

IN2201-06
PAUTA CTP 3
Otoño 2011

- P1. a. Fijando K_0 , la función de producción queda entonces: $F(K_0, L) = F(L) = K_0^\alpha + L^\alpha = q$. De ello, se puede graficar q en función del único factor productivo variable:

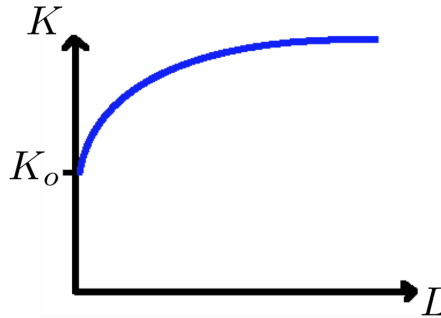


Figura 1: Función de producción con K_0 fijo.

Del gráfico es factible ver que a medida que el nivel de mano de obra acumulado es mayor (más a la derecha en el eje x), cada vez es menor el incremento marginal en la producción o, dicho de otra forma, un nuevo trabajador produce cada vez un menor retorno en términos de producción, a pesar de que todas las unidades de mano de obra cuestan lo mismo.

- b. De la función de producción podemos despejar L en función de la cantidad producida de colchones

$$L = (q - K_0^\alpha)^{1/\alpha}$$

Luego, podemos ver que la ecuación para los costos totales de la firma en este caso quedan:

$$c^{CP}(q; K_0) = rK_0 + wL(q) = rK_0 + w(q - K_0^\alpha)^{1/\alpha}$$

- c. Para encontrar la ecuación para la oferta de la firma tenemos que imponer la ecuación $p = CMg$:

$$p = \frac{w}{\alpha}(q - K_0^\alpha)^{1/\alpha - 1}$$

La condición sobre los precios en que la firma opera a pesar de tener utilidades económicas negativas, nace de que la firma pueda no estar pudiendo pagar todos sus costos (en particular, el costo fijo, es decir, $pq - wL(q) - rK_0 < 0$) pero, al menos si pudiera estar pagando sus costos variables u operacionales, es decir, $pq - wL(q) > 0$. En dicho caso, dado que el costo fijo está hundido una vez que la firma está operando, entre la opción de dejar de producir o seguir produciendo bajo las condiciones mencionadas, le convendrá lo segundo, siempre y cuando se sostengan dichas 2 condiciones (en el fondo, para que le convenga seguir operando es necesaria la segunda condición,

y la primera es sólo la definición de que las utilidades económicas sean negativas). Luego, juntando, la condición pedida es:

$$0 < pq - wL(q) < rK_0$$

O reescrito de una manera quizás más conveniente:

$$0 < pq - w(q - K_0^\alpha)^{1/\alpha} < rK_0$$

- d. La diferencia fundamental entre el largo y corto plazo, es que en el corto plazo la firma enfrenta rigideces de mercado y restricciones de tiempo, entre otras cosas, que no le permiten ajustarse de manera instantánea (o rápida) a las condiciones de mercado, por lo cual muchos de los factores de producción se pueden ver como fijos en el tiempo. En cambio, al mirar hacia el largo plazo, es razonable pensar que la firma podrá ir aprendiendo y adecuándose a las condiciones del mercado, de manera de optimizar sus recursos, así, se considera que para el largo plazo la firma será capaz de acomodar todos sus posibles factores productivos de manera de mantener una producción óptima estable en el tiempo.
- e. Para graficar las isocuantas se pueden usar variadas estrategias, lo que importa es llegar a representar las combinaciones de factores productivos que permiten producir un mismo nivel de q . Así, por ejemplo podemos de la función de producción con $\alpha