Teorema: Sean U y V dos funciones de utilidad sobre un conjunto de cestas de consumo X. U y V representan las misma preferencias si y solo si existe una función extrictamente creciente $g : U(X) \to V(X)$ tal que $V(x) = g(U(x))$ por todos los $x \in X$.

Demostración: a) $\Rightarrow$ Sea $z \in U(X)$, entonces existe $x \in X$ tal que $U(y) = z$. Se defina $g(z) = V(x)$. Entonces $V(x) = g(U(x))$. Debemos demonstrar que g es bien definida y que G es creciente.

(i) g es bien definida, o sea la definición de g es independiente del x que se escoge. Sean x and x' tales que $U(x) = U(x')$. Como V y U respresentantan las misma preferencias entonces $V(x) = V(x')$.

(ii) g es creciente. Sea $z > z'$ entonces $z = U(x)$ and $z' = U(x')$. Tenemos que $U(x) > U(x')$. Como V y U respresentantan las misma preferencias entonces $V(x) = g(z) > V(x') = g(z')$.

b) $\Leftarrow$ Sea $V(x) = g(U(x))$ por todos los $x \in X$, donde g es una función estrictamente creciente. Sean x y x' tales que $V(x) \geq V(x')$. Demostramos que $U(x) \geq U(x')$. Por contradicción se asuma que $U(x) < U(x')$. Entonces $g(U(x)) < g(U(x'))$. Como g es estrictamente creciente $U(x) < U(x')$, una contradicción.

Sean x y x' tales que $U(x) \geq U(x')$. Demostramos que $V(x) \geq V(x')$. Como g es creciente $V(x) = g(U(x)) \geq g(U(x')) = V(x')$.