreso de la demanda

En el Capítulo 1 vimos el concepto general de elasticidad. En esta subsección usaremos este concepto para medir cuánto varía la demanda de mercado por un bien cuando crece el ingreso de *todos* los individuos sin que se altere la distribución del ingreso.

Preguntas como *"¿en qué porcentaje aumentará el consumo de un cierto bien si el ingreso total de una sociedad aumenta en un 1%?""* son ambiguas mientras no especifiquemos qué sucede con el ingreso de cada uno de los individuos. Si consideramos el caso en que el ingreso de cada uno de los consumidores aumenta en un 1%, la pregunta tiene sentido.

Formalmente, sea $Q_D = Q_D(P_X, P_Y, I_1, \ldots.., I_m)$ la demanda de mercado (generalizada) por el bien X y sea I_i el ingreso del i-ésimo consumidor. Denotemos mediante $I \equiv \sum I_i$ el ingreso total y mediante $\mu_i \equiv I_i/I$ la fracción del ingreso total que recibe el i-ésimo consumidor. Entonces podemos escribir la función de demanda de mercado generalizada como

$$Q_D = Q_D(P_X, P_Y, I, \mu_1, \ldots, \mu_m) \tag{3.10}$$

y la pregunta anterior equivale a calcular el efecto de un aumento en un 1% de I dejando fijos los precios y los μ_i (es decir, sin variar la distribución del ingreso).

Definición 3.10 *Adoptamos la notación introducida en 3.10 y suponemos que los precios de todos los bienes y la distribuición del ingreso permanecen fijos.*

Definimos la elasticidad de la demanda respecto del ingreso*, también llamada* elasticidad-ingreso de la demanda*, mediante:*

$$e_{Q,I}(I) = \frac{\partial Q_D}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q}.■$$

[30] Recuerde que $x(0) = 0$.

La fracción del ingreso que los consumidores gastan en el bien X crecerá luego de un (pequeño) aumento en los precios si y sólo si:

$$\frac{\partial}{\partial I}\left(\frac{PQ_D(I)}{I}\right) > 0, \tag{3.11}$$

donde $Q_D(I)$ y P denotan la demanda por el bien como función del ingreso total[31] y el precio del bien, respectivamente. Tenemos que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial I}\left\{\frac{PQ_D(I)}{I}\right\} &= \frac{P}{I}\frac{\partial Q_D(I)}{\partial I} - \frac{P}{I^2}Q_D(I)\\ &= \frac{PQ_D(I)}{I^2}(e_{Q,I}-1).\end{aligned}$$

Luego la fracción del ingreso que los individuos gastan en un bien caerá a medida que su ingreso crece si la elasticidad-ingreso de la demanda es menor que uno y crecerá si ésta es mayor que uno. Si adoptamos las definiciones "habituales"" de bien de primera necesidad y bien de lujo podemos concluir que un bien será de primera necesidad si y sólo si su elasticidad-ingreso es menor que uno y de lujo si y sólo si esta elasticidad es mayor que uno.[32]

En la sección 3.2.2 vimos la Ley de Engel, que afirma que la fracción de su ingreso que una familia gasta en alimentación decrece a medida que sus ingresos crecen. En vista de lo anterior podemos enunciar esta ley de una manera diferente: afirma que la elasticidad-ingreso de la demanda por alimentos es menor que uno.

3.3.5 Elasticidad precio de la demanda

A continuación utilizamos el concepto de elasticidad para ver cúan sensble es la demanda de mercado a cambios en el precio del bien.

Definición 3.11 *Considere un bien cuya demanda de mercado viene dada por $Q_D(P)$. La* elasticidad de la demanda respecto del precio *del bien, generalmente llamada* elasticidad-precio de la demanda, *se define como:*

$$e_{Q,P}(P) \equiv \frac{\partial Q}{\partial P}(P)\cdot\frac{P}{Q}.\blacksquare$$

La elasticidad-precio de la demanda será (aproximadamente) igual a la variación porcentual de la demanda luego de un aumento de un 1% en el precio del bien. Su valor dependerá del precio inicial del bien, por eso se denota $e_{Q,P}(P)$. Por ejemplo, si $e_{Q,P}(500) = -2$, significa que un aumento de precio de un 1% (50 pesos) lleva a una disminución de la demanda del 2%. La definición de elasticidad-precio de la demanda supone que los ingresos de los individuos y el precio de los demás bienes permanecen fijos, es decir, sólo tiene sentido ceteris paribus.

Salvo que se trate de un bien que es de Giffen para la mayoría de los consumidores, la elasticidad-precio de la demanda será negativa pues $\partial Q/\partial P$ será menor que cero.

[31] Seguimos suponiendo que la distribución del ingreso y los precios de los demás bienes permanecen fijos.

[32] En el caso de las definiciones adoptadas en este apunte, las condiciones anteriores son necesarias –se cumplirán para bienes de primera necesidad y bienes de lujo– pero no suficientes.

3.3.6 Curvas de demanda elásticas e inelásticas

La elasticidad-precio de la demanda permite cuantificar cómo variará la cantidad que demandarán los consumidores luego de un cambio (relativamente pequeño) en el precio del bien. Desde el punto de vista económico, es igualmente interesante determinar cómo variará la cantidad de dinero que gastan los consumidores en un bien como consecuencia de cambios en su precio o, equivalentemente, cómo variará el ingreso por ventas de la industria que produce el bien.

Luego de un alza en el precio de un bien, P, la cantidad demandada, $Q_D(P)$, generalmente caerá. Como el precio del bien será mayor, no es obvio qué sucederá con el ingreso por ventas: PQ. Con objeto de determinar si los ingresos por ventas también caen, realizamos el siguiente cálculo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial P}\{PQ_D(P)\} &= Q_D(P) + P\frac{\partial Q_D}{\partial P}\\ &= Q_D(P)\left(1+\frac{\partial Q_D}{\partial P}\frac{P}{Q}\right)\\ &= Q_D(P)\cdot(1+e_{Q,P}). \qquad (3.12)\end{aligned}$$

Como $Q_D(P) > 0$, tendremos:

- El gasto en el bien –y, por lo tanto, los ingresos de la industria por la venta del bien– aumentará luego de un pequeño aumento del precio si $e_{Q,P} > -1$.
- El gasto en el bien no cambiará si $e_{Q,P} = -1$.
- El gasto en el bien disminuirá si $e_{Q,P} < -1$.

Las definiciones anteriores motivan la siguiente definición:

Definición 3.12 *La curva de demanda de mercado por un bien, $Q_D(P)$, se dirá:*

- Elástica *si* $e_{Q,P}(P) < -1$.
- Con elasticidad unitaria *si* $e_{Q,P}(P) = -1$.
- Inelástica *si* $e_{Q,P}(P) > -1$.■

Las definiciones anteriores suponen un valor de P dado, es decir, una curva de demanda de mercado puede tener porciones en que es elástica y porciones en que es inelástica.

Las consecuencias de la ecaución 3.12 se pueden resumir en la siguiente tabla:

	Gasto en el bien	
Curva de demanda	Precio sube	Precio baja
Elástica	Cae	Aumenta
Unitaria	No cambia	No cambia
Inelástica	Aumenta	Cae

Figura 3.22: Demanda perfectamente inelástica (izquierda) y perfectamente elástica (derecha)

El diagrama de la izquierda en la Figura 3.22 muestra cómo luce una curva de demanda con elasticidad-precio de la demanda igual a cero. En este caso diremos que la demanda es *perfectamente inelástica.* La cantidad demandada *no* dependerá del precio: siempre será la misma. La demanda de bienes sin buenos sustitutos será altamente inelástica. Entre estos bienes están los alimentos básicos como el pan y la leche.

El diagrama de la izquierda en la Figura 3.22 muestra cómo luce una curva de demanda con elasticidad-precio de la demanda igual a $-\infty$. El más mínimo aumento en el precio del bien trae consigo una caída abrupta de la demanda a cero. En este caso diremos que la curva de demanda es *perfectamente elástica.* La demanda de un bien con un sustituto muy cercano será similar a aquella de un bien con demanda perfectamente elástica.

Ejemplo 3.6 *El paradigma de competencia perfecta supone que las fimas toman los precios como dados. Al maximizar sus utilidades suponen que el precio del bien, P, está fijo. Cada firma cree que puede vender la producción que desee al precio de mercado. Esto equivale a decir que las firmas competitivas actúan como si enfrentaran una demanda perfectamente elástica al precio de mercado del bien que venden.* ∎

3.3.7 Algunas funciones de demanda

En esta subsección veremos algunas familias de funciones de demanda que son utilizadas frecuentemente en la práctica. Ellas son relativamente simples y a menudo consituyen buenas aproximaciones de curvas de demanda reales.

Demanda de mercado lineal

Figura 3.23: Curva de demanda lineal

Consideremos una demanda de mercado lineal (véase la Figura 3.23):

$$Q_D(P) = a - bP \; ; \qquad\qquad 0 \leq P \leq \frac{a}{b}.$$

Entonces:

$$e_{Q,P}(P) = -b\frac{P}{Q} = \frac{-bP}{a - bP}.$$

Luego tendremos que:

- $e_{Q,P}(P) > -1$ si $P < a/2b$.
- $e_{Q,P}(P) = -1$ si $P = a/2b$.
- $e_{Q,P}(P) < -1$ si $P > a/2b$.

La demanda será inelástica para valores pequeños de P y elástica para valores (relativamente) grandes. De hecho, $e_{Q,P}(P = 0) = 0$ y $e_{Q,P}$ crece con P de modo que:

$$\lim_{P \to (a/b)^-} e_{Q,P}(P) = -\infty.$$

Aún cuando una curva de demanda lineal es, en algún sentido, el caso más simple, el hecho que la elasticidad-precio de la demanda varíe tanto –y de una manera tan particular– limita su aplicación en problemas reales.

Curvas de demanda con elasticidad constante

¿Cuáles son las curvas de demanda para las cuales $e_{Q,P}(P)$ toma el mismo valor, cualesquiera que sea el precio?

Para determinar estas curvas, resolvemos:

$$e_{Q,P}(P) = k$$

Es decir,

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = k\frac{Q}{P},$$

de donde:

$$\frac{\partial Q}{Q} = k\frac{\partial P}{P}.$$

Por la suposición de ceteris paribus, podemos tratar ambas derivadads parciales como totales. Integrando entre P_0 y P obtenemos:

$$\ln\frac{Q}{Q_0} = k\ln\frac{P}{P_0}.$$

En consecuencia, la familia de funciones de demanda con elasticidad-precio de la demanda constante está formada por funciones de la forma:

$$Q_D(P) = AP^k. \tag{3.13}$$

Cualquier demanda de mercado distinta de 3.13 tendrá una elasticidad-precio de la demanda que dependerá del precio del bien.

La elasticidad-precio de la demanda de la curva de demanda definida en 3.13 será igual a k. Luego la demanda será elástica (en todas partes) si $k < -1$, unitaria si $k = -1$ y elástica si $k > -1$.

3.3.8 Elasticidad-precio cruzado de la demanda

Definición 3.13 *Sea $Q_X = Q_X(P_X, P_Y, I_1, \ldots, I_m)$ la demanda de mercado (generalizada) del bien X y supongamos que el precio de X y el ingreso de cada individuo permanecen fijos.*

La elasticidad de la demanda de X respecto al precio de Y*, también llamada* elasticidad-precio cruzado de la demanda*, se define como:*

$$e_{Q_X,P_Y} = \frac{\partial Q_X}{\partial P_Y}\cdot\frac{P_Y}{Q_X}.\blacksquare$$

La elasticidad-precio cruzado de la demanda mide cuánto variará la demanda por X luego de un aumento en un 1% en el precio de Y. Esperaríamos que esta elasticidad sea positiva si ambos bienes son sustitutos y negativa si son complementos.

3.3.9 Estimación de elasticidades

El problema de cómo se estiman las curvas de demanda y, en consecuencia, las elasticidades correspondientes, va bastante más allá de este curso.[33]

A continuación mostramos algunas elasticidades que han sido estimadas en los Estados Unidos[34] En cada caso se supuso que las curvas de demanda tenían elasticidades constantes y se estimó aquellos valores para la elasticidad-precio y elasticidad-ingreso que mejor ajustaban los datos. La tabla con elasticidades es la siguiente:

Bien	*Elasticidad-ingreso*	*Elasticidad-precio*
Alimentos	0.28	−0.21
Automóviles	3.00	−1.20
Arriendos	1.00	−0.18
Cerveza	0.93	−1.13
Viviendas	1.20	−1.20

Es interesante notar lo siguiente:

- La elasticidad-ingreso de bienes de primera necesidad (alimentos) es mucho menor que aquella de bienes "suntuarios"" (automóviles). Es decir, si aumenta el ingreso en un 1%, la fracción del ingreso que los individuos destinarán a comprar automóviles crecerá en un 3% mientras que aquella fracción que gastan en alimentos crecerá en un 0.28%.[35] Esto es consistente con la definición habitual de bien de primera necesidad y bienes de lujo.

- La elasticidad-precio de todos los bienes en la tabla es relativamente pequeña. La demanda por arriendos es prácticamente inelástica poniendo de manifiesto que se trata de un bien que no tiene sustitutos cercanos.[36]

- No es sorprendente que la elasticidad-precio de la demanda por viviendas sea mayor que aquella por arriendos pues arrendar una vivienda sí es un buen sustituto para la compra de una casa.

3.3.10 Aplicación: impuestos progresivos e impuestos regresivos

Los impuestos que pagan los ciudadanos de un país sirven para financiar una serie de bienes y servicios –carreteras, hospitales, colegios, defensa, etc.– que mejoran su calidad de vida. Suponiendo que es posible cuantificar el beneficio que recibe cada ciudadano de los bienes y servicios que se financian con sus impuestos, tendremos que una medida del efecto redistributivo que tienen los impuestos es la diferencia que existe entre lo que pagan y lo que reciben contribuyentes de distintos niveles de ingreso. Desde un punto de vista de equidad, sería deseable que los contribuyentes de

[33] Este problema se estudia en cursos de econometría.

[34] El autor espera contar con más tiempo de modo de recopilar datos relevantes para Chile en ediciones futuras.

[35] Aún cuando posiblemente estas cifras fueran menos extremas en el caso de Chile, el fenómeno cualitativo será similar.

[36] El mejor sustituto de arrendar una casa es comprarla pero la mayoría de los arrendatarios no tienen suficiente dinero para hacerlo.

altos ingresos paguen mucho más de lo que reciben en servicios del Estado mientras que aquellos de bajos ingresos reciban mucho más de lo que pagan.

En su acepción más general, diremos que un impuesto es *progresivo* si los beneficios netos –diferencia entre beneficios y financiamiento– son positivos para sectores de bajos ingresos y negativos para sectores de altos ingresos. Si se da la situación opuesta diremos que es *regresivo*.[37]

A continuación utilizamos las definiciones anteriores para analizar dos situaciones diferentes:

- Consideremos el caso en que los beneficios del dinero recaudado mediante un impuesto benefician a cada individuo de manera proporcional a su ingreso.[38] Entonces un impuesto será progresivo si los sectores de altos ingresos tributan una fracción mayor de sus ingresos que aquellos de bajos ingresos.

  Un impuesto al consumo de un bien con elasticidad-ingreso de la demanda mayor que uno será progresivo en este caso, pues se tratará de un bien en que los sectores de mayores ingresos gastan una fracción mayor de su ingreso. Las estimaciones de las elasticidades-precio de la demanda serán útiles para determinar cuáles bienes conviene hacer tributar si se quiere mejorar la distribución del ingreso. Un análisis como este da un argumento a favor de aumentar los impuestos a la bencina.

- Un impuesto puede ser progresivo aún si los sectores de bajos ingresos deben pagar una fracción mayor de sus ingresos en el impuesto que aquellos de altos ingresos. Este será el caso si la mayor parte de los beneficios que trae consigo el impuesto son para los sectores más pobres.

  El aumento del impuesto al valor agregado, IVA, del 16 al 18% en Julio de 1990, es un ejemplo de este tipo. Como la fracción que las personas ahorran de sus ingresos crece a medida que crecen sus ingresos, los sectores de bajos ingresos tributarán una fracción mayor de sus ingresos que aquellos de altos ingresos. Sin embargo, como lo que se recaude irá principalmente a financiar programas que beneficiarán a los sectores más pobres, el beneficio neto de los sectores más pobres será positivo y el impuesto será progresivo.■

[37] Generalmente la prensa se centra más en el financiamiento de un impuesto que en el beneficio neto al aplicar la terminología anterior. Es la opinión del autor que esto no mide el concepto relevante.

[38] Se puede argumentar que este será (aproximadamente) el caso para aquella parte de la recaudación en impuestos que se gasta en financiar la protección policial de los bienes de las personas.

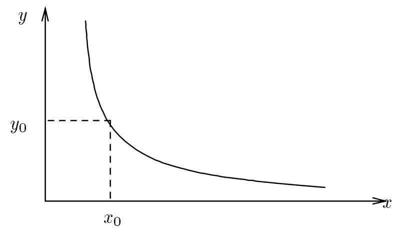


Figura 0.1: Curva de indiferencia que pasa por (x_0, y_0)

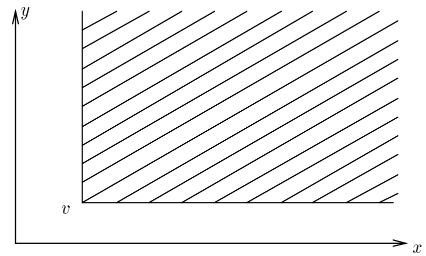


Figura 0.2: El consumidor prefiere todas las canastas de bienes de la región achurada a v

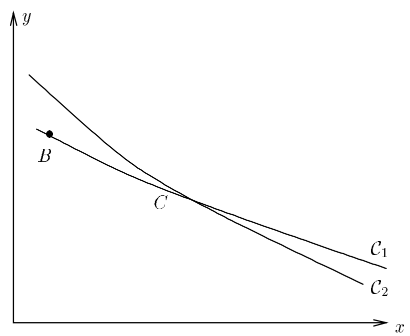


Figura 0.3: Suponer que dos curvas de indiferencia se cortan lleva a una contradicción

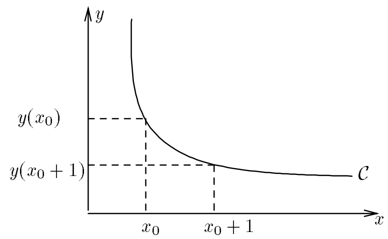


Figura 0.4: Tasa de sustitución marginal de Y por X

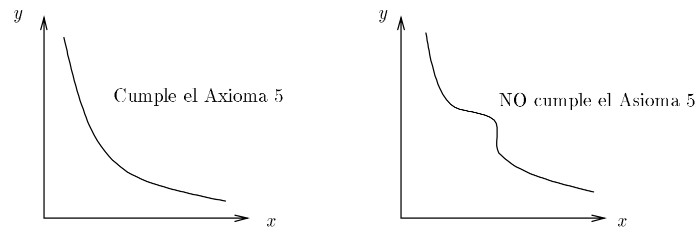


Figura 0.5: La tasa marginal de sustitución es decreciente sólo en la figura de la izquierda

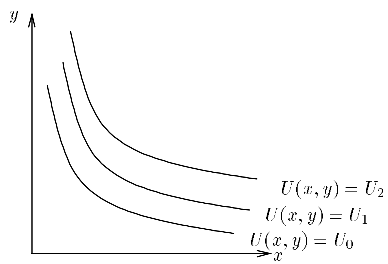


Figura 0.6: Así lucen las curvas de indiferencia de un individuo

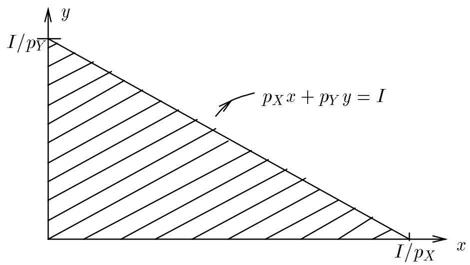


Figura 0.7: La restricción presupuestaria

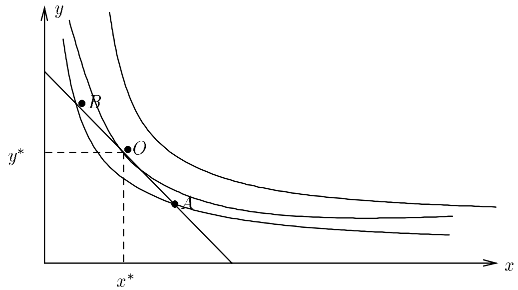


Figura 0.8: Maximización de las utilidades de un consumidor

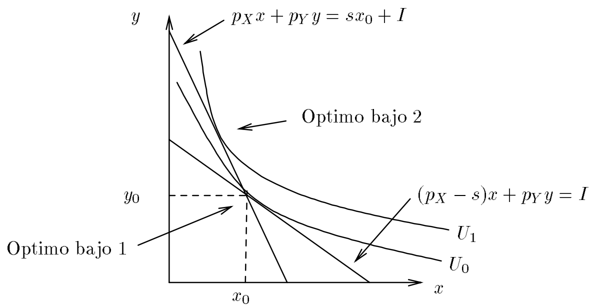


Figura 0.9: Un subsidio a suma alzada es mejor que un subsidio a los precios

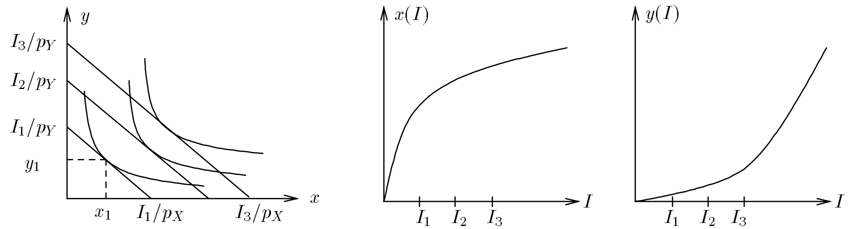


Figura 0.10: Demanda como función del ingreso

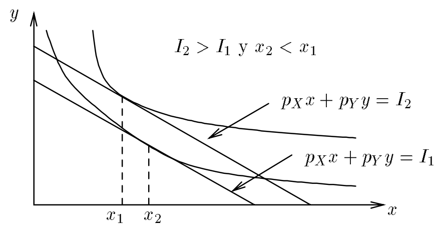


Figura 0.11: Bien inferior: hay un rango en que la demanda cae a medida que el ingreso crece

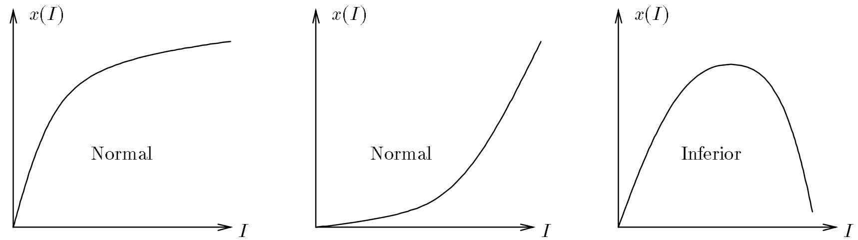


Figura 0.12: Curvas de Engel para bienes normales y bienes inferiores

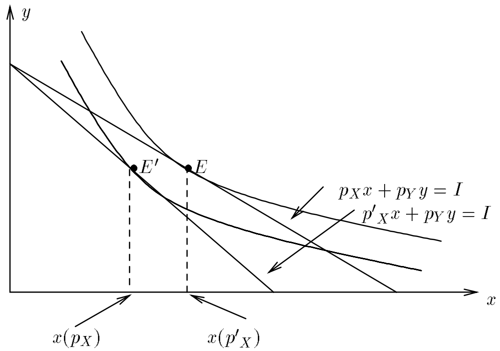


Figura 0.13: Efecto en el aumento en p_X sobre la demanda por X

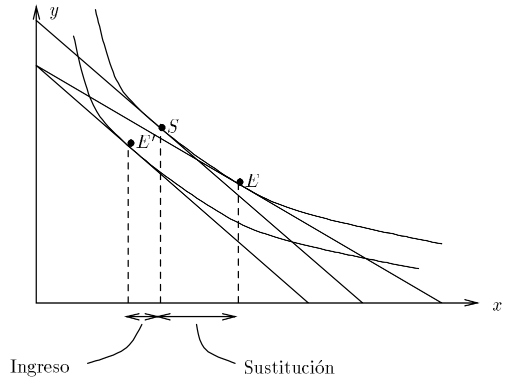


Figura 0.14: Efecto sustitución y efecto ingreso

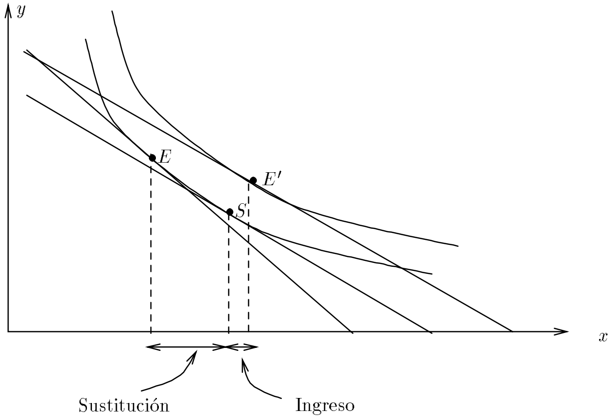


Figura 0.15: Efecto sustitución y efecto ingreso cuando el precio de X disminuye

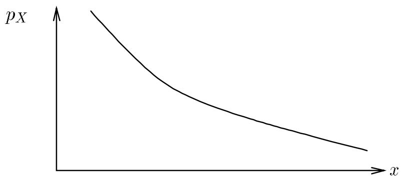


Figura 0.16: Curva de demanda inversa individual para un bien normal

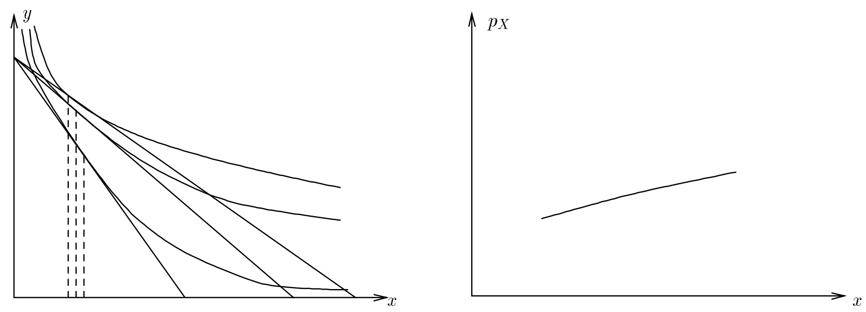


Figura 0.17: Curva de demanda inversa individual para un bien de Giffen

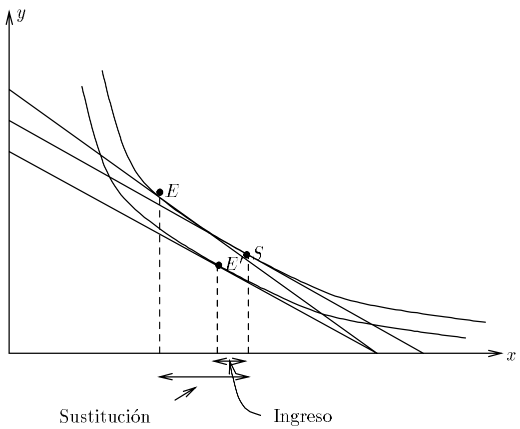


Figura 0.18: Efectos sustitución e ingreso cuando sube el precio de otro bien

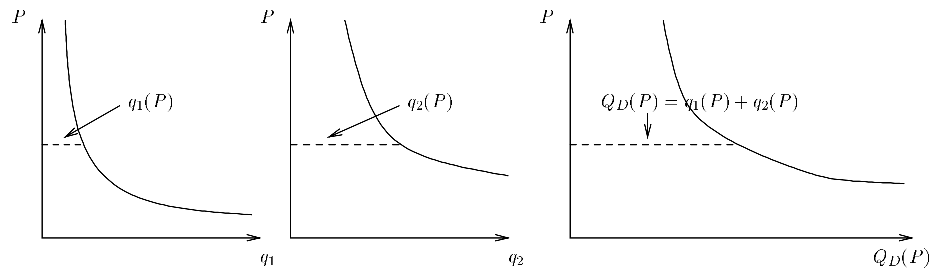


Figura 0.19: Construcción gráfica de la demanda de mercado a partir de las demandas individuales

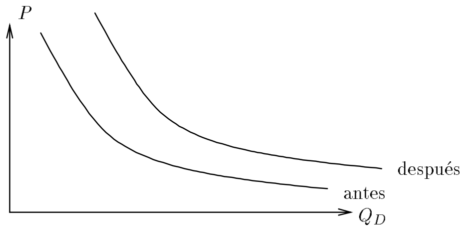


Figura 0.20: Desplazamiento de la demanda de un bien normal luego de un aumento de los ingresos

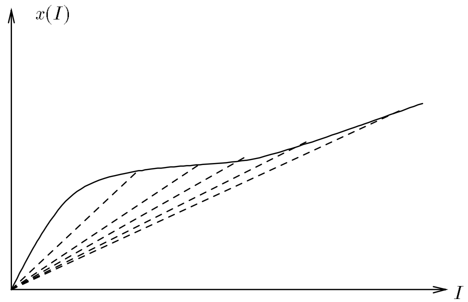


Figura 0.21: Bien que es de primera necesidad de acuerdo a la definición habitual pero no lo es de acuerdo a la definición adoptada en este apunte

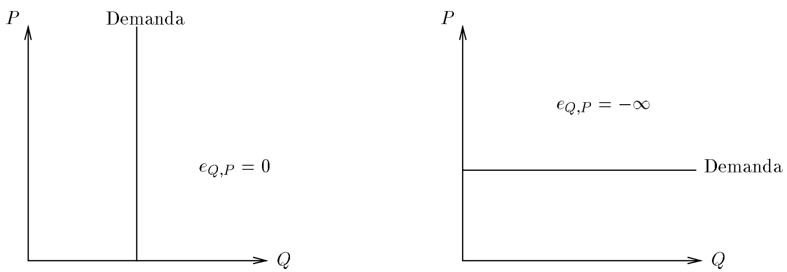


Figura 0.22: Demanda perfectamente inelástica (izquierda) y perfectamente elástica (derecha)

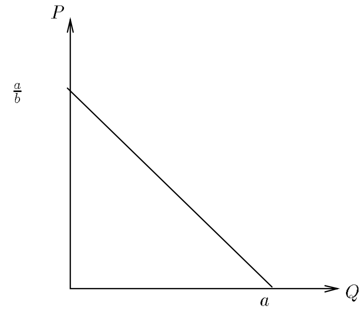


Figura 0.23: Curva de demanda lineal

Capítulo 4

Equilibrio

El paradigma de competencia perfecta se construye sobre la base de tres conceptos fundamentales: la oferta, la demanda y el equilibrio. En este capítulo estudiamos el concepto de equilibrio de mercado.

Existen varios conceptos de equilibrio. Dependiendo de la longitud del período de tiempo considerado, un equilibrio puede ser de *corto* o *largo* plazo. Una discusión detallada de los conceptos de corto y largo plazo se presenta en la Sección 4.1. El número de firmas en una industria permanecerá fijo en un período de tiempo relativamente breve. El equilibrio resultante –llamado equilibrio de corto plazo– quedará caracterizado por la condición de oferta igual a demanda y se estudia en las sección 4.2. Corresponde al equilibrio que vimos informalmente en el Capítulo 1.

La condición "oferta igual a demandá"' es útil cuando el número de firmas en una industria está fijo. Si el período de tiempo considerado es relativamente largo y es fácil para las firmas ingresar a la industria, el número de firmas podrá variar, dependiendo de lo que suceda con los factores que determinan la oferta y demanda de mercado. Esto lleva a considerar un concepto de equilibrio diferente –llamado equilibrio de largo plazo– en que no hay incentivos para que cambie el número de firmas en la industria. El equilibrio de largo plazo se ve en la Sección 4.3.

En la Sección 4.4 se estudia la interrelación que existe entre las características tecnológicas que caracterizan el proceso de producción en una industria y la posibilidad de que exista un equilibrio de largo plazo. Se introduce los conceptos de retornos crecientes, constantes y decrecientes de escala, y se determina en cada caso cómo lucirá un equilibrio de largo plazo. En la Sección 4.5 se hace estática comparativa de largo plazo. Este análisis difiere de manera importante de su contraparte de corto plazo, vista en el Capítulo 1 y en la Sección 4.2. Lo aprendido en este capítulo se aplica al estudio de la incidencia de impuestos en el corto y largo plazo en la Sección 4.6.

Los conceptos de equilibrio de corto y largo plazo vistos en las primeras seis secciones de este capítulo consideran un solo mercado: no consideran la interrelación que puede haber entre diversos mercados. El supuesto de *ceteris paribus* subyacente a este análisis es abandondado en la Sección 4.7, donde se estudia el concepto de equilibrio general.

4.1 Distinción entre corto y largo plazo

Si una firma planifica su producción con gran antelación, tendrá mayor flexibilidad para disponer de los insumos que utiliza. Si el período de tiempo considerado es suficientemente largo, en principio no habrá limitaciones de disponibilidad de factores de producción: será posible importar cualquier maquinaria que no se encuentre en el país, habrá suficiente tiempo para ampliar la fábrica o capacitar el número de trabajadores que se desee, etc. Aquellas decisiones que las firmas toman con gran antelación a su implementación son llamadas decisiones de *largo plazo* mientras que aquellas tomadas poco antes del período de producción en que serán implementadas son llamadas decisiones de *corto plazo*.

El análisis hecho al ver la función de oferta en el Capítulo 2 consideró como horizonte de planificación el corto plazo. Varios autores llaman a la función de oferta resultante *oferta de corto plazo*. El motivo por el cual no haremos esto es que, como veremos más adelante en este capítulo, no existe un concepto de oferta de largo plazo que se pueda definir independientemente de la demanda de mercado.

La mayor flexibilidad en la disponibilidad de insumos asociada a una planificación de largo plazo tiene por consecuencia que los costos de producción de largo plazo son menores que los de corto plazo. La Figura 4.1 muestra la forma típica que tendrán las funciones de costos de corto y largo plazo de una misma firma. Los costos de corto plazo se denotan mediante $CC(q)$, los de largo plazo

Figura 4.1: Costos de corto y largo plazo de una firma

por $CL(q)$. Observando esta figura notamos lo siguiente:

- En el largo plazo no hay costos fijos de producción; todos los costos son variables. La firma tiene tiempo para deshacerse de todo compromiso previo de modo que el costo de no producir nada es igual a cero.

- El hecho que los costos totales de producción de largo plazo sean menores que aquellos de corto plazo *no* implica que se de la misma relación entre las curvas de costos marginales correspondientes. Si una función es mayor que otra, esto no significa que se de esa relación entre sus derivadas.

- En el caso de los costos de corto plazo dimos dos razones por las cuales los costos crecen rápidamente pasado cierto nivel de producción. La principal de ellas, desde el punto de vista del modelo de competencia perfecta, es que habrá retornos decrecientes a los insumos variables debido a la presencia de insumos fijos. En el caso de los costos de largo plazo este argumento es menos atractivo, pues la flexibilidad en la disponibilidad de insumos es mucho mayor. Sobre este punto volveremos en la Sección 4.4.

- Si la firma inicialmente cuenta con insumos de producción que le permiten producir q_1 unidades, habitualmente los costos de corto y largo plazo de producir estas unidades serán iguales. La diferencia entre los costos de corto y largo plazo se manifiesta cuando se desea modificar el número de unidades empleadas de algún insumo, es decir, si el nivel de producción es distinto de q_1. Los costos de producción de largo plazo de cualquier nivel de producción distinto de q_1 generalmente serán menores que aquellos de corto plazo.

Las firmas realizan simultáneamente planificaciones con horizontes de corto y largo plazo. La planificación de corto plazo es aquella que la firma hace para el próximo período de producción. La planificación de largo plazo consiste en tomar decisiones que afectarán la producción varios períodos más adelante. Habitualmente es revisada antes de llegar al período en cuestión. El tipo de decisiones que se toman en este caso generalmente son a nivel estratégico, a diferencia de las decisiones de corto plazo que son a nivel operacional. Decisiones de ampliaciones de planta, incursión en nuevos mercados, etc. son tomadas varios períodos de producción antes de ser implementadas y corresponden a decisiones de largo plazo. Decisiones acerca de cuánto producir en un período determinado son tomadas con poca anticipación y corresponden a decisiones de corto plazo.

Existe una segunda característica que distingue al corto del largo plazo, además de la mayor flexibilidad en la disponibilidad de insumos, que es importante mencionar. El *número de firmas* en la industria puede variar en el largo plazo. Respondiendo a incentivos económicos puede haber firmas que decidan ingresar a la industria o decidan abandonarla (y dedicarse a otro rubro). En el corto plazo, en cambio, el número de firmas en una industria está fijo.

4.2 Equilibrio de corto plazo

4.2.1 Definición y ejemplo

Definición 4.1 *Sean $Q_S(P)$ y $Q_D(P)$ las funciones de oferta y demanda de un bien dado durante un período de producción determinado. Suponemos que los factores que determinan las funciones de oferta y demanda (e.g. tecnología, precios de los insumos, gustos de los consumidores, ingresos de los consumidores, precios de los demás bienes) permanecen y el número de firmas en la industria permanecen fijos durante el período de producción.*

Diremos que el precio P^* y la cantidad producida Q^* definen un equilibrio de corto plazo *para el período de producción considerado si $Q^* = Q_S(P^*) = Q_D(P^*)$. La cantidad P^* se llama* precio de equilibrio *y la cantidad Q^** nivel de producción de equilibrio.■

Por definición, la cantidad ofertada y la cantidad demandada serán iguales para el precio de equilibrio. El paradigma de competencia perfecta supone que la cantidad producida y el precio al que se vende esta producción[1] son aquellas correspondientes al equilibrio de corto plazo.

La situación se ilustra en la Figura 4.2. En esta figura hemos supuesto que el bien no es de Giffen (la demanda tiene pendiente negativa) y que (eventualmente) hay retornos decrecientes a alguno de los insumos (la oferta tiene pendiente positiva). Las funciones $P_D(Q)$ y $P_S(Q)$ denotan

Figura 4.2: Equilibrio de corto plazo

las funciones de demanda y oferta (de mercado) *inversas*.[2] La cantidad producida y el precio del equilibrio de corto plazo son Q^* y P^*, respectivamente. Esta cantidad y este precio serán observados en períodos de producción posteriores si los factores que deteminan la oferta (precio de los insumos, tecnología, número de firmas, etc.) y la demanda (ingreso de los consumidores, precio de otros bienes, preferencias de los consumidores, etc.) no cambian.

Ejemplo 4.1 *Considere un bien para el cual:*

- *Hay n consumidores con preferencias idénticas que pueden ser representadas por:*

$$U(x, y) = xy.$$

El ingreso del i-ésimo consumidor es I_i.

[1] Todo esto durante un período de producción determinado.

[2] En las figuras siguientes no seremos tan precisos y simplemente denotaremos estas curvas mediante D y S.

- *Hay m firmas con funciones de producción idénticas dada por:*

$$Q = K^{1/2}L^{1/2}.$$

  La i-ésima firma tiene una cantidad de capital igual a $\overline{K}_i$ *y esta cantidad permanece fija en el corto plazo.*

- *Los salarios son iguales a* $\overline{w}$.

En ejemplos de los Capítulos 2 y 3 vimos que, en este caso, la oferta y la demanda de mercado vienen dadas por:

$$Q_S(P) = \frac{P}{2w}\sum_{i=1}^{m}\overline{K}_i \qquad y \qquad Q_D(P) = \frac{1}{2P}\sum_{i=1}^{n} I_i.$$

La condición de equilibrio de corto plazo es:

$$Q^* = Q_S(P^*) = Q_D(P^*). \tag{4.1}$$

Denotando $\overline{K} = \sum_{i=1}^{m}\overline{K}_i$, $I = \sum_{i=1}^{n} I_i$ *y resolviendo 4.1 concluimos que:*

$$P^* = \left(\frac{\overline{w}I}{\overline{K}}\right)^{1/2} \qquad y \qquad Q^* = \frac{1}{2}\left(\frac{I\overline{K}}{\overline{w}}\right)^{1/2}. \tag{4.2}$$

El nivel de producción y precio de equilibrio determinados en 4.2 permiten concluir que:

- *Un aumento de salarios lleva a un aumento en el precio del bien y una disminución de la cantidad producida.*

- *Un aumento en la cantidad de capital en la industria,* $\overline{K}$, *lleva a una baja de precio y un aumento en la cantidad producida.*

- *Un aumento en los ingresos de los individuos trae consigo un aumento en el precio y la cantidad producida en equilibrio.*■

El modelo de competencia perfecta supone que tanto las firmas como los consumidores toman el precio del bien como un dato en sus respectivos problemas de decisión (maximización de las ganancias de la firma y de las utilidades del consumidor). La maximización de utilidades por parte de la firma para un precio de mercado dado da origen a su curva de oferta; su suma a la oferta de mercado del bien. La maximización de utilidades por parte de los consumidores para un precio dado da origen a las curvas de demanda individuales y su suma a la demanda de mercado. La Figura 4.3 ilustra este hecho. En el diagrama de la izquierda se representa al i-ésimo consumidor, en aquel de la derecha a la j-ésima firma y en el del centro al equilibrio de mercado.

Es interesante notar que, a diferencia de las curvas de oferta y demanda, el concepto de equilibrio *no* se deriva a partir del comportamiento optimizante de los agentes económicos. Suponer que la cantidad transada en un mercado será aquella para la cual la oferta es igual a la demanda no es

Figura 4.3: El consumidor, la firma y el equilibrio de mercado

consecuencia de los supuestos de maximización de ganancias por parte de las firmas o maximización de utilidad por parte de los consumidores, sino que constituye un supuesto adicional del modelo de competencia perfecta. Sin embargo, tal como se argumenta en el párrafo siguiente, el único precio para el cual las firmas no se arrepentirán de tomar el precio del bien como un dato al momento de maximizar sus utilidades es el precio de equilibrio.

Si el precio de venta de un bien es mayor que aquel de equilibrio, habrá un exceso de oferta y las firmas no venderán toda su producción al precio de mercado. Si cobraran un precio menor por las unidades que no pudieron vender, podrían evitar parte de las pérdidas asociadas al exceso de oferta. Sin embargo, suponer que una firma baja su precio cuando no vende toda su producción, contradice el supuesto de competencia perfecta según el cual las firmas toman el precio del bien que producen como un dato. Análogamente, si el precio de venta de un bien es menor que aquel de equilibrio, habrá un exceso de demanda y las firmas se arrepentirán de no haber cobrado un precio más alto por los bienes que vendieron. Concluimos que el precio de equilibrio de corto plazo es el único precio para el cual las firmas no se arrepienten de haber elegido los niveles de producción que eligieron cuando maximizaron sus utilidades tomando el precio de venta como un dato. Para cualquier otro precio, las firmas estarán insatisfechas por haber tomado el precio del bien como un dato al maximizar sus utilidades: si se hubieran comportado de otra manera, sus ganancias habrían sido mayores.

4.2.2 Estática comparativa de corto plazo y elasticidades

Cambios en la oferta

Supongamos que de un período a otro la curva de oferta se desplaza hacia abajo y hacia la derecha, es decir, hacia afuera. Como vimos al final del Capítulo 2, este será el caso si baja el precio de algún insumo para el cual la firma posee cierta flexibilidad en su contratación en el corto plazo. También podría tratarse de ciertos tipos de progreso tecnológico. Sea cual sea la razón para el desplazamiento de la oferta, la magnitud del efecto sobre el precio y cantidades demandadas dependerá de cuán elástica sea la demanda de mercado. Esto se aprecia en la Figura 4.4. El precio del bien disminuirá

Figura 4.4: La magnitud del efecto de un desplazamiento de la curva de oferta dependerá de cuán elástica sea la demanda

(de P_0 a P_1) y la cantidad demandada crecerá (de Q_0 a Q_1). Si la demanda es relativamente elástica, el precio caerá muy poco y la cantidad producida aumentará mucho (diagrama de la izquierda en la Figura 4.4). En cambio, si la demanda es relativamente inelástica, el precio caerá mucho y la cantidad producida aumentará relativamente poco (figura de la derecha).

Ejemplo 4.2 *Existe un importante déficit habitacional en Santiago. Como consecuencia de este déficit, la demanda por arriendos ha crecido más rápidamente que la oferta. De hecho, la demanda por arriendos* per cápita *ha permanecido aproximadamente constante mientras que la oferta de arriendos* per cápita *ha descendido notablemente (desplazamiento de la oferta hacia adentro).*[3] *Como la demanda por arriendos es relativamente inelástica, esto se ha traducido en un aumento importante en los precios de los arriendos y un aumento insignificante en la cantidad de viviendas arrendadas.*■

Cambio en la demanda

Definición 4.2 *Sea $Q_S(P)$ la oferta de mercado por un bien determinado (en un período de producción dado).*[4] *La elasticidad de la oferta respecto del precio del bien, también llamada elasticidad-*

[3] Para abstraernos del efecto debido al aumento de la población formulamos este ejemplo en términos de oferta y demanda *per cápita*.

[4] Estamos suponiendo fijos los factores que determinan la curva de oferta.

precio de la oferta, se define como:

$$e_{Q_S,P} = \frac{\partial Q_S}{\partial P} \cdot \frac{P}{Q_S}. \blacksquare$$

La elasticidad-precio de la oferta será aproximadamente igual al porcentaje en que crecerá la cantidad ofertada luego de un aumento (ceteris paribus) de un 1% en el precio del bien. Como la curva de oferta tiene pendiente positiva, tendremos que $e_{Q_S,P}$ será positiva. Los casos extremos se presentan en la Figura 4.5.

Figura 4.5: Casos extremos de elasticidad-precio de la oferta

Supongamos que inicialmente el mercado se encuentra en equilibrio y la curva de demanda se desplaza hacia afuera. Esto podría deberse, por ejemplo, al aumento en el precio de un sustituto o a un aumento en los ingresos de los individuos (en el caso de un bien normal). La situación se ilustra en la Figura 4.6. En el punto (Q_0, P_0) habrá un exceso de demanda por el bien. Suponiendo que la cantidad a producir fue determinada antes del aumento de la demanda, los productores no podrán aumentar sus niveles de producción pero si es posible que cobren precios mayores que aquellos en que basaron su decisión de cuánto producir.[5] Entonces los productores maximizarán sus utilidades vendiendo el bien a un precio P_2 bastante mayor que P_0. Este precio será mayor que el costo marginal, lo cual incentivará a los productores a aumentar sus niveles de producción en períodos posteriores. Mientras más elástica sea la oferta de mercado, mayor será el incremento en la oferta como consecuencia de un aumento de precio dado. Esto explica por qué el efecto de un aumento en la demanda se notará principalmente en los precios si la oferta es inelástica y en la cantidad producida si la oferta es relativamente elástica. La cantidad producida en el nuevo equilibrio será mayor –y el precio menor– mientras más elástica sea la curva de oferta.

[5] Estamos relajando el supuesto de que las firmas toman los precios como un dato.

Figura 4.6: La magnitud del efecto de un aumento de la demanda depende de cuán elástica es la oferta

Ejemplo 4.3 *La oferta de viviendas terminadas durante un plazo de tiempo relativamente breve como seis meses es relativamente inelástica. El tiempo que toma construir un nuevo edificio o conjunto habitacional es suficientemente largo como para que la oferta sea relativamente insensible a un aumento en el precio de venta de viviendas. En consecuencia el modelo de competencia perfecta predice que un aumento en la demanda por viviendas*[6] *tendrá como consecuencia un gran alza en el precio de las propiedades. Esto fue lo que se observó durante el "boom"" de principios de la década de los ochenta en Chile.*■

4.3 Equilibrio de largo plazo

Definición 4.3 *Diremos que una industria perfectamente competitiva se encuentra en su equilibrio de largo plazo si*

- *El precio del bien y la cantidad producida por la industria corresponden a un equilibrio de corto plazo.*
- *Ceteris paribus,*[7] *no existen incentivos para que varíe al número de firmas en la industria.*■

Un equilibrio de largo plazo será tal que el número de firmas no variará si el precio de los insumos, la tecnología disponible y la demanda por el bien permanecen constantes.

El modelo de competencia perfecta supone que una industria perfectamente competitiva tenderá a una situación de equilibrio de largo plazo si los precios de los insumos, la tecnología y la demanda de los individuos permanecen fijos.

[6] Debido, por ejemplo, a un aumento en el ingreso de los individuos.

[7] Es decir, mientras no varíe ninguno de los factores que determina la oferta o demanda.

El concepto de *equilibrio de largo plazo* es más abstracto que su contraparte de corto plazo. Estrictamente hablando, jamás se llega al equilibrio de largo plazo pues constantemente hay avances tecnológicos y cambios en las preferencias de los consumidores y los precios de los insumos. A pesar de ello, la noción de equilibrio de largo plazo nos permite capturar una serie de fenómenos relevantes en la práctica.[8]

4.3.1 Equilibrio de largo plazo y utilidades de la firma

Una de las conclusiones más interesantes que se obtiene para el modelo de competencia perfecta es que, bajo condiciones bastante generales, todas las firmas tendrán cero utilidades en un equilibrio de largo plazo. El argumento que se da habitualmente es que si las firmas de una industria tienen utilidades mayores que cero, nuevas firmas ingresarán a la industria desplazando con ello la curva de oferta hacia afuera y haciendo bajar el precio de equilibrio hasta que las firmas de la industria dejen de tener utilidades. Análogamente, si las firmas de una industria dejan pérdidas, algunas de ellas cerrarán desplazando con ello la curva de oferta hacia adentro; el precio de equilibrio del bien subirá y con ello las utilidades de cada firma, hasta que éstas sean iguales a cero.

El argumento anterior lleva implícito varios supuestos:

1. *Todas las firmas tienen acceso a la misma tecnología, es decir, todas tienen la misma función de producción y, por lo tanto, la misma función de costos.*

   Firmas con acceso exclusivo exclusivo a una tecnología determinada podrían tener utilidades (positivas) en el largo plazo.

2. *Las firmas pueden ingresar y salir de una industria sin costo alguno.*

   En la práctica, el ingreso o salida de una firma de una industria tiene un cierto costo. Esta suposición será relevante cuando estos costos sean relativamente pequeños.

Los supuestos anteriores sirven para explicar por qué todas las firmas de una industria no pueden tener utilidades mayores que cero si las demás industrias tienen cero utilidades. Firmas (de otras industrias) con cero utilidades ingresarán a la industria con utilidades positivas,[9] iniciando con ello un proceso que llevará a una baja en las utilidades hasta que éstas lleguen a cero. Sin embargo, ¿qué sucederá si todas las firmas de todas las industrias tienen utilidades positivas? En particular, si todas las firmas de todas las industrias tienen las mismas utilidades, no es claro que haya incentivos para que algunas firmas cambien de rubro. Pareciera que, en este caso, las utilidades podrían seguir siendo positivas en el largo plazo.

[8] Se cuenta la anécdota acerca de una conferencia del economista inglés John Maynard Keynes en que alguien objetó el modelo que este utilizó porque los supuestos en que se basaba no eran realistas para el largo plazo. Keynes respondió:

> "En el largo plazo estamos todos muertos...""

Años más tarde una de las más brillantes alumnas de Keynes, Joan Robinson, respondió al maestro:

> "Sí, pero no todos al mismo tiempo...""

[9] Pueden hacerlo porque la tecnología correspondiente está disponible y el costo de cambiar de rubro es cero: véase las suposiciones *1* y *2*.

El ejemplo anterior nos lleva a considerar con mayor detención qué significa el hecho que las utilidades de una firma sean positivas. Las utilidades *económicas* de una firma (tal como las definimos en el Capítulo 2) son iguales a las ganancias *por sobre el costo económico de los insumos.* Es decir, lo que sobra después de considerar los precios de todos los insumos (salarios de los trabajadores, precio del capital, etc.) será la utilidad económica de la empresa. Si las utilidades de una firma son positivas, alguien se quedará con el dinero correspondiente. Podrían ser los dueños de la firma, en cuyo caso estas utilidades se pueden interpretar como un pago adicional al capital (si se trata de una sociedad anónima)[10] o un pago adicional a la capacidad empresarial (si se trata de una sociedad limitada cuyos dueños también dirigen la firma). El hecho que una firma tenga utilidades positivas significa que existen factores de producción (capital, capacidad empresarial, etc.) que están recibiendo un pago por encima de su precio de mercado. En la medida que esta situación sea insostenible en el largo plazo, no habrá firmas con utilidades mayores que cero.

La discusión anterior justifica agregar el siguiente supuesto a los dos anteriores:

3. *El pago que recibe un insumo determinado en un equilibrio de largo plazo no depende de la actividad en que se le emplee.*

El supuesto anterior se puede ejemplificar como sigue. Si los trabajadores de una cierta industria reciben sueldos mejores que aquellos de otras industrias por realizar el mismo trabajo, aquellos que reciben un sueldo menor buscarán trabajo en la industria que paga mejores sueldos. El aumento en la oferta de trabajo en la industria que paga mejores sueldos llevará a una baja de los salarios correspondientes, por lo cual la situación inicial no correspondía a un equilibrio de largo plazo.

Basados en los tres supuestos anteriores podemos afirmar que:

> "En un equilibrio de largo plazo todas las firmas de una industria perfectamente competitiva tienen utilidades iguales a cero.""

Si alguna firma tiene utilidades positivas, entonces algún factor de producción está recibiendo un pago por sobre su precio de mercado. Esta situación será insostenible en el largo plazo pues se tenderá a una situación en que los ingresos de toda firma sean iguales a sus costos económicos.

Ejemplo 4.4 *Retornamos al ejemplo en que todas las firmas de todas las industrias tienen las mismas utilidades y estas son positivas. Esto significa que ciertos insumos están recibiendo pagos por encima de su precio de mercado. Hay dos posibilidades:*

- *Todos los insumos reciben el mismo pago. Es decir, todo insumo que recibe un pago por sobre el valor de mercado, recibe la misma fracción por sobre este supuesto valor de mercado. Lo que sucede en este caso es que el cálculo de los costos económicos es incorrecto. Los precios de mercado de algunos insumos son mayores que los considerados. Si el precio de cada bien se toma igual al pago que realmente está recibiendo, las utilidades de cada firma serán iguales a cero.*

[10] Los dueños de una sociedad anónima son sus accionistas. Estos invierten su dinero en las acciones de la firma y obtienen beneficios mediante los dividendos que paga la firma y los posibles aumentos en el valor de las acciones.

- *Existen insumos que reciben pagos distintos dependiendo de cúal sea la firma que los emplee. En tal caso no tendremos un equilibrio de largo plazo (véase el supuesto 3 y la discusión que le sigue).*■

En el Capítulo 2 vimos que uno de los argumentos a favor de la hipótesis de que las firmas maximizan sus utilidades es que aquella firma que no lo hace quebrará. Este es el argumento de "sobrevivencia del más fuerté"'. Ahora podemos presentar formalmente este argumento. En el mejor de los casos –si maximizan sus utilidades– las firmas de una industria perfectamente competitiva tendrán cero utilidades en el equilibrio de largo plazo. Si alguna de ellas no maximiza sus utilidades, necesariamente tendrá pérdidas y se verá obligada a cerrar. Como todas las firmas tienen cero utilidades en un equilibrio de largo plazo, las consecuencias que tiene no maximizar las ganancias es mucho mayor que si fuera posible que las utilidades de todas las firmas fueran positivas en un equilibrio de largo plazo.

El hecho que las utilidades de largo plazo de una firma perfectamente competitiva sean iguales a cero *no* significa que no haya incentivos económicos para que individuos con espíritu empresarial se dediquen a crear nuevas empresas. Aun si fuera cierto que lo único que mueve a los individuos es el fin de lucro, quien inicia una nueva empresa recibirá un pago por su iniciativa. Lo que sucede es que este pago forma parte de los costos económicos de la firma y *no* de sus utilidades.

4.3.2 Condiciones para el equilibrio de largo plazo

En todo lo que sigue supondremos que las industrias perfectamente competitivas cumplen los supuestos que aseguran que sus utilidades (en el equilibrio de largo plazo) son iguales a cero. Tal como vimos en la subsección anterior, esto significa que todas las firmas de una industria dada tienen acceso a la misma tecnología y, por lo tanto, tienen la misma función de costos de largo plazo.[11] Como las firmas maximizan sus utilidades, esto significa que todas eligen el mismo nivel de producción (en un equilibrio de largo plazo). Este nivel común, q, es tal que el precio de equilibrio de largo plazo del bien, P, es igual al costo marginal (de largo plazo) correspondiente:

$$P = CMg(q). \tag{4.3}$$

Como las utilidades de cada firma son cero, necesariamente tendremos que:

$$\pi(q) = Pq - C(q) = 0,$$

por lo cual:

$$P = \frac{C(q)}{q}. \tag{4.4}$$

Definición 4.4 *Consideremos una firma con función de costos $C(q)$ para un período de producción determinado. Definimos sus* costos medios *de producir q unidades, $CMe(q)$, como:*

$$CMe(q) \equiv \frac{C(q)}{q}.\blacksquare$$

[11] Este supuesto *no* es necesario en el caso del equilibrio de corto plazo.

Utilizando la definición anterior podemos re-escribir la condición 4.4 como:

$$P = CMe(q).$$

Combinando esta condición con aquella derivada en 4.3 concluimos que el equilibrio de largo plazo de cada firma de una industria perfectamente competitiva queda caracterizado mediante:

$$P = CMg(q) = CMe(q). \tag{4.5}$$

Las funciones de costos medios y marginales de la identidad anterior son aquellas de *largo* plazo. Estamos analizando lo que sucede cuando las firmas tienen suficiente tiempo para ajustar su demanda de factores de producción a los niveles que desee.

La condición 4.5 indica que aquel nivel de producción para el cual los costos marginales y medios de largo plazo son iguales determina el equilibrio de largo plazo. La Proposición que sigue permite concluir que este nivel de producción generalmente corresponderá a aquel que minimiza los costos medios de largo plazo.

Proposición 4.1 *Sean $CMe(q)$ y $CMg(q)$ los costos medios y marginales de las firmas de una industria y supongamos que estas funciones son diferenciables. Entonces:*

1. *Si $CMe(q)$ es (estrictamente) decreciente en una vecindad de q_0, entonces $CMg(q_0) < CMe(q_0)$.*

2. *Si $CMe(q)$ es (estrictamente) creciente en una vecindad de q_0, entonces $CMg(q_0) > CMe(q_0)$.*

3. *Si $CMe(q)$ es decreciente para $q < q_0$ y creciente para $q > q_0$ entonces las curvas de costos medios y marginales se intersectan en $q = q_0$.*

Demostración Un simple cálculo muestra que: $CMe(q) = \frac{d}{dq}\left(\frac{CT(q)}{q}\right) = \frac{CT'(q)q - CT(q)}{q^2} = 0$, Las partes 1 y 2 de la proposición se demuestran utilizando la identidad anterior. Por ejemplo, si $CMe(q)$ es decreciente en una vecindad de q_0 –lo cual equivale a $CMe(q) < 0$–, la identidad anterior permite concluir que $CMg(q_0) < CMe(q_0)$. La demostración de la tercera parte es consecuencia directa de las dos anteriores.■

Las primeras dos afirmaciones de la proposición anterior se interpretan como sigue: Si nos encontramos en un rango de niveles de producción para los cuales los costos medios bajan a medida que aumenta el nivel de producción, entonces el costo de producir una unidad adicional está por debajo del costo medio. Si los costos medios están creciendo, los costos marginales necesariamente serán mayores que los costos medios.

Existen cuatro familias de funciones de costos medios que son particularmente interesantes desde un punto de vista económico. Ellas corresponden a funciones de costos medios crecientes, decrecientes, constantes y con forma de U y se muestran en la Figura 4.7.

Como consecuencia de la Proposición 4.1 tenemos que en el caso en que los costos medios (de largo plazo) de las firmas de una industria son crecientes, la condición 4.5 no se cumplirá para ningún nivel de producción. En este caso no existirá un equilibrio de largo plazo. Lo mismo sucederá si los costos medios son decrecientes. Si los costos medios de largo plazo son constantes, la función de costos de largo plazo necesariamente será de la forma $C(q) = aq$, por lo cual la condición 4.5 se cumplirá para todos los niveles de producción.

Figura 4.7: Distintos tipos de funciones de costos medios

El hecho que una industria tenga costos medios de largo plazo crecientes, constantes o decrecientes dependerá de la tecnología que utilizan las firmas de la industria. Estos casos serán estudiados en la sección siguiente. A continuación veremos el caso más interesante donde el concepto de *equilibrio de largo plazo* es relevante, se trata de industrias con costos medios de largo plazo con forma de U.

Industria con costos medios de largo plazo con forma de U

Frecuentemente la función de costos medios de largo plazo tendrá forma de U.[12] Por la Proposición 4.1 tenemos que habrá un único nivel de producción para el cual los costos medios serán iguales a los costos marginales. El nivel de producción de cada firma en el equilibrio de largo plazo será igual a este nivel de producción. Este es el nivel de producción donde los costos medios (de largo plazo) alcanzan su menor valor, tal como se ilustra en la Figura 4.8.

El punto en que las curvas de costos medios y marginales (de largo plazo) se intersectan, o, equivalentemente, el punto donde los costos medios alcanzan su menor valor, no sólo determinará cuánto producirá cada firma (q^* en la figura) sino que también determinará cuál será el precio de mercado (P^*). La condición 4.5 permite concluir que el precio en el equilibrio de largo plazo será igual al menor valor que toma la función de costos medios.

Es importante notar que el precio de mercado en el equilibrio de largo plazo queda determinado exclusivamente por la oferta de mercado, es decir, por la tecnología disponible y el precio de los insumos. Las preferencias de los consumidores no afectan al precio de equilibrio de largo plazo. En cambio, el precio de equilibrio de *corto* plazo queda determinado por la interacción de la oferta y la demanda. En este caso las preferencias de los individuos juegan un rol.

[12] Esta afirmación se justificará en la sección siguiente.

Figura 4.8: Equilibrio de largo plazo para una industria que tiene costos medios con forma de U

Sea $Q_D(P)$ la demanda de mercado del bien que estamos considerando. La cantidad producida en el equilibrio competitivo de largo plazo es:

$$Q^* = Q_D(P^*),$$

donde P^* denota el precio de equilibrio (igual al menor valor de la curva de costos medios).

El número de firmas en el equilibrio de largo plazo es igual a:

$$n^* = \frac{Q^*}{q^*},$$

donde no nos preocuparemos del hecho que Q^*/q^* no necesariamente será un número entero.

Las firmas no tienen incentivos para cambiar sus planes de producción pues están maximizando sus utilidades. El número de firmas en la industria se encuentra en equilibrio de largo plazo pues cada una de ellas tiene cero utilidades.

Resumiendo, en el caso de una industria con costos medios de largo plazo con forma de U, el equilibrio de largo plazo se determina como sigue:

1. El nivel de producción de cada firma es igual al número de unidades producidas donde los costos medios de largo plazo alcanzan su mínimo.

2. El precio de equilibrio de largo plazo es el menor valor que toman los costos medios de largo plazo.

3. El nivel de producción de la industria será igual a la cantidad demandada para el precio de equilibrio de largo plazo.

4. El número de firmas en la industria será igual al cuociente entre la producción de la industria y el nivel de producción de cada firma.

El resumen anterior muestra que, a diferencia del caso de un equilibrio de corto plazo, al caracterizar el equilibrio de largo plazo no es necesario mencionar los costos marginales de producción. Los costos marginales son importantes en el corto plazo, los costos medios en el largo plazo.

Ejemplo 4.5 *Suponga que la función de costos de producción de cada firma de una industria perfectamente competitiva es:*

$$C(q) = 1000 + (q - 10)^3,$$

y la demanda de mercado es:

$$Q_D(P) = 9000 - 1000P.$$

A continuación describiremos el equilibrio de largo plazo, es decir, determinaremos la cantidad producida por cada firma, q^*, el precio de equilibrio, P^*, la cantidad total producida, Q^*, y el número de firmas, n^*.

Comenzamos por notar[13] *que los costos medios (de largo plazo) tiene forma de U. En consecuencia, q^* quedará determinado por la intersección de las curvas de costos medios y marginales.*[14] *Luego, planteamos:*

$$CMg(q) = 3(q-10)^2 = \frac{1000 + (q-10)^3}{q} = CMe(q).$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos $q^* = 15$. Por lo tanto tendremos:

$$\begin{aligned} P^* &= CMg(q^*) = CMe(q^*) = 75. \\ Q^* &= Q_D(P^*) = 15000. \\ n^* &= \frac{Q^*}{q^*} = 1000. \blacksquare \end{aligned}$$

4.4 Equilibrio de largo plazo y retornos de escala

En esta sección estudiamos la relación que existe entre el tipo de tecnología que utilizan las firmas de una industria y cuán apropiado es el concepto de equilibrio de largo plazo para la industria correspondiente. Comenzamos introduciendo el concepto de *retorno de escala*.[15]

4.4.1 Retornos de escala

Existen ciertos bienes para los cuales hay retornos crecientes de escala, es decir, es mucho más conveniente producirlos en gran escala que producirlos en pequeñas cantidades. Adam Smith introdujo la idea de retornos de escala en 1776 con su célebre ejemplo de producción de alfileres.

[13] Se propone graficar $CMe(q)$ y verificar esta afirmación.

[14] Alternativamente podríamos el nivel de producción donde los costos medios alcanzan su menor valor, calculaando la derivada de $CMe(q)$ e igualándola a cero.

[15] Este concepto es distinto al de *retornos decrecientes a un insumo de producción* visto en el Capitulo 2.

Smith notó que si el número de trabajadores que trabaja en una fábrica que produce alfileres se duplica, se podrá dividir la producción de alfileres en funciones más especializadas y la producción aumentará a mucho más del doble.

Definición 4.5 *Diremos que la función de producción $f(K, L)$ exhibe* retornos constantes de escala *en (K_0, L_0) si*

$$(\forall t > 0) \qquad f(tK_0, tL_0) = tf(K_0, L_0).$$

Diremos que exhibe retornos crecientes de escala en (K_0, L_0) si

$$(\forall t > 1) \qquad f(tK_0, tL_0) > tf(K_0, L_0),$$

y retornos decrecientes si

$$(\forall t > 1) \qquad f(tK_0, tL_0) < tf(K_0, L_0).$$

Diremos que una función de producción exhibe retornos de escala constantes (sin hacer referencia a la combinación de insumos correspondiente) si exhibe estos retornos cualquiera que sea la combinación de insumos. Las nociones de retornos de escala crecientes y decrecientes se definen de manera análoga.

Una función de producción no necesariamente exhibirá retornos de escala de algún tipo en un punto dado. También es posible que una función de producción exhiba retornos crecientes en algunos puntos, constantes en otros y decrecientes en otros.

Ejemplo 4.6 *El transporte carga marítima se puede visualizar como la producción de un bien (carga transportada) a partir de ciertos insumos, tales como los materiales necesarios en la construcción de un barco, el número de marineros que se requiere para cargar y descargar el barco, etc.*

A continuación mostraremos por qué el transporte de carga marítima exhibe retornos crecientes de escala. Visualizando un buque de carga como un cubo sin tapa, tendremos que si duplicamos las longitudes de los lados del cubo, la cantidad de metal necesaria en la construcción del barco se cuadruplicará y la carga que puede llevar se multiplicará por ocho.

Denotando mediante q la carga que puede transportar un barco y mediante M la cantidad de metal que se utilizó en su construcción, la función de producción será de la forma

$$q = f(M, \ldots). \tag{4.6}$$

El argumento anterior permite concluir que, centrando nuestra atención tan sólo en el metal que se utiliza, la función de producción de carga marítima lucirá como sigue:

$$f(tM, \ldots) \simeq t^{3/2} f(M, \ldots), \tag{4.7}$$

por lo cual hay retornos crecientes de escala.

Hay varios factores de producción que hemos olvidado en 4.6. Por ejemplo, no hemos considerado el tiempo necesario para descargar el barco. Este factor afecta negativamente los retornos de *escala derivados en 4.7. Si L denota el número de horas de trabajo necesarias para descargar el barco, tendremos:*

$$f(2M, 2L, \ldots) < 2^{3/2} f(M, L, \ldots),$$

porque al doblar el número de horas dedicadas a descargar el barco no se podrá descargarlo por completo: las distancias a recorrer son mayores, etc.

La disgresión anterior permite concluir que, mientras el tamaño de los barcos no sea demasiado grande. el transporte de carga marítima exhibirá retornos crecientes de escala. Mientras M no sea demasiado grande, tendremos que $f(tM, \ldots) > tf(M, \ldots)$ se cumple para valores de t mayores que (y relativamente cercanos a) uno. Esto explica por qué en los años 70 se comenzó a construir enormes barcos para aprovechar estos retornos de escala al transportar petróleo.■

Ejemplo 4.7 *En el caso de la función de producción de Cobb-Douglas, $f(K, L) = AK^aL^b$, es fácil ver que habrá retornos constantes de escala si $a + b = 1$, crecientes si $a + b > 1$ y decrecientes si $a + b < 1$.*■

Retornos internos y externos a la firma

Aún cuando los retornos de escala recién vistos son a nivel de cada firma, es posible que existan retornos de escala a nivel de toda una industria sin que estos se manifiesten directamente en la función de producción de cada firma. Al hablar de retornos de escala a nivel de una industria estamos conceptualizando a la industria de manera análoga a la firma: a partir de insumos produce bienes.

Algunos autores argumentan que en una industria eficiente habrá retornos de escala constantes *a nivel de la industria* debido a que el tamaño de cada firma será óptimo, por lo cual la mejor manera de producir el doble sera duplicando el número de firmas en la industria. En este caso, la cantidad de insumos que emplea la industria también se duplicará. Sin embargo, trabajos recientes muestran que frecuentemente hay retornos crecientes a nivel de toda una industria. Esto se debe a que ciertas actividades, tales como la inversión en el desarrollo de nuevos productos, presentan economías de escala a nivel de la industria pues las firmas no sólo se benefician de su propio trabajo de desarrollo de nuevos productos sino también del trabajo de sus competidores.

Los retornos asociados al tamaño de una firma se llaman *internos* mientras que aquellos asociados al tamaño de toda la industria se llaman *externos*, por ser externos a cada firma en particular.

4.4.2 Retornos constantes de escala y equilibrio de largo plazo

Comenzamos esta sección mostrando que si la tecnología que utilizan las firmas de una industria exhibe retornos constantes de escala, entonces sus costos medios serán constantes.

Si una función de producción tiene retornos constantes de escala. sus isocuantas de producción serán amplificaciones una de la otra, tal como se muestra en la Figura 4.9. En efecto, si (K_0, L_0) pertenece a la isocuanta correspondiente a q_0 unidades, $(\alpha K_0, \alpha L_0)$ pertenecerá a la isocuanta correspondiente a αq_0 unidades:

$$f(\alpha K_0, \alpha L_0) = \alpha f(K_0, L_0) = \alpha q_0.$$

Figura 4.9: Isocuantas de producción cuando hay retornos constantes de escala

Luego la tasa de sustitución tecnológica permanecerá constante para combinaciones de insumos que se encuentran sobre una recta que pasa por el origen, tal como se muestra en la Figura 4.9.[16] Si la firma elige K_0 unidades de capital y L_0 unidades de trabajo para producir q unidades del bien, entonces elegirá αK_0 unidades de capital y αL_0 unidades de trabajo para producir αq unidades del bien. Por lo tanto la función de costos de producción (de largo plazo) de la firma, $C(q)$, satisface:

$$C(\alpha q) = \alpha C(q),$$

y tendremos que:[17]

$$C(q) = C(1) \cdot q.$$

Por lo tanto:

$$CMg(q) = C(1) = CMe(q). \tag{4.8}$$

Los gráficos de las funciones correspondientes se muestran en la Figurai 4.10.

Como consecuencia de 4.8, tendremos que la condición de equilibrio de largo plazo se cumplirá cualquiera que sea el nivel de producción.

Aún cuando la tecnología determina el precio del bien en el equilibrio de largo plazo, y la demanda correspondiente a este precio la producción de toda la industria, el modelo de competencia perfecta no permite determinar el nivel de producción de cada firma ni el número de firmas en la industria. Una firma puede tener cualquier nivel de producción en el equilibrio de largo plazo.

[16] Formalmente notamos que como $TST(K, L)$ es igual al cuociente de $f_L(K, L)$ y $f_K(K, L)$, basta con probar que las dos expresiones anteriores sólo depende de K/L. Ambas demostraciones son análogas por lo cual nos limitamos al último caso. Para ello notamos que, como hay retornos constantes de escala, $f(K, L) = f(L \cdot (K/L), L \cdot 1) = Lf(K/L, 1)$ de donde $f_K(K, L) = f_K(K/L, 1)$ mostrando así que f_K sólo dependerá del cuociente de los insumos.

[17] Es un simple ejercicio de cálculo mostrar que una función *creciente* que cumple la propiedad anterior para todo α mayor que 0 y todo q mayor que cero necesariamente corresponderá a una recta que pasa por el origen.

Figura 4.10: Costos totales, marginales y medios cuando hay retornos constantes de escala

4.4.3 Industria con retornos crecientes de escala

Comenzamos esta subsección mostrando que si la tecnología que utilizan las firmas de una industria exhibe retornos crecientes de escala, entonces los costos medios de producción serán decrecientes.

Supongamos que la firma elige K_0 y L_0 para producir q_0. Entonces $C(q_0)$ será igual a $rK_0 + wL_0$ y tendremos que, como hay retornos crecientes de escala, para $\alpha > 1$:

$$f(\alpha K_0, \alpha L_0) > \alpha f(K_0, L_0) = \alpha q_0.$$

Luego, el costo de producir αq_0 unidades neceriamente será menor o igual que $r(\alpha K_0) + w(\alpha L_0) = \alpha C(q_0)$. Concluimos que:

$$C(\alpha q_0) > \alpha C(q_0).$$

Dividiendo los dos lados de la desigualdad anterior por αq_0 concluimos que la función de costos medios (de largo plazo) correspondiente a una función de producción con retornos crecientes de escala es decreciente.

En la Figura 4.11 se muestra una función de costos cuyos costos medios son decrecientes y que, por lo tanto, podría corresponder a una tecnología con retornos crecientes de escala. El costo medio de producir q_0 unidades, $CMe(q_0)$, será igual a la pendiente de la recta que une el origen con el punto $(q_0, C(q_0))$. El costo marginal de producir una unidad adicional cuando el nivel de producción es igual a q_0 unidades, $CMg(q_0)$, será igual a la pendiente de la recta tangente a la curva de costos totales en el punto $(q_0, C(q_0))$.

En la sección anterior vimos que la condición 4.5 que caracteriza el nivel de producción de cada firma y el precio de equilibrio de largo plazo no se cumplirá cuando los costos medios son decrecientes. Esto significa que no habrá equilibrio de largo plazo si hay retornos crecientes de escala. A continuación veremos qué sucederá en una industria de este tipo con el correr del tiempo.

Figura 4.11: Costo marginal y medio a partir de la curva de costos de producción

Supondremos que el precio inicial del bien es P_0 y que todas las firmas en la industria tienen las mismas curvas de costos marginales y medios de corto plazo: $CMgC_0$ y $CMeC_0$ (véase la Figura 4.12). La utilidad correspondiente (véase la Figura 4.12) será:

$$\pi_0 = Pq_0 - C(q_0) = P\left(q_0 - CMe(q_0)\right).$$

El nivel de producción donde la curva de costos medios de largo plazo es tangente a la de corto plazo dependerá del tamaño de las firmas en la industria.[18] Mientras mayor sea este tamaño, mayor será aquel nivel de producción para el cual los costos medios de corto y largo plazo son iguales.[19]

Como hay retornos crecientes de escala, los costos medios de largo plazo serán decrecientes. Sin embargo, generalmente los costos medios de corto plazo tendrán forma de U pues el hecho que haya insumos fijos en el corto plazo,[20] significa que los retornos a los demás insumos serán decrecientes en el corto plazo.

Como el precio de venta del bien necesariamente será mayor que los costos marginales de largo plazo,[21] habrá un incentivo para que las firmas que ya están en la industria se expandan (por ejemplo, aumenten su stock de capital). Este hecho desplazará la oferta de corto plazo hacia la derecha (de Q_S a Q'_S) y el precio del bien bajará a P_1.[22] En el próximo período de producción las firmas podrán expandirse lo suficiente de modo de seguir teniendo utilidades positivas (tal como se

[18] Si suponemos que el capital está fijo en el corto plazo y el trabajo es un insumo flexible, esto equivale a afirmar que el punto de tangencia dependerá de la cantidad de capital de que dispone cada firma.

[19] Con objeto de no complicar innecesariamente las cosas, hemos supuesto que en cada período de producción el tamaño de todas las firmas de la industria es el mismo.

[20] Más generalmente se trata de insumos de los cuales no existe una disponibilidad ilimitada.

[21] Porque el precio es mayor que los costos medios de largo plazo y éstos son mayores que los costos marginales de largo plazo.

[22] Este efecto podría verse acentuado por el ingreso de nuevas firmas debido a la existencia de utilidades positivas. Como veremos en el párrafo siguiente, esto generalmente no sucederá.

Figura 4.12: Dinámica en una industria con retornos crecientes de escala

ve en la Figura 4.12). Sin importar cuán bajo sea el precio, una firma de tamaño suficientemente grande tendrá utilidades positivas.

Con el tiempo las firmas en la industria producirán cantidades cada vez mayores del bien. Si la demanda por el bien no crece indefinidamente a medida que su precio baja –lo cual es habitualmente el caso–, el número de firmas en la industria será cada vez menor. Eventualmente quedará sólo una firma en la industria. Suponer que cuando el número de firmas en una industria es reducido, éstas toman el precio del bien que venden como un dato, es poco realista. Los modelos de competencia imperfecta,[23] presentan marcos analíticos más adecuados a esta situación.

Concluimos que una industria con retornos crecientes de escala no puede alcanzar un equilibrio *de largo plazo* pues una de las supuestos fundamentales del modelo de competencia perfecta, aquel que supone que las firmas toman los precios como un dato, no será realista.

4.4.4 Industria con retornos decrecientes de escala

Un argumento similar al de la subsección anterior muestra que en este caso los costos medios serán crecientes y, por lo tanto, menores que los costos marginales.

La Figura 4.13, que muestra el caso de una función de costos convexa, ilustra un caso en que se cumple lo anterior. Si realmente hay retornos decrecientes de escala en todo el rango de cantidades producidas, el equilibrio de largo plazo interesará bastante poco pues en él cada firma tendrá producción igual a cero. La Figura 4.14 permite ilustrar la situación: Supongamos que inicialmente el precio del bien es P_0 y que todas las firmas tienen las mismas curvas de costos marginales y medios de corto plazo: $CMgC_0$ y $CMeC_0$. Las utilidades serán positivas e ingresarán nuevas firmas haciendo caer el precio, digamos hasta P_1. Las firmas podrán seguir teniendo utilidades positivas si reducen su tamaño (por ejemplo, su cantidad de capital) lo suficiente, de modo que sus curvas de

[23] Véase el apunte docente *Competencia Imperfecta*.

Figura 4.13: Retornos decrecientes de escala: costos totales, medios y marginales

Figura 4.14: Dinámica en una industria con retornos decrecientes de escala

costos marginales y medios de corto plazo se trasladan hasta $CMgC_1$ y $CMeC_1$, respectivamente. Este proceso continuará hasta que haya una infinidad de firmas, cada una de ellas produciendo una cantidad infinitesimal del bien.

El supuesto del modelo de competencia perfecta que no tiene sentido en este caso es aquel según el cual las firmas pueden entrar y salir de una industria sin costo alguno. Si suponemos que hay un costo fijo asociado al ingreso de una firma a una industria –trámite de iniciación de actividades, honorarios al abogado correspondiente, selección de un lugar físico para la firma, selección de personal, etc.–, tendremos que este costo será importante (relativo a las utilidades de la firma) cuando la cantidad producida sea pequeña. Eventualmente cesará el ingreso de firmas al mercado (pues las utilidades no compensarán el costo de ingresar a la industria) y en el equilibrio de largo plazo habrá un gran número de firmas, cada una de ellas produciendo una pequeña cantidad del bien.

4.4.5 Retornos de escala y costos marginales

La idea intuitiva tras el concepto de retornos crecientes (o decrecientes) de escala es que, a medida que crece el nivel de producción, los costos de producción son, en algún sentido, cada vez menores (o mayores). No es obvio, a priori, si son los costos medios o los costos marginales los que serán decrecientes (o crecientes). Que ambas afirmaciones *no* son equivalentes,[24] se muestra en la Figura 4.15. Los costos medios son decrecientes y, sin embargo, los costos marginales correspondientes *no* lo son, pues la función de costos de producción no es cóncava. Las curvas de costos marginales

Figura 4.15: Función de costos con costos medios decrecientes y costos marginales que no son decrecientes

y costos medios correspondientes a las funciones de costos totales de las Figuras 4.11 y 4.15 lucirán cómo se ve en los gráficos de la izquierda y de la derecha de la Figura 4.4.5.

En las subsecciones anteriores mostramos que los conceptos de retornos crecientes y decrecientes de escala van asociados a costos *medios* decrecientes y crecientes, respectivamente. A continuación mostraremos que si los costos marginales son decrecientes, entonces los costos medios también serán decrecientes. La afirmación recíproca no se cumple. Es posible que haya retornos crecientes de escala sin que los costos marginales sean decrecientes o que haya retornos decrecientes de escala

[24] A pesar de que varios libros afirman lo contrario.

sin que los costos marginales sean crecientes. Un ejemplo que ilustra esta posibilidad es aquel presentado en la Figura 4.11.

Proposición 4.2 *Denotemos los costos totales, medios y marginales de producción de largo plazo de una firma mediante $C(q)$, $CMe(q)$ y $CMg(q)$, respectivamente. Entonces:*

1. *Si $CMg(q)$ es creciente, también $CMe(q)$ será creciente.*

2. *Si $CMg(q)$ es decreciente, también $CMe(q)$ será decreciente.*$\blacksquare$

La demostración de la proposición anterior es análoga a aquella de la Proposición 3.5, por lo cual se omite.

4.4.6 Conclusión

En esta sección hemos mostrado algunas propiedades importantes de los mercados competitivos. En primer lugar, si hay retornos crecientes de escala no puede haber competencia perfecta en el largo plazo pues el número de firmas será pequeño y podrán afectar el precio de mercado. En segundo lugar, si hay retornos decrecientes de escala, el equilibrio competitivo de largo plazo resultante no tiene sentido. En este caso es poco realista suponer que no existen costos para ingresar a la industria. El equilibrio de largo plazo que se dará una vez introducido costos de entrada, será un equilibrio en que las firmas tendrán utilidades positivas. Finalmente hemos visto que mercados competitivos persistirán en el largo plazo si los costos medios (de largo plazo) tienen forma de U o son constantes. El concepto de equilibrio de largo plazo será de interés en estos casos.

4.5 Estática comparativa de largo plazo

En esta sección y las siguientes, centraremos nuestra atención en industrias con costos medios con forma de U. La función de costos correspondientes podría ser tal como aquella de la Figura 4.16.

La intuición tras esta curva de costos es la siguiente:

Figura 4.16: Función de costos que tiene costos medios con forma de U

- Cuando el nivel de producción es bajo, el proceso de producción generalmente exhibe retornos crecientes de escala pues habrá insumos que no se estarán utilizando al máximo. Esto explica lo observado para $q \leq q^*$: el costo medio baja a medida que sube la el nivel de producción. Se dice que en este tramo el proceso de producción exhibe *economías de escala*.

- En general existe un tamaño óptimo para la fábrica en que se produce un cierto bien, es decir, un tamaño para el cual el costo medio de producción alcanza su menor valor. Una vez alcanzado este nivel de producción, la empresa podría replicar plantas de producción idénticas de modo que de allí en adelante la función de costos es (aproximadamente) lineal. Sin embargo, al hacer esto, la coordinación de todas las plantas se hará cada vez más difícil y esto puede hacer subir los costos unitarios. Esto es lo observado en la Figura 4.16 para $q > q^*$. Se dice que el proceso de producción exhibe *deseconomías de escala* para $q > q^*$.

En la Figura 4.5 se muestra las curvas de costos medios y marginales correspondientes a la curva de costos totales de la Figura 4.16. No es casualidad que ambas curvas se intersecten en aquel punto en que el costo promedio alcanza su mínimo. Tal como vimos en la Proposición 4.1, este siempre será el caso.

Un análisis de estática comparativa de *corto* plazo se reduce a determinar cómo varían las curvas de oferta y demanda para luego determinar el nuevo punto de intersección de ambas curvas y compararlo con el punto de intersección anterior. Al hacer un análisis de estática comparativa de *largo* plazo, la situación es más complicada pues *no existe una oferta de mercado de largo plazo* análoga a aquella de corto plazo. Como el número de firmas depende de la demanda que haya por el bien, la oferta de mercado de largo plazo *no* será independiente de la demanda de mercado. En consecuencia, el método de análisis empleado en el corto plazo no puede ser extendido directamente al largo plazo.

Cuando varíe alguno de los factores que determina el equilibrio de largo plazo, determinaremos el equilibrio de largo plazo antes y después del cambio, siguiendo los pasos delineados al estudiar el equilibrio de largo plazo para una industria con costos medios de largo plazo con forma de U.

A continuación estudiamos distintos casos en que varía el equilibrio de largo plazo.

4.5.1 Aumento de la demanda

Supongamos que la industria se encuentra en su equilibrio de largo plazo y un cambio en las preferencias de los consumidores (cambio en los gustos) desplaza la demanda hacia afuera (de D a D'; véase la Figura 4.17). La oferta inicial de *corto* plazo se denota mediante S. En el corto plazo el precio del bien subirá de P_0 a P_1 (véase el diagrama de la derecha en la Figura 4.17). La oferta de corto plazo no cambiará, por lo cual cada firma producirá q_1 (en lugar de q_0), obteniendo utilidades positivas. Estas utilidades atraerán a nuevas firmas, las cuales ingresarán a la industria y desplazarán la oferta hacia afuera. Cuando hayan ingresado suficientes firmas, la oferta se habrá desplazado lo suficiente (hasta S') y el precio habrá bajado a P_0. Cada firma estará produciendo nuevamente q_0 y el precio de equilibrio será nuevamente P_0. Lo único que habrá cambiado será el número de firmas (que será mayor) y la cantidad producida por toda la industria (que también habrá crecido). La cantidad producida por cada firma y el precio del bien serán los mismos que antes del aumento en la demanda.

En el análisis anterior supusimos que los precios de los insumos permanecen constantes cuando ingresan nuevas firmas a la industria. Esta suposición será realista si la industria productora del bien es relativamente pequeña, es decir, si su demanda por los insumos que utiliza constituye una fracción pequeña de la demanda de mercado por estos insumos.[25]

[25] En la sección siguiente veremos qué hacer cuando el supuesto anterior no es realista.

Figura 4.17: Efecto de un desplazamiento de la demanda hacia afuera

4.5.2 Disminución del precio de un insumo

Supongamos que los salarios bajan de w_0 a w_1. Los costos totales de largo plazo (y, en consecuencia, los costos medios de largo plazo) bajarán (véase el Capítulo 2). Por lo tanto el menor valor que tomará la función de costos medios, y por lo tanto, el precio de equilibrio, caerá.

Si la demanda de mercado decrece con el precio –es decir, si no se trata de un bien de Giffen–, la cantidad demandada crecerá debido al menor precio de equilibrio. El nivel de producción de toda la industria en el nuevo equilibrio será mayor.

No podemos decir nada definitivo acerca de qué sucederá con el número de firmas en la industria. Los costos medios pueden alcanzar su nuevo mínimo en un nivel de producción menor, igual o mayor que el original, tal como se muestra en la Figura 4.18. El diagrama de la izquierda muestra el caso en que la cantidad producida por cada firma disminuye; el de la derecha el caso en que aumenta. Sean Q_0 y Q_1 las cantidades producidas por toda la industria en cada caso ($Q_0 < Q_1$ pues suponemos que no se trata bien de Giffen). La variación en el número de firmas será igual a:

$$n_1 - n_0 = \frac{Q_1}{q_1} - \frac{Q_0}{q_0}.$$

Si $q_1 \leq q_0$, necesariamente tendremos que $n_0 < n_1$. Sin embargo, si $q_1 > q_0$, es posible que el número de firmas haya disminuido.

4.5.3 Avance tecnológico

En el capítulo anterior vimos que en el caso de un avance tecnológico no podemos decir nada acerca de la dirección en que se desplazará la oferta de corto plazo. No es cierto que el precio (de equilibrio de corto plazo) bajará y la cantidad producida subirá luego de un avance tecnológico. Esto se debe

Figura 4.18: No es posible decir qué sucederá con el número de firmas luego de una baja en el precio de un insumo

a que una disminución en los costos totales no dice nada acerca de cómo cambiarán los costos marginales.

Lo que suceda en el largo plazo quedará determinado por los costos medios de largo plazo (a diferencia del corto plazo en que lo que importa son los costos marginales). En este caso sí es posible mostrar que el precio del bien bajará y la cantidad producida subirá.

El hecho que los costos totales hayan bajado[26] implica que los costos medios también habrán bajado. El menor valor que toma la curva de costos medios bajará. Esto equivale a decir que el precio del bien bajará . Si el bien no es de Giffen, la cantidad producida crecerá.

Con respecto a la cantidad producida por cada firma y el número de firmas, la situación es análoga a aquella vista cuando cae el precio de uno de los insumos. El nuevo valor mínimo de los costos medios de largo plazo puede alcanzarse para un nivel de producción mayor, menor o igual que el mínimo original. Si el nivel de producción óptimo de cada firma ha crecido lo suficiente, es posible que el número de firmas disminuya como producto del avance tecnológico.

4.6 Aplicación: incidencia de impuestos

Comenzamos esta sección mostrando que el efecto de un impuesto no depende de si los consumidores o los productores pagan el impuesto al gobierno. A pesar de su simplicidad, este resultado desafía nuestra intuición. Luego veremos que los efectos de corto y largo plazo de un impuesto sobre el bienestar de los consumidores y productores difieren notablemente.

[26] Recuerde que esto es consecuencia directa de la definición de avance tecnológico. Es importante notar que seguimos suponiendo que los precios de los insumos no se ven afectados por el aumento en su demanda. Sobre este punto volveremos en la sección siguiente.

Definición 4.6 *Un impuesto unitario es un impuesto de una cantidad determinada (digamos t pesos) por cada unidad transada del bien.*

4.6.1 Efecto de corto plazo

Sean $P_D(Q)$ y $P_S(Q)$ las funciones de demanda y oferta (de corto plazo) inversas. Es decir, $P_D(Q)$ es el mayor precio de venta del bien al cual los consumidores estarán dispuestos a comprar Q unidades y $P_S(Q)$ el menor precio unitario neto que deben recibir los productores para que estén dispuestos a producir Q unidades del bien. Hablamos de *precio neto* para dejar en claro que lo que interesa a los productores es la cantidad de dinero que quedará para su libre disposición. Si son ellos los que pagan el impuesto, el precio neto no será el precio de venta sino la cantidad de dinero que reciben los productores después de pagar el impuesto. La condición de equilibri no será $P_D(Q) = P_S(Q)$ pues el precio que pagarán los consumidores será diferente del precio neto que recibirán los productores.

Si los consumidores pagan el impuesto, ellos pagarán t pesos más por cada unidad transada de lo que reciben los productores. Si los productores pagan el impuesto, ellos tendrán para su libre disposición t pesos menos que lo pagado por los consumidores. Independientemente de quién pague el impuesto, los consumidores pagarán t pesos más por unidad de lo que recibirán los productores. La diferencia entre lo que pagan los consumidores y lo que finalmente reciben los productores irá a las arcas fiscales. Por lo tanto, la condición de equilibrio de corto plazo en la presencia de un impuesto unitario de t pesos será:

$$P_D(Q) - P_S(Q) = t. \tag{4.9}$$

La situación se presenta gráficamente en la Figura 4.19. Los productores recibirán P_F pesos por

Figura 4.19: Efecto de un impuesto unitario de t pesos sobre el equilibrio de mercado

unidad vendida. Esta cantidad será menor que lo que recibían antes del impuesto, pero la diferencia será menor que t pesos. Los consumidores pagarán P_C pesos por cada unidad del bien. Este precio será mayor que lo que pagaban antes del impuesto pero la diferencia será menor que t pesos. Tanto el precio adicional que pagan los consumidores, $P_C - P_0$, como el descenso en el precio que reciben los productores (eventualmente después de pagar el impuesto), $P_0 - P_F$, serán los mismos si son los productores o los consumidores quienes pagan el impuesto. Lo que interesa a productores y consumidores *no* es quién paga los t pesos por unidad transada al gobierno sino cuál es la diferencia entre el precio por unidad antes y después del impuesto y estas diferencias serán las mismas en ambos casos. En consecuencia es totalemnte irrelevante quien paga el impuesto.

El impuesto de t pesos por unidad vendida se puede descomponer como sigue:

$$t = P_C - P_F = (P_C - P_0) + (P_0 - P_F).$$

Comparando los precios que pagarán con y sin el impuesto tenemos que los productores pagarán una fracción $(P_0 - P_F)/t$ del impuesto mientras que los consumidores pagarán una fracción $(P_C - P_0)/t$.

La conclusión anterior constituye un excelente ejemplo de cómo la teoría económica permite identificar situaciones en que las apariencias son radicalmente distintas de lo que realmente está sucediendo. Aparentemente los consumidores se llevan todo el peso de un impuesto que pagan ellos y los productores todo el peso de un impuesto que pagan ellos. En realidad, el peso relativo que se llevan consumidores y productores no dependerá de quien paga el impuesto sino de las pendientes relativas de la demanda y oferta de corto plazo. La diferencia entre apariencia y realidad se debe a que *aparentemente* interesa quién paga el impuesto mientras que *realmente* importa la diferencia entre el precio que pagan unos y reciben otros con y sin impuesto.

Las siguientes observaciones son consecuencia inmediata del párrafo anterior y de la Figura 4.19:

- Si la oferta de corto plazo es perfectamente elástica, el consumidor paga todo el impuesto.
- Si la demanda es perfectamente elástica, el productor paga todo el impuesto.
- Ceteris paribus, la fracción del impuesto que realmente pagan los consumidores será mayor mientras mayor sea la elasticidad-precio de la oferta de corto plazo y mientras menor sea le elasticidad-precio de la demanda.
- Ceteris paribus, la fracción del impuesto que realmente pagan los productores será mayor mientras mayor sea la elasticidad-precio de la demanda y mientras menor sea le elasticidad-precio de la oferta de corto plazo.
- Es posible demostrar que si $e_{Q_S,P}$ y $e_{Q_D,P}$ denotan las elasticidades-precio de la oferta de corto plazo y de la demanda en el equilibrio inicial, entonces para un impuesto pequeño los consumidores terminarán pagando una menor fracción del impuesto que los productores si y sólo si $e_{Q_D,P} > e_{Q_S,P}$.

4.6.2 Efecto de largo plazo

Si los productores pagan el impuesto, la curva de costos medios se desplazará en t unidades hacia arriba (véase la Figura 4.20). La función de costos medios alcanzará su mínimo en el mismo nivel de producción donde lo alcanzaba antes del impuesto. El valor del mínimo correspondiente habrá

Figura 4.20: Costos medios antes y después de un impuesto que pagan los productores

crecido en t unidades. Luego el precio de equilibrio (que reciben los productores) habrá crecido en t pesos.

Si los consumidores pagan el impuesto, la curva de costos medios no cambia y en el equilibrio de largo plazo pagarán P_0 pesos a los productores y t pesos al gobierno.

Sin importar si son los productores o los productores quienes pagan el impuesto, el efecto real de largo plazo será que los consumidores pagarán t pesos más de lo que pagarían si no hubiera impuesto y los productores recibirán la misma cantidad neta de dinero que si no hubiera impuestos. Es decir, en ambos casos el efecto real del impuesto recaerá enteramente en los consumidores.

Como el precio que pagan los consumidores por el bien habrá crecido, su demanda caerá y la cantidad transada en el nuevo equilibrio de corto plazo será menor. Como el nivel de producción óptimo de cada firma no ha cambiado, el número de firmas en la industria caerá luego de la introducción de un impuesto.[27]

4.7 Equilibrio general

A lo largo de todo el curso hemos analizado cada mercado separadamente, es decir, no hemos considerado la interacción que existe entre diversos mercados. La suposición de *ceteris paribus* ha jugado un rol fundamental. Este método de análisis se conoce como análisis de equilibrio *parcial.* Es adecuado para mercados que son pequeños relativos al tamaño de la economía. Un análisis que considera simultáneamente todos los mercados se llama análisis de equilibrio *general.*

Ejemplo 4.8 *El gobierno desea determinar cuánto dinero recaudará si aumenta el impuesto al litro de bencina en 20 pesos.*

[27] Hemos supuesto que la industria no afecta el precio de los insumos que utiliza. En la sección siguiente veremos qué pasa cuando este no es el caso.

Un análisis de equilibrio parcial (véase la sección anterior) comienza por determinar la cantidad que se venderá cuando el nuevo impuesto entre en vigencia. Para ello se impone que la diferencia entre la demanda y oferta inversas sea igual al nuevo impuesto. En el nuevo equilibrio (tanto de largo como de corto plazo) la cantidad vendida será menor que antes del aumento en el impuesto, por lo cual la recaudación adicional será inferior a 20 veces el número de litros que se vendía antes del impuesto. Mientras más elástica sea la demanda por bencina, menor será la cantidad que el fisco recaudará luego del alza en impuestos.

El análisis de equilibrio parcial no considera una serie de efectos adicionales que tendrá el alza del impuesto a la bencina. Por ejemplo, el aumento en el precio de la bencina traerá consigo una disminución en la venta de automóviles importados. En la medida que la baja en la demanda por automóviles importados no afecte mayormente su precio,[28] *la recaudación de impuestos por la compra de automóviles caerá. Parte de los ingresos adicionales que el gobierno recibirá por el alza del impuesto a la bencina lo perderá debido a la baja en la recaudación del impuesto a los automóviles importados.*

En general, un análisis de equilibrio parcial dará una visión demasiado optimista del efecto de un alza de impuestos.

En un análisis de equilibrio general se determinará simultáneamente el nuevo equilibrio en todos los mercados relevantes para luego cuantificar el efecto total del alza del impuesto a la gasolina.■

En la primera parte de esta sección veremos cómo incorporar la posibilidad de que la demanda de una indsutria por los insumos que utiliza afecte el precio de éstos. El análisis correspondiente es un caso intermedio entre equilibrio parcial y equilibrio general. Lo que lo diferencia del análisis de equilibrio parcial es que no supone dados los precios de los insumos. Reconoce la posibilidad de que la demanda por insumos afecte el precio de éstos.

En la segunda parte de esta sección discutiremos brevemente los aspectos más importantes de un equillibrio general.

4.7.1 Industrias con costos crecientes y decrecientes

En la Sección 4.3 vimos que el precio y la cantidad producida por cada firma en el equilibrio de largo plazo de una industria con costos medios[29] con forma de U queda determinado por el costo de los insumos y la tecnología.[30] El nivel de producción de cada firma y el precio de equilibrio (de largo plazo) de un bien no variarán si la curva de demanda se desplaza. Sólo cambiará el número de firmas en la industria y la producción total de ésta. El análisis de estática comparativa anterior supone que el precio de los insumos que utiliza una industria no cambia si crece el número de firmas en la industria. Esto equivale a suponer que la demanda de la industria por los insumos que utiliza no afecta el precio de éstos. Frecuentemente este supuesto no es apropiado. Por ejemplo:

- El ingreso de nuevas firmas puede traer consigo un aumento en los costos de producción. Este será el caso, por ejemplo, si el aumento en la demanda por insumos hace subir el precio de éstos.

[28] Como la demanda nacional es una fracción pequeña de la demanda mundial esta suposición es adecuada.

[29] De largo plazo.

[30] Esto es consecuencia de que el precio de equilibrio y la cantidad producida por cada firma quedan determinados por el menor valor de los costos medios.

- El ingreso de nuevas firmas puede llevar a una disminución en los costos de producción de todas las firmas. Este será el caso, por ejemplo, si el ingreso de nuevas firmas permite que la industria alcance un tamaño crítico que justifique establecer una infraestructura más sofisticada para transportes (mejores carreteras, mejores puentes, etc.). En este caso, el ingreso de nuevas firmas permite aprovechar retornos crecientes de escala *a nivel de la industria.*

Definición 4.7 *Definimos la* oferta de largo plazo *como la curva trazada por la cantidad y el precio de equilibrio de largo plazo a medida que varía el número de firmas (o equivalentemente el nivel de producción de la industria). El origen de esta variación se puede interpretar como movimientos en la curva de demanda. Si esta se desplaza hacia la derecha crecerá el nivel de producción, si se desplaza hacia la izquierda disminuirá.*[31,32]

Las industrias se pueden clasificar en tres categorías de acuerdo a cómo varían sus costos de producción con el número de firmas.

Definición 4.8 *Diremos que una industria tiene costos* constantes, crecientes *o* decrecientes *si sus costos (de largo plazo) permanecen constantes, crecen o decrecen con el ingreso de nuevas firmas.*

Las ofertas de largo plazo para industrias con costos constantes, crecientes y decrecientes se muestran en la Figura 4.21. Si la industria tiene costos crecientes, el menor valor de los costos

Figura 4.21: Oferta de largo plazo

medios de una firma crecerá a medida que crece el número de firmas. La oferta de largo plazo

[31] Esta afirmación supone que no se trata de un bien de Giffen.

[32] Puede suceder que, luego de un aumento en la demanda, el nivel de producción óptimo de largo plazo de cada firma crezca lo suficiente como para que el número de firmas en el nuevo equilibrio de largo plazo sea menor. En lo que sigue generalmente supondremos que un aumento en el nivel de producción de largo plazo de la industria va acompañado de un aumento en el número de firmas.

tendrá pendiente positiva en este caso. En cambio, si la industria tiene costos decrecientes, sus costos de producción (y, en consecuencia, el menor valor de sus costos medios) caerán a medida que crece el nivel de producción de la industria. La oferta de corto plazo tendrá pendiente negativa en este caso. A diferencia de la oferta de corto plazo, la oferta de largo plazo no necesariamente tendrá pendiente positiva.

Existe una diferencia conceptual importante entre las definiciones de oferta de corto y largo plazo. La oferta de corto plazo es un concepto que no requiere del equilibrio de corto plazo para ser definido. Dado un precio de mercado, la oferta de corto plazo dice cúal será la cantidad que los productores estarán dispuestos a ofertar a ese precio. En cambio, no es posible separar la oferta de largo plazo del equilibrio correspondiente. De hecho, la oferta de largo plazo corresponde al lugar geométrico de todos los equilibrios de mercado de largo plazo obtenidos a medida que varía la demanda.

En la sección 4.4 vimos cómo una industria con costos constantes[33] se traslada a su nuevo equilibrio de largo plazo luego de un aumento en la demanda. A continuación veremos qué sucede si la industria tiene costos crecientes. En el diagrama de la izquierda de la Figura 4.22 vemos

Figura 4.22: Cambio en la demanda en una industria con costos crecientes

el equilibrio de largo plazo inicial para cada firma: el precio es P_0 y cada firma produce q_0. La figura de la derecha permite determinar la cantidad producida en el mercado: Q_0. A continuación suponemos que la demanda se desplaza hacia la derecha (de D a D'). Inmediatamente después del aumento en la demanda, antes que las firmas puedan incrementar su producción,[34] las firmas maximizarán sus utilidades vendiendo su producción al mayor precio que los consumidores estén dispuestos a pagar. La cantidad vendida por la industria será Q_0 y el precio de venta será P_0'. Como

[33] Una industria con costos constantes generalmente tendrá costos medios y marginales y retornos de escala que *no* son constantes.

[34] Algunos autores llaman a este lapso de tiempo el *muy corto plazo*. Es un período de tiempo en que permanecen fijos todos los insumos y sólo pueden variar los precios.

el nuevo precio es mayor que el costo marginal, las firmas incrementarán sus niveles de producción y la industria se trasladará a su nuevo equilibrio de corto plazo que corresponde a la intersección de la nueva curva de demanda y la oferta original de corto plazo. El precio y la cantidad producida serán P_1 y Q_1, respectivamente. La cantidad producida por cada firma queda determinada por su curva de costo marginal de *corto plazo* (ver diagrama izquierdo en la Figura 4.22) y será igual a q_1. Las utilidades serán positivas, incentivando el ingreso de nuevas firmas a la industria. Los costos de producción crecerán con el ingreso de nuevas firmas, porque se trata de una industria con costos crecientes. La curva de costos medios se desplazará hacia arriba, tal como se muestra en el diagrama central de la Figura 4.22. El ingreso de nuevas firmas hará crecer la oferta de mercado de corto plazo y con ello el precio de equilibrio de corto plazo comenzará a caer. El precio de equilibrio de largo plazo comenzará a crecer pues el mínimo costo medio será mayor mientras mayor sea el número de firmas. Este proceso continuará hasta que el precio de equilibrio de largo plazo (que va creciendo) sea igual al precio de equilibrio de corto plazo (que va cayendo). El equilibrio de largo plazo se habrá trasladado de E a E'', tal como se ilustra en el diagrama de la derecha de la Figura 4.22, y las utilidades de las firmas de la industria serán iguales a cero nuevamente. Tanto el precio como la cantidad producida en el nuevo equilbrio de largo plazo serán mayores. El lugar geométrico de todos los equilibrios de largo plazo que se obtienen de esta manera corresponde a la oferta de largo plazo de la industria (véase el diagrama de la derecha de la Figura 4.22).

Un análisis similar al anterior permite mostrar cómo una industria con costos decrecientes se ajusta a un cambio en la demanda. En este caso un aumento en la demanda lleva a un aumento en la cantidad producida y una baja en el precio de equilibrio, tal como se aprecia en la Figura 4.23.

Figura 4.23: Efecto de un aumento en la demanda en una industria con costos decrecientes

En la Sección 4.2 vimos que la magnitud del efecto de un cambio en la demanda sobre el precio y la cantidad de equilibrio de corto plazo depende de cuán grande sea la elasticidad-precio de la oferta de corto plazo. Al hacer estática comparativa de largo plazo se tiene una situación análoga.

Definición 4.9 *Denotemos mediante $LS = LS(P, \ldots)$ la oferta de largo plazo de una industria. Definimos la* elasticidad de la oferta de largo plazo con respecto al precio, *también llamada* elasticidad-precio de la oferta de largo plazo *como:*

$$e_{LS,P} = \frac{\partial LS}{\partial P} \cdot \frac{P}{LS}. \blacksquare$$

La elasticidad-precio de la oferta de largo plazo será infinita para una indsutria con costos constantes, será positiva si la industria tiene costos crecientes y negativa si sus costos son decrecientes. La mayoría de las industras tiene costos crecientes. En este caso es razonable suponer que la elasticidad-precio de la oferta de largo plazo será mayor que su contraparte de corto plazo. Una industria estará dispuesta a aumentar su nivel de producción en una proporción mayor mientras mayor sea el período de tiempo de que dispone. Valores grandes (mucho mayores que uno) de la elasticidad-precio de la oferta de largo plazo indican que la industria puede crecer sin encarecer mayormente sus costos de producción.

Ejemplo 4.9 *Deseamos explicar por qué en los últimos cinco años el precio de los computadores ha bajado y la cantidad producida ha aumentado usando estática comparativa de largo plazo. Con tal objeto suponemos que la industria de los computadores es perfectamente competitiva.*

Una posible explicación de los cambios observados se basa en que haya habido avances tecnológicos. Avances tecnológicos combinados con costos constantes bastan para explicar una baja en el precio y un alza en la cantidad vendida de computadores personales.

Sin embargo, es discutible si realmente ha habido avances tecnológicos notables en la producción de computadores personales en los últimos cinco años. La tecnología utilizada en la producción de computadores personales no ha variado sustancialmente. Una explicación alternativa se obtiene notando que:

- *Los computadores personales se han popularizado en los últimos cinco años haciendo crecer la demanda.*
- *Uno de los principales componentes de los computadores personales, los microprocesadores, exhiben retornos crecientes de escala en su producción. En consecuencia la industria de los computadores personales tendrá costos decrecientes.*

Un aumento en la demanda por el bien que produce una industria con costos decrecientes llevará a una baja del precio de equilibrio y un aumento en la cantidad producida (véase la Figura 4.23). $\blacksquare$

4.7.2 Equilibrio general

En las secciones anteriores vimos cómo determinar el precio y la cantidad producida en el equilibrio de mercado[35] de un bien determinado. El tipo de análisis llevado a cabo fue de *equilibrio parcial* porque supusimos que los demás mercados se encontraban en equilibrio. Mostrar que existe un equilibrio de corto plazo resultó ser equivalente a mostrar que la oferta intersecta a la demanda.[36]

[35] De corto y largo plazo.

[36] Como la oferta es creciente y la demanda generalmente es decreciente, la existencia de un equilibrio equivale a mostrar que una función creciente intersecta una función decreciente. Salvo casos extremos (que se pueden interpretar como situaciones en las cuales no se producirá el bien), una función creciente intersecta una función decreciente y el equilibrio de mercado está bien definido.

En esta subsección explicaremos en qué consiste determinar precios y cantidades de equilibrio en todos los mercados de una economía *simultáneamente*.

Con objeto de discutir en qué consiste exactamente un equilibrio general, recordamos a continuación los principales componentes del modelo de competencia perfecta:[37]

1. Consumidores: los consumidores maximizan su utilidad sujetos a su restricción presupuestaria.

   En un análisis de equilibrio parcial danotamos el ingreso de un consumidor mediante I y no nos preocupamos de dónde proviene ese ingreso. En un análisis de equilibrio general debemos considerar el hecho que los ingresos de los consumidores dependen de lo que sucede en los mercados. El ingreso de los consumidores puede provenir de varias fuentes:

   - Los salarios que reciben por su trabajo. Si el salario por hora es w y el consumidor A trabaja $\overline{L}_A$ horas (durante un período de producción determinado) entonces su ingreso por concepto de su salario será wL_A.
   - Los retornos que reciben los consumidores por su capital. Un consumidor podrá invertir su capital (en depósitos a plazo, acciones, propiedades, etc.) obteniendo ingresos por este concepto. Si el precio de una unidad de capital (durante un período de producción determinado) es r pesos y el consumidor A posee $\overline{K}_A$ unidades de capital, entonces las rentas al capital que percibirá serán iguales a $r\overline{K}_A$ unidades.
   - Los consumidores son dueños de las firmas y por lo tanto se reparten las utilidades de éstas. Si el individuo A es propietario de una fracción α_{Af} de la firma f, entonces recibirá esa misma fracción de las utilidades: $\alpha_f \pi_f$. En la medida que las utilidades de las firmas sean positivas, como puede suceder en un equilibrio de corto plazo, los dueños del capital estarán recibiendo retornos al capital mayores que aquellos indicados por el precio del capital, r, pues además perciben la fracción de las utilidades que les corresponde.
   - El consumidor también puede poseer *dotaciones iniciales* de los bienes que produce la economía y decidir vender estos bienes. Si el consumidor A posee $\overline{x}_A$ unidades del bien X y $\overline{y}_A$ unidades del bien Y entonces el ingreso que obtendrá al vender estos bienes será igual a $p_X\overline{x}_A + p_Y\overline{y}_A$.

   En resumen, el ingreso del consumidor A durante un período de producción determinado será igual a:

$$I = p_X\overline{x}_A + p_Y\overline{y}_A + w\overline{L}_A + r\overline{K}_A + \sum_f \alpha_{Af}\pi_f.$$

   El consumidor A resuelve:

$$\begin{array}{ll} \max_{x,y} & U(x,y) \\ \text{s.a.} & p_X x + p_Y y = p_X\overline{x}_A + p_Y\overline{y}_A + w\overline{L}_A + r\overline{K}_A + \sum_f \alpha_{Af}\pi_f. \end{array}$$

[37] Supondremos que la economía produce dos bienes a partir de dos insumos de producción.

2. Firmas: las firmas transforman insumos en bienes utilizando tecnología. Una firma típica que produce el bien X maximizará sus utilidades resolviendo:

$$\max_{K,L} p_X f_X(K,L) - rK - wL, \tag{4.10}$$

donde $f_X(K,L)$ denota la función de producción de X.

3. Tanto las firmas como los individuos toman los precios como dados. Por eso al resolver 4.10 y 4.10, p_X, p_Y, w y r son tomados como parámetros.

Definición 4.10 *Consideremos una economía con ciertas dotaciones iniciales de bienes e insumos (en manos de los consumidores). Estos son los "recursos"" de que dispone la economía.*

Un equilibrio general *(para un período de producción determinado) será una colección de canastas de consumo, (x_i, y_i), (uno para cada consumidor); una colección de vectores de demanda de insumos (K_i, L_i) (uno por cada firma) y oferta de productos (x_i^*, y_i^*) (uno por cada firma) y un vector de precios de insumos y bienes (r, w, p_X, p_Y) tales que:*

1. *La canasta de bienes que maximiza la utilidad del i-ésimo consumidor (sujeto a su restricción presupuestaria) es (x_i, y_i).*

2. *La cantidad que las firmas producen de cada bien son aquellas que maximizan sus utilidades. Esto da origen a una oferta de x_i^* unidades de X y y_i^* unidades de Y y a una demanda de K_i unidades de capital y L_i unidades de trabajo por parte de la i-ésima firma.*

3. *Las cantidades demandadas en cada uno de los mercados de insumos y bienes son iguales a las cantidades ofertadas:*

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{consumidores}} \overline{K}_i &= \sum_{\text{firmas}} K_i \\
\sum_{\text{consumidores}} \overline{L}_i &= \sum_{\text{firmas}} L_i \\
\sum_{\text{consumidores}} x_i &= \sum_{\text{dotaciones}} \overline{x}_i + \sum_{\text{firmas}} x_i^* \\
\sum_{\text{consumidores}} y_i &= \sum_{\text{dotaciones}} \overline{y}_i + \sum_{\text{firmas}} y_i^*
\end{aligned}$$

Lo que hace complicado la determinación de un equilibrio general es que se debe determinar el equilibrio en todos los mercados al mismo tiempo pues el precio y la cantidad de equilibrio de cada mercado afecta las curvas de oferta y demanda de todos los mercados restantes. Por ejemplo, el ingreso de los individuos dependerá del salario que reciban, este salario dependerá de cuál sea la demanda por trabajo,[38] la demanda por trabajo dependerá de la demanda por bienes y esta demanda dependerá del ingreso de los individuos.

[38] En el apunte *Mercado del Trabajo* se ve cómo determinar el equilibrio en el mercado del tjrabajo bajo competencia perfecta.

Ejemplo 4.10 *En este ejemplo determinaremos un equilibrio general en una de las economías más simples. Supondremos que hay dos consumidores (A y B), cada uno de los cuales tiene una dotación inicial de los dos bienes que hay en la economía que viene dada por:*

$$\overline{x}_A = 90, \overline{y}_A = 35; \quad \overline{x}_B = 30, \overline{y}_B = 25.$$

Supondremos que A y B no se dedican a actividades productivas por lo cual no hay firmas ni insumos de producción ni precios de estos insumos. La única actividad económica de A y B consiste en intercambiar bienes.

Una economía como la anterior se llama economía de intercambio. *Una de las pocas situaciones reales en que posiblemente se dio algo similar fue luego de que Robinson Crusoe encontrara a Viernes en la Isla Juan Fernández.*

Deseamos determinar una colección de canastas de consumo (x_a^*, y_A^*) *y* (x_B^*, y_B^*) *y precios de los bienes X e Y que definan un equilibrio general. Supondremos que ambos consumidores tienen las mismas preferencias y que éstas se pueden representar por la función de utilidad*

$$U(x, y) = xy.$$

Necesariamente tendremos:

$$\begin{aligned} x_A^* + x_B^* &= \overline{x}_A + \overline{x}_B = 120, \\ &= \\ y_A^* + y_B^* &= \overline{y}_A + \overline{y}_B = 60. \end{aligned} \tag{4.11}$$

Comenzamos por notar que si (p_X, p_Y) *define un equilibrio general y* $a > 0$ *entonces* (ap_X, ap_Y) *también definirá un equilibrio general. Esto se debe a que la demanda de los individuos sólo depende del precio* relativo *de los bienes. Luego no hay pérdida de generalidad en suponer* $p_Y = 1$, *ya que lo que realmente interesa es* p_X/p_Y.

Las restricciones presupuestarias de los individuos son:

$$\begin{aligned} A: \quad p_X x_A + y_A &= p_X \cdot 90 + 35 \\ B: \quad p_X x_B + y_B &= p_X \cdot 30 + 25. \end{aligned}$$

El consumidor A resuelve:

$$\begin{aligned} \max_{x,y} \quad & U(x, y) \\ \text{s.a.} \quad & p_X x_A + y_A = 90 p_x + 35, \end{aligned}$$

de donde resulta:

$$\begin{aligned} x_A &= 45 + 17,5 \cdot \frac{1}{p_X} \\ y_A &= 45 p_X + 17,5. \end{aligned} \tag{4.12}$$

De manera similar obtenemos para el consumidor B:

$$\begin{aligned} x_B &= 15 + 12,5 \cdot \frac{1}{p_X} \\ y_A &= 15p_X + 12,5. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Finalmente imponemos la condición 4.11 (que corresponde a igualar la demanda a la oferta) obteniendo: $p_X = 1/2$.

Concluimos que cualquier vector de precios (p_X, p_Y) *tal que* $p_X/p_Y = 1/2$ *definirá un equilibrio general. Las canastas de consumo correspondientes se obtienen de 4.12 y 4.13:*

$$x_A^* = 80, y_A^* = 40; \qquad x_B^* = 40, y_B^* = 20.$$

Supongamos que se "decretá"' que $p_X = 500$ *y* $p_Y = 1000$. *Luego de maximizar sus utilidades, el consumidor A concluirá que desearía intercambiar 10 unidades de X por 5 unidades de Y (esto se obtiene comparando* x_A^* *con* $\overline{x}_A$ *y* y_A^* *con* $\overline{y}_A$*) y el consumidor B concluye que quisiera intercambiar 5 unidades de Y por 10 unidades de X. Precisamente porque los precios corresponden a un equilibrio general es que los planes que maximizan las utilidades de ambos consumidores son compatibles. El consumidor A venderá 5 unidades de Y a B y, con el dinero recibido, le comprará 10 unidades de X. Si los precios* no *definieran un equilibrio general, entonces los intercambios de bienes que desearían realizar ambos consumidores no serían compatibles.*[39]

En cursos más avanzados se muestra que en economías perfectamente competitivas siempre existirá un equilibrio general.[40,41] En una economía perfectamente competitiva siempre será posible que todos los mercados se encuentren en equilibrio al mismo tiempo.

[39] Se propone como ejercicio confirmar esta afirmación para $p_X = p_Y = 1$.

[40] La matemática correspondiente se basa en aplicar versiones sofisticadas del teorema del punto fijo. Estos resultados fueron obtenidos por Arrow y Debreu alrededor de 1950 y les valieron el Premio Nobel.

[41] En general este equilibrio no será único, es decir, generalmente habrá varios equilibrios con precios *relativos* diferentes.

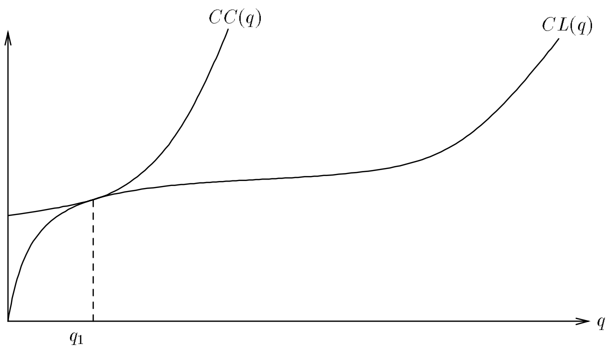


Figura 0.1: Costos de corto y largo plazo de una firma

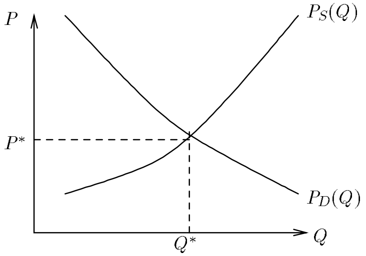


Figura 0.2: Equilibrio de corto plazo

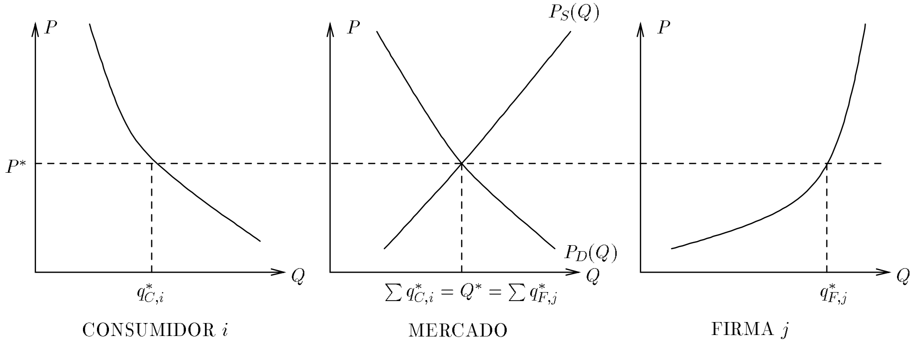


Figura 0.3: El consumidor, la firma y el equilibrio de mercado

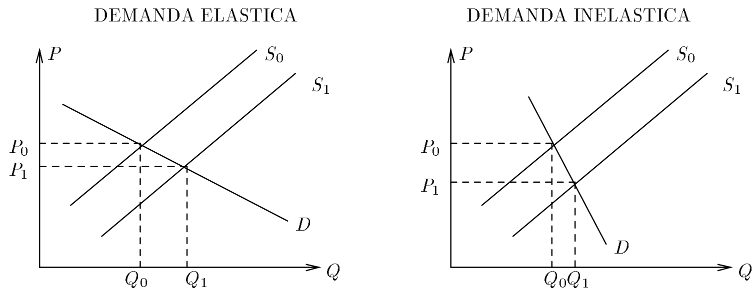


Figura 0.4: La magnitud del efecto de un desplazamiento de la curva de oferta dependerá de cuán elástica sea la demanda

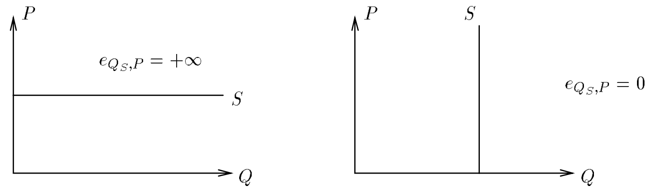


Figura 0.5: Casos extremos de elasticidad-precio de la oferta

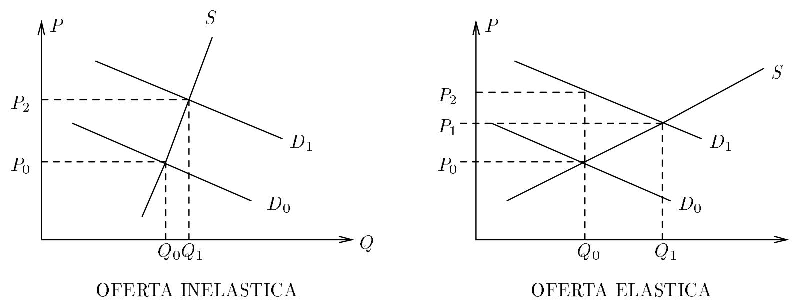


Figura 0.6: La magnitud del efecto de un aumento de la demanda depende de cuán elástica es la oferta

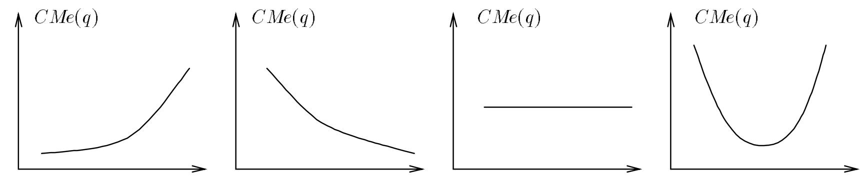


Figura 0.7: Distintos tipos de funciones de costos medios

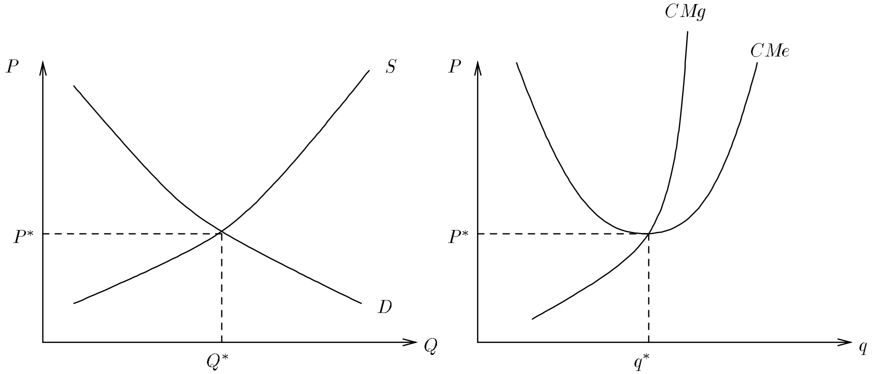


Figura 0.8: Equilibrio de largo plazo para una industria que tiene costos medios con forma de U

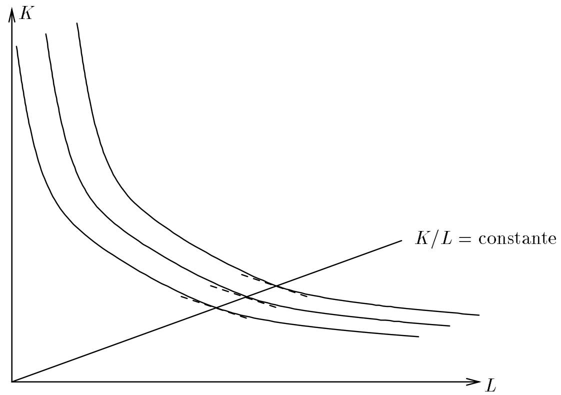


Figura 0.9: Isocuantas de producción cuando hay retornos constantes de escala

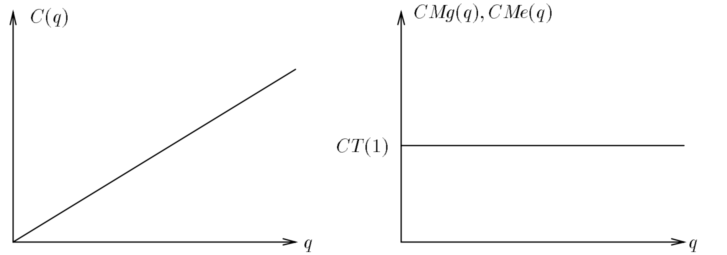


Figura 0.10: Costos totales, marginales y medios cuando hay retornos constantes de escala

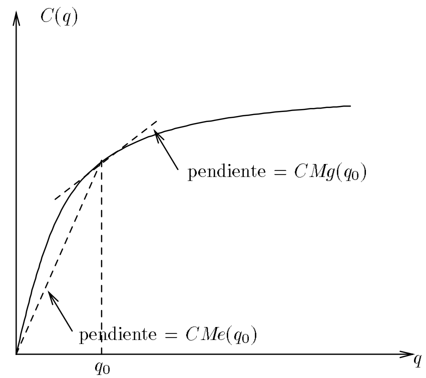


Figura 0.11: Costo marginal y medio a partir de la curva de costos de producción

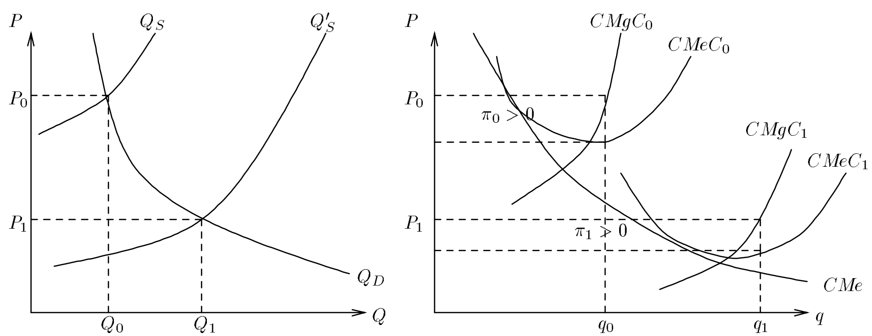


Figura 0.12: Dinámica en una industria con retornos crecientes de escala

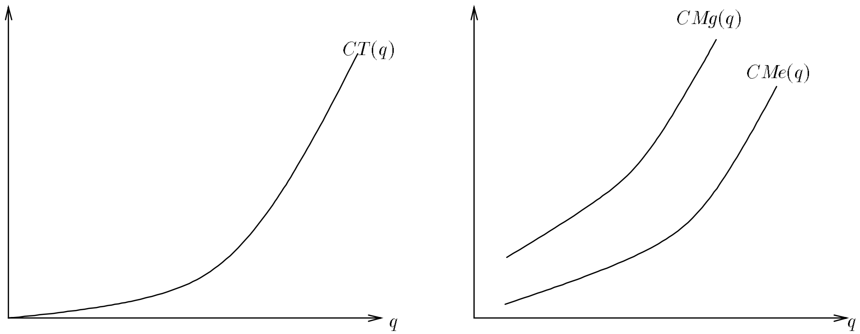


Figura 0.13: Retornos decrecientes de escala: costos totales, medios y marginales

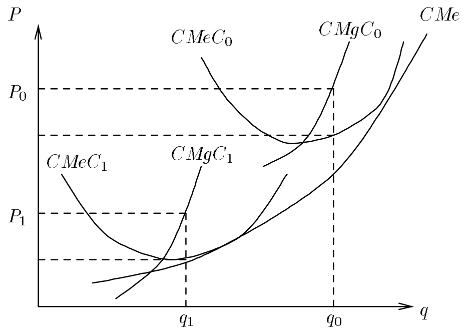


Figura 0.14: Dinámica en una industria con retornos decrecientes de escala

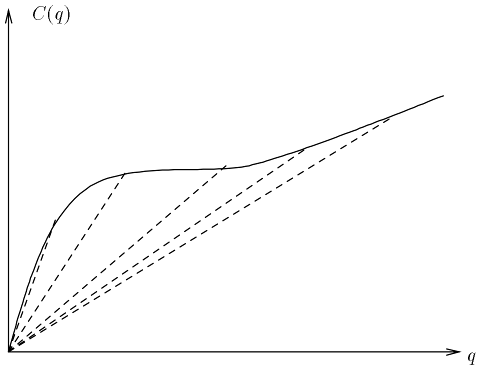
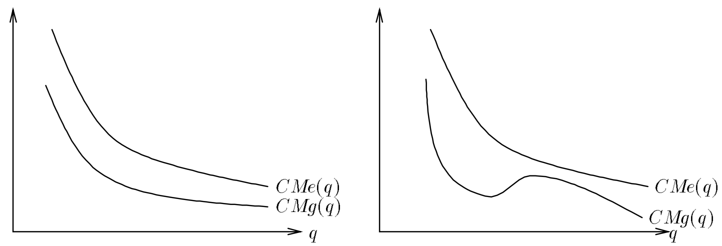


Figura 0.15: Función de costos con costos medios decrecientes y costos marginales que no son decrecientes



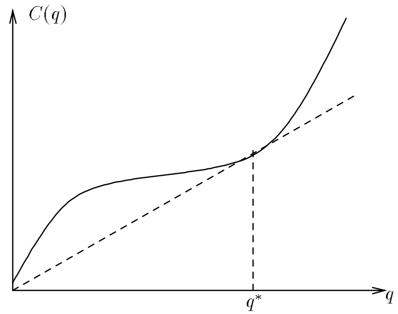
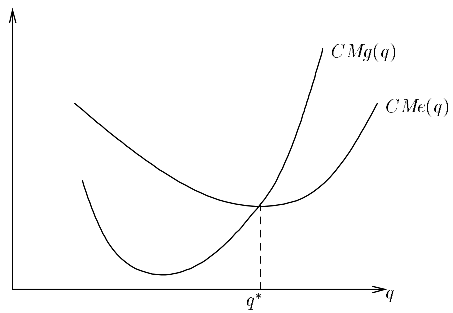


Figura 0.16: Función de costos que tiene costos medios con forma de U



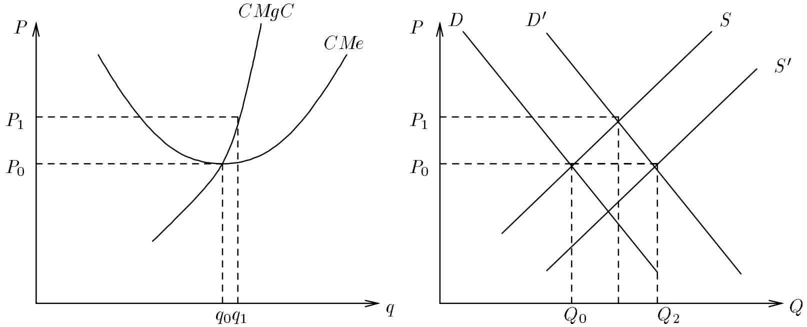


Figura 0.17: Efecto de un desplazamiento de la demanda hacia afuera

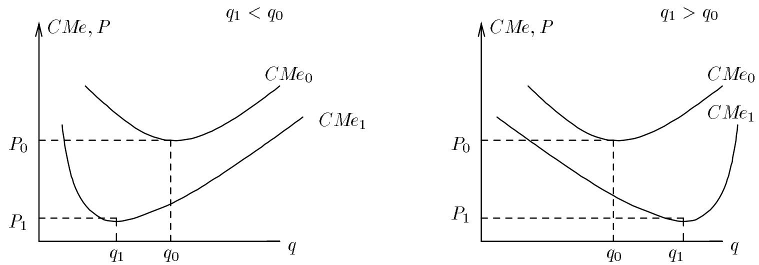


Figura 0.18: No es posible decir qué sucederá con el número de firmas luego de una baja en el precio de un insumo

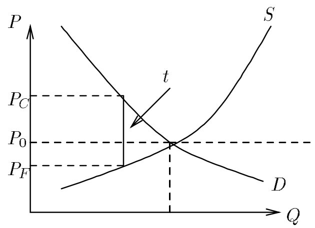


Figura 0.19: Efecto de un impuesto unitario de t pesos sobre el equilibrio de mercado

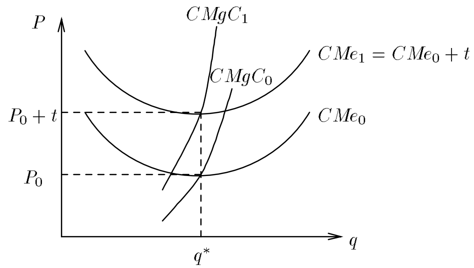


Figura 0.20: Costos medios antes y después de un impuesto que pagan los productores

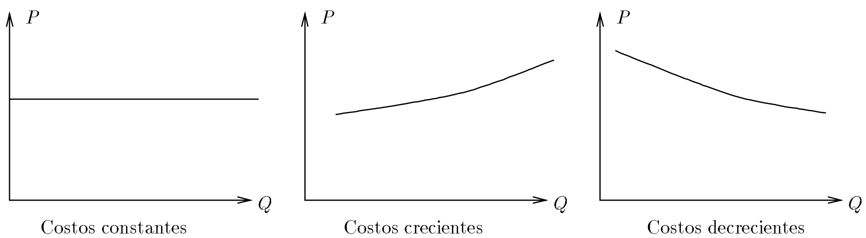


Figura 0.21: Oferta de largo plazo

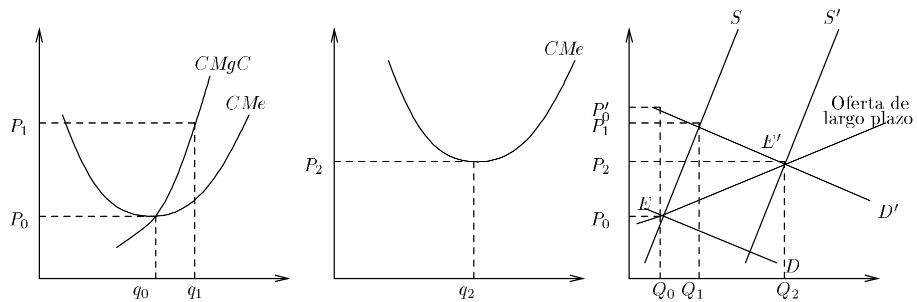


Figura 0.22: Cambio en la demanda en una industria con costos crecientes

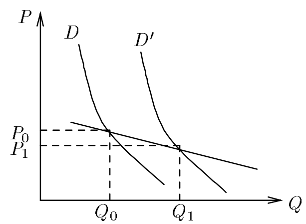


Figura 0.23: Efecto de un aumento en la demanda en una industria con costos decrecientes

Capítulo 5

Eficiencia

El hito en que habitualmente se ubica el nacimiento de la ciencia económica es la publicación de *"La Riqueza de las Naciones""* de Adam Smith, en 1776. En este libro, Smith afirmó lo siguiente:

> *"Generalmente (un individuo) no trata de promover el bien público [...]. Lo único que busca es su propio bienestar. Al hacerlo, una mano invisible lo lleva a promover un fin que no estaba en sus intenciones. Al buscar su propio bienestar, a menudo un individuo promueve él de la sociedad más eficazmente que si realmente pretendiera hacerlo.""*

En este capítulo final veremos el sentido en que la afirmación anterior es cierta. Para ello comenzaremos por especificar qué entenderemos por una asignación eficiente de recursos para luego estudiar si en una economía perfectamente competitiva se cumple esta especificación.

5.1 Eficiencia de Pareto y teoremas de bienestar

Cada sociedad resuelve en cada período de producción los problemas de *qué, cuánto, cómo* y *para quién* producir. Deseamos definir un criterio que permita determinar si una sociedad resuelve estos problemas de manera eficiente o no.

5.1.1 Eficiencia de Pareto

Definición 5.1 *Diremos que una sociedad asigna sus recursos de manera* Pareto-eficiente *si mejorar el bienestar (económico) de un individuo necesariamente implica perjudicar a otro.*■

Una sociedad en la cual es posible mejorar el bienestar de un individuo sin perjudicar a nadie *no* está resolviendo los problemas de *qué, cuánto, cómo* y *para quién* producir de manera Pareto-eficiente. La ineficiencia puede tener su origen en (al menos) una de las siguientes tres alternativas:

1. *Ineficiencia en la producción*

   Esta situación se dará si la economía no se encuentra sobre su frontera de posibilidades de producción.[1] Si es posible producir una cantidad mayor de algún bien sin afectar los niveles de

[1] Este concepto se verá de manera más formal más adelante en este capítulo.

producción de los demás bienes utilizando los mismos insumos de producción, entonces será posible mejorar el bienestar de muchos consumidores (repartiendo entre ellos la producción adicional) sin perjudicar a nadie.

Diremos que hay *eficiencia en la producción* si la sociedad se encuentra sobre su frontera de posibilidades de producción. En tal caso no será posible producir más de un bien sin producir menos de otro. El concepto de *eficiencia en la producción* corresponde a eficiencia en *cómo* producir.

2. *Ineficiencia en el consumo*

   Una vez producidos los bienes, la asignación de éstos a los diversos consumidores será ineficiente si es posible que un grupo de consumidores intercambie bienes entre sí de modo que todos mejoren su bienestar.[2] En este caso la sociedad estará asignando ineficientemente sus recursos al momento de distribuir los bienes producidos entre sus ciudadanos.

   Diremos que hay *eficiencia en el consumo* si la asignación de bienes entre los individuos de una sociedad es tal que todo intercambio de bienes entre consumidores necesariamente perjudica el bienestar de (al menos) uno de ellos. Eficiencia en el consumo corresponde, en un sentido limitado,[3] a eficiencia en *para quién* producir.

3. *Ineficiencia en la combinación de bienes producidos*

   Para que la asignación de recursos en una sociedad sea eficiente, no basta con que ésta produzca eficientemente ni con que la asignación de bienes entre ciudadanos sea eficiente. También es necesario que las cantidades que produce de cada uno de los bienes guarde relación con las preferencias de los individuos. Una sociedad que dedica todos sus recursos a producir pelotas de ping-pong puede exhibir eficiencia en la producción y el consumo sin exhibir eficiencia en la combinación de bienes producidos.

   Diremos que hay *eficiencia en la combinación de bienes que produce una sociedad* si las firmas no pueden mejorar el bienestar de un individuo modificando las cantidades que producen de cada bien, sin perjudicar con ello el bienestar de otro individuo. Eficiencia en la combinación de bienes producidos corresponde a a eficiencia en *cuánto* producir.

El objetivo de este capítulo es mostrar que un equilibrio general (de una economía perfectamente competitiva) asigna los recursos de manera Pareto-eficiente. Es en este sentido que la afirmación de Adam Smith resultó ser cierta.

Varias de las suposiciones tras competencia perfecta no se cumplen en la práctica. En el apunte sobre Competencia Imperfecta se ve que, en la presencia de *"imperfecciones de mercadó"'*, la asignación de recursos de un sistema de libre mercado generalmente *no* será Pareto-eficiente. Ese apunte está dedicado a estudiar qué sucede cuando no se cumple alguno de los supuestos de competencia perfecta. Sin embargo, aún si aceptamos la posibilidad de que una economía se comporte de manera perfectamente competitiva, la definición de eficiencia adoptada es bastante limitada pues no emite juicios acerca de la distribución del ingreso entre los habitantes de un país.

[2] Bastará con que el bienestar de algunos mejore sin que empeore la situación de nadie.

[3] Volveremos sobre este punto al discutir las limitaciones del concepto de Pareto-eficiencia.

Una asignación de recursos puede ser Pareto-eficiente en una sociedad en que la mayor parte de la población se encuentre en la miseria más absoluta.

Ejemplo 5.1 *Considere una sociedad en que un individuo, que llamaremos "el consumidor"",*[4] *consume todo lo que se produce, en que las cantidades producidas de cada bien son aquellas que maximizan el bienestar de "el consumidor"" y en la cual hay eficiencia en la producción. La asignación de recursos en esta sociedad será Pareto-eficiente y, sin embargo, la distribución de la riqueza será lo menos equitativa posible.*■

En defensa del concepto de Pareto-eficiencia se puede argumentar que una sociedad que no asigna sus recursos de manera Pareto-eficiente los podría asignar mejor sin perjudicar a nadie. Una asignación de recursos que *no* es Pareto-eficiente siempre puede ser mejorada independientemente de que "algunas asignaciones Pareto-eficientes sean mejores que otras"".

5.1.2 Teoremas de bienestar

Los principales resultados de este capítulo se resumen en los dos teoremas de bienestar que veremos a continuación.[5] En las siguientes secciones de este capítulo veremos una serie de condiciones necesarias para que una asignación de recursos sea Pareto-eficiente. En estricto rigor, todo lo que veremos son implicaciones de los dos teoremas de bienestar. Sin embargo, su contenido económico es de gran importancia en el análisis de situaciones concretas.

Teorema 5.1 Primer Teorema de Bienestar

> *"Todo equilibrio competitivo es Pareto-eficiente.""*

Teorema 5.2 Segundo Teorema de Bienestar

> *"Dada una asignación Pareto-eficiente de recursos, existen precios y dotaciones iniciales tales que esta asignación es el equilibrio competitivo correspondiente.""*

Lo que dice el Primer Teorema de Bienestar es que todo equilibrio competitivo es Pereto-eficiente mientras que el Segundo Teorema de Bienestar corresponde, informalmente, a la afirmación recíproca: toda asignación Pareto-eficiente es un equilibrio competitivo.

5.1.3 Teoremas de bienestar y "laissez fairé"'

Los teoremas de bienestar son la justificación teórica de la doctrina del "*laissez faire*"" (en castellano: "dejar hacer"") según la cual el Estado no debe intervenir en cuestiones económicas dejando esta actividad exclusivamente a la iniciativa privada. Los resultados anteriores muestran que en

[4] Pues será el único que consume.

[5] Su demostración se omite porque no aporta nada a la comprensión de los aspectos económicos involucrados. La demostración del Primer Teorema de Bienestar es bastante sencilla y es nuestra intención incluirla en un apéndice en ediciones posteriores de este apunte. La demostración del Segundo Teorema de Binestar se basa en una versión bastante general del Teorema del Punto Fijo y se debe a Arrow y Debreu.

una economía perfectamente competitiva, "el sistema de precios es un asignador eficiente de los recursos.""

Una economía perfectamente competitiva no es la única estructura económica que asignará los recursos de manera Pareto-eficiente. El Estado puede asignar los recursos mediante un proceso de planificación central, el cual puede reproducir cualquier asignación Pareto-eficiente. Sin embargo, para hacerlo requiere de enormes cantidades de información: preferencias de cada uno de los individuos de la sociedad, disponibilidad de cada uno de los insumos de producción en el país, posibilidades tecnológicas para cada uno de los bienes que se produce, etc. En la práctica, el problema es demasiado complejo y el planificador central no podrá cumplir su objetivo. La cantidad de información que deben conocer los agentes económicos en una economía perfectamente competitiva es mucho menor. Basta que cada agente conozca los precios de los insumos y bienes que la atañen para que las señales que da *el sistema de precios* lleven a una asignación Pareto-eficiente de los recursos. A los consumidores les basta conocer el precio de los bienes que consumen; a los productores el precio de los insumos que utilizan y de los bienes que producen. Todos ellos maximizan sus utilidades y "sin proponérseló"' llevan a la sociedad a una asignación Pareto-eficiente de sus recursos.

A pesar de que la realidad difiere bastante del modelo de competencia perfecta,[6] la idea de que el sistema de precios asigna los recursos de manera eficiente es compartida con distintos niveles de reserva por casi todos los economistas. Uno de las tareas más importantes de la economía es poder discriminar entre aquellas situaciones en que el sistema de precios asigna eficientemente los recursos y aquellas en que este no es el caso. Cuando falla el sistema de precios, los economistas deben determinar de qué manera debe intervenir el gobierno con objeto de alcanzar una asignación eficiente de recursos.

5.2 Eficiencia en la producción

En esta sección estudiaremos algunas de las propiedades que se cumplirán en una sociedad que es eficiente en la producción. Recordemos que una sociedad exhibe eficiencia en la producción si y sólo si se encuentra sobre su frontera de posibilidades de producción, es decir, si es imposible aumentar el nivel de producción de un bien sin disminuir el nivel de producción de algún otro bien.

Supongamos que la firma 1 elige una combinación de insumos para producir el bien X tal que la tasa de sustitución tecnológica, TST_1^X, es menor que aquella correspondiente a la combinación de insumos utilizada por la firma 2 para producir el bien Y: TST_2^Y. Por ejemplo, supongamos que $TST_1^X = 2$ y $TST_2^Y = 3$. Esto implica que:

1. La firma 1 puede producir la misma cantidad del bien X utilizando una unidad menos de trabajo y dos unidades más de capital.

2. La firma 2 puede producir la misma cantidad del bien Y utilizando una unidad más de trabajo y tres unidades menos de capital.

Si las firmas 1 y 2 cambian las combinaciones de insumos que utilizan de acuerdo a los especificado en los puntos anteriores, sus niveles de producción no cambiarán y sobrará una unidad de capital

[6] Esto se discute en detalle en el apunte *Competencia Imperfecta*.

que se podrá utilizar para aumentar el nivel de producción de ambas firmas. Concluimos que si la tasa de sustitución entre dos insumos *no* es la misma para todos los bienes y todas las firmas, entonces la economía no se encuentra sobre su frontera de posibilidades de producción. Esto da origen a la:

Primera condición para eficiencia en la producción

> "La tasa tecnológica de sustitución entre insumos no depende ni del bien que se esté produciendo ni de la firma que lo produce.""

En una economía perfectamente competitiva se cumplé la condición anterior pues, tal como vimos en el Capítulo 2, la tasa de sustitución entre capital y trabajo será igual al precio relativo de los insumos:

$$TST_{K,L} = \frac{w}{r}.$$

Este resultado no depende de la firma que produce el bien ni del bien que se esté considerando.

Consideremos ahora el caso en que la productividad marginal del trabajo en la producción de un bien determinado *no* es la misma para dos firmas que producen el mismo bien. Para fijar ideas, supongamos que la productividad marginal del trabajo en la producción de X es de 5 unidades en la firma 1 y sólo 3 en la firma 2. Entonces el traslado de una unidad de trabajo de la firma 2 a la firma 1 traerá consigo un aumento en la producción de la firma 1 de 5 unidades y una disminución en el nivel de producción de la firma 2 de sólo 3 unidades. La producción total del bien X habrá crecido. Concluimos que una asignación de insumos de producción tal que la productividad marginal de un insumo en la producción de un mismo bien cambia de una firma a otra no puede ser eficiente. Esto da origen a la:

Segunda condición para eficiencia en la producción

> "La productividad marginal de un insumo en la producción de un bien determinado no depende de la firma que produce el bien.""

Es interesante notar que la productividad marginal del trabajo (o de cualquier otro insumo) en la producción de bienes *diferentes* generalmente no será la misma. Por ejemplo, si una sociedad dedica casi todos sus recursos a la producción del bien X, lo más probable es que la productividad marginal del trabajo sea mayor en la producción de Y que en la producción de X.

En el Capítulo 2 vimos que una firma que produce un bien X empleará insumos –capital y trabajo– hasta que el valor del producto marginal sea igual al pago que recibe el factor de producción. Luego:

$$\frac{\partial f}{\partial K} = \frac{r}{p_X} \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial f}{\partial L} = \frac{w}{p_X}.$$

En una economía perfectamente competitiva la productividad marginal de un insumo en la producción de un mismo bien no dependerá de la firma que produce el bien. Mientras más caro sea el bien, menor será la productividad marginal de un insumo determinado en su producción.

Al igual que un país, una firma que produce varios bienes también tendrá su frontera de posibilidades de producción. La frontera de posibilidades de producción (o FPP) de una firma productora de los bienes X e Y está formada por las combinaciones de bienes que puede producir[7] sin que sea posible aumentar la producción de un bien sin disminuir la producción del otro bien.

La tasa a la cual una firma puede sustituir la producción de un bien por otro *de manera eficiente* tiene un rol importante al estudiar eficiencia en la producción.

Definición 5.2 *Suponga que $y = y(x)$ describe la FPP de un país o firma en un período de producción determinado (véase la Figura 5.1). Definimos la* tasa de sustitución en la producción *de Y por X en el punto (x_0, y_0) de la FPP, $TSP_{Y,X}(x_0, y_0)$, como:*

$$TSP_{Y,X}(x_0.y_0) = -y'(x_0).$$

Figura 5.1: La TSP en el punto A es mayor que aquella del punto B

La tasa de sustitución en la producción de Y por X es (aproximadamente) igual al número de unidades que hay que dejar de producir de Y para producir una unidad más de X (utilizando, en ambos casos, combinaciones eficientes de insumos):

$$TSP_{X,Y}(x_0.y_0) = -y'(x_0) \cong y(x_0) - y(x_0 + 1).$$

Si la TSP es grande en un punto dado significa que el *costo de oportunidad* de aumentar la producción de X (medido en unidades de Y) es alto. Este es el caso en el punto A de la Figura 5.1. En el punto B el costo de oportunidad es bastante menor.

En la siguiente proposición determinamos la relación que existirá entre la TSP y el precio relativo de los bienes X e Y en una economía perfectamente competitiva:

[7] A partir de los insumos de que dispone.

Proposición 5.1 *Considere una firma que produce los bienes X e Y a partir de capital y trabajo y que dispone de $\overline{K}$ unidades de capital y $\overline{L}$ unidades de trabajo (en un período de tiempo determinado). Sean p_X y p_Y los precios de mercado de los bienes X e Y y supongamos que los mercados respectivos son perfectamente competitivos. Entonces la firma producirá una combinación de los bienes X e Y, (x_0, y_0), sobre la FPP tal que:*

$$TSP_{Y,X}(x_0, y_0) = \frac{p_X}{p_Y}.$$

Demostración Daremos tres demostraciones (con distinto nivel de rigor e intuición económica):

1. Si la tasa de sustitución en la producción en (x_0, y_0) es distinta de p_X/p_Y, la firma no está maximizando sus utilidades. Para convencernos de que la afirmación anterior es cierta, consideremos el caso en que $TSP_{Y,X}(x_0, y_0) > p_X/p_Y$. Si la firma produce una unidad menos de X podrá producir $TSP_{Y,X}(x_0, y_0)$ unidades adicionales de Y y sus utilidades crecerán en

$$p_Y TSP_{Y,X}(x_0, y_0) - p_X = p_Y \left(TSP_{Y,X}(x_0, y_0) - \frac{p_X}{p_Y} \right) > 0.$$

2. El lugar geométrico de combinaciones producidas de los bienes X e Y que otorgan a la firma un nivel de utilidad igual a π_0 viene dado por:

$$\{(x, y) : p_X x + p_Y y - r\overline{K} - w\overline{L} = \pi_0\}.$$

Este lugar geométrico corresponde a una recta de isoutilidad, Tal como se ve en la Figura 5.2, la pendiente de las rectas de isoutilidad será igual a $-p_X/p_Y$. Mientras más alejada del origen se encuentre una recta de isoutilidad, mayor será el nivel de utilidad correspondiente.

La firma maximizará sus utilidades produciendo aquella combinación de bienes sobre su FPP que se encuentre sobre una recta de isoutilidad que esté lo más alejada posible del origen. Con tal objeto elegirá aquel punto sobre la FPP que sea tangente a una recta de isoutilidad. Esto equivale a decir que

$$TSP_{Y,X}(x_0, y_0) = \frac{p_X}{p_Y}.$$

3. Denotemos la FPP mediante:

$$\{(x, y(x)) : 0 \leq x \leq x_0\},$$

donde x_0 es la mayor cantidad que la firma puede producir del bien X. La firma maximiza sus utilidades resolviendo:

$$\max_x p_X x + p_Y y(x) - r\overline{K} - w\overline{L}.$$

La condición de primer orden correspondiente corresponde al resultado que deseamos demostrar. ∎

Consideremos dos firmas productoras de los bienes X e Y que tienen tasas de sustitución en la producción diferentes. Por ejemplo, supongamos que la firma 1 tiene una TSP igual a 4 y la firma 2 una TSP igual a 3. Entonces será posible aumentar la cantidad producida de Y (entre

Figura 5.2: Combinaciín de bienes que produce una firma y TSP

ambas firmas) sin afectar el nivel de producción de X. Para ello basta que la firma 1 produzca 4 unidades adicionales de Y (lo cual puede hacer produciendo una unidad menos de X) y que la firma 2 produzca una unidad más de X (lo cual puede hacer produciendo 3 unidades menos de Y). El efecto combinado de estos cambios será aumentar la cantidad producida entre ambas firmas del bien Y (en una unidad) sin afectar el nivel de producción de X. Esto da origen a la:

Tercera condición de eficiencia en la producción

> "Si dos firmas producen los mismos bienes, ellas deben elegir puntos sobre sus respectivas fronteras de posibilidades de producción en que las tasas de sustitución en la producción sean iguales.""

Por la Proposición 5.1 tendremos que en una economía perfectamente competitiva se cumplirá la tercera condición de eficiencia en la producción. La tasa de sustitución en la producción de los bienes X e Y sólo dependerá del precio relativo de estos bienes y por lo tanto será la misma para todas las firmas que producen ambos bienes.

5.3 Eficiencia en el consumo

Sean $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots$ las canastas de bienes que consumen (en un período de tiempo determinado) los individuos de una sociedad. Si una asignación de recursos es Pareto-eficiente, no será posible que un grupo de individuos se reuna e intercambie bienes de modo que todos ellos mejoren su bienestar.[8]

[8] En estricto rigor basta con que el bienestar de algunos mejore mientras que él de los demás permanece igual.

A continuación veremos que si dos consumidores tienen tasas de sustitución en el consumo distintas, estos consumidores pueden intercambiar bienes de modo que ambos mejoren su bienestar. A modo de ejemplo, supongamos que la tasa de sustitución en el consumo de Y por X del consumidor A es igual a 3 mientras que aquella del consumidor B es igual a 5. Esto significa que el consumidor A mantendrá su nivel de bienestar (económico) sustituyendo el consumo de una unidad de X por 3 unidades de Y. El consumidor B mantendrá su nivel de bienestar consumiendo una unidad más de X y 5 unidades menos de Y. Luego existen una infinidad de trueques entre A y B que mejoran el bienestar de ambos consumidores. Por ejemplo, si A entrega a B una unidad de X y recibe a cambio 4 unidades de Y ambos consumidores habrán mejorado su nivel de bienestar.

Esto nos lleva a la:

Condición para eficiencia en el consumo

> "En una sociedad que asigna los bienes que produce de manera Pareto-eficiente, la tasa de sustitución en el consumo de todos los individuos será la misma.""

Por lo visto en el Capítulo 3, en una economía perfectamente competitiva, un individuo elige aquella canasta de bienes que satisface su restricción presupuestaria y para la cual su tasa de sustitución en el consumo es igual al precio relativo de los bienes:

$$TSC_{Y,X}(x_i, y_i) = \frac{p_X}{p_Y}.$$

Como el lado derecho de la identidad anterior no depende del consumidor que estemos considerando, la condición para eficiencia en la producción se cumple en una economía perfectamente competitiva.

5.4 Eficiencia en la combinación de bienes producidos

No basta con que una sociedad produzca bienes eficientemente ni con que distribuya los bienes entre sus individuos de modo que haya eficiencia en el consumo. También es importante que los bienes que produzca guarden relación con las preferencias de sus ciudadanos.

Ya hemos visto que si una sociedad asigna sus recursos de manera Pareto-eficiente, las tasas de sustitución en la producción de todas las firmas serán iguales y las tasas de sustitución en el consumo de todos los individuos también serán iguales. A continuación mostramos que en una sociedad que asigna sus recursos de manera Pareto-eficiente, la tasa de sustitución en el consumo (de los individuos) deberá ser igual a la tasa de sustitución en la producción (de las firmas). Si las canastas de consumo de los individuos son $(x_A, y_A), (x_B, y_B), \ldots$ y las combinaciones de bienes producidos por las firmas son (x_1, y_1),$(x_2, y_2), \ldots$ entonces:

$$TSC^A_{Y,X}(x_A, y_A) = TSC^B_{Y,X}(x_B, y_B) = \ldots = TSP^1_{Y,X}(x_1, y_1) = TSP^2_{Y,X}(x_2, y_2) = \ldots$$

Para ver que la afirmación anterior es cierta, consideremos el caso de un individuo con tasa de sustitución en el consumo distinta a la tasa de sustitución en la producción de una firma. Para fijar ideas, suponemos que la TSC del individuo es igual a 6 y las TSP de la firma igual a 2. El consumidor está dispuesto a intercambiar 6 unidades de Y por una unidad de X y la firma puede producir una unidad adicional de X a condición de disminuir su producción de Y en 2 unidades. Existirá un trueque entre el consumidor y la firma que beneficiará a ambas partes. Basta que la firma produzca una unidad adicional de X y la intercambie por 4 unidades[9] de Y con el consumidor. Tanto la firma como el consumidor mejorarán sus utilidades. Esto nos lleva a la

Condición para eficiencia en la combinación de bienes producidos

> "Si una sociedad asigna de manera Pareto-eficiente sus recursos, entonces la tasa de sustitución en el consumo de cada uno de sus individuos será igual a la tasa de sustitución en la producción de cada una de sus firmas.""

En una economía perfectamente competitiva, la tasa de sustitución en el consumo de cada individuo será igual a la tasa de sustitución en la producción de cada firma pues ambas serán iguales a p_X/p_Y. Esto se puede inferir a partir de lo visto en el Capítulo 3 y la Proposición 5.1. En una economía perfectamente competitiva se cumplirá la condición para eficiencia en la combinación de bienes producidos.

5.5 Conclusión

Las cinco condiciones de eficiencia estudiadas en las tres secciones anteriores son consecuencias del concepto de Pareto-eficiencia. El hecho que se cumplan en una economía perfectamente competitiva es consecuencia directa del Primer Teorema de Bienestar.

El motivo por el cual estudiamos estas propiedades por separado es que dejan de manifiesto cómo una economía perfectamente competitiva da las señales adecuadas a consumidores y productores para que la asignación de recursos sea Pareto-eficiente. El sistema de precios indica a los agentes económicos de una economía perfectamente competitiva el valor de las diversas tasas de sustitución en que basan sus decisiones económicas. La relación que existe entre los precios de los bienes e insumos y las tasas de sustitución en una economía perfectamente competitiva constituye el mecanismo mediante el cual el sistema de precios lleva a una asignación Pareto-eficiente de los recursos productivos.

[9] El número de unidades debe ser mayor que 2 y menor que 6.

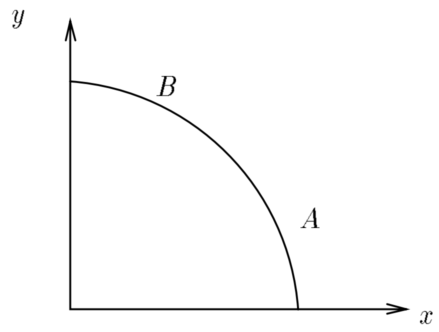


Figura 0.1: La TSP en el punto A es mayor que aquella del punto B

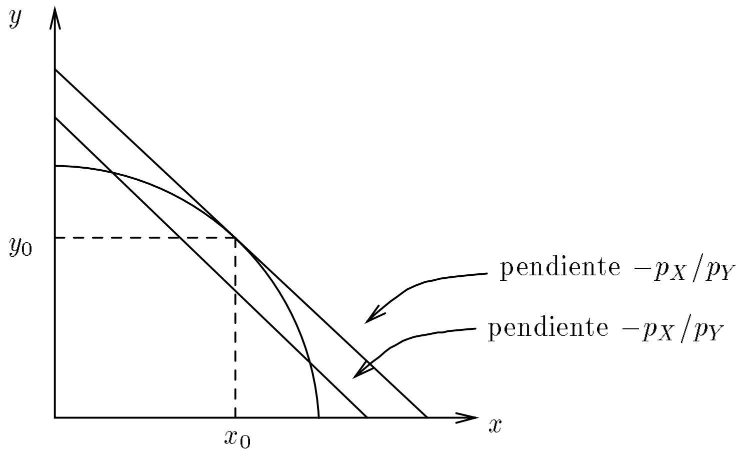


Figura 0.2: Combinaciín de bienes que produce una firma y TSP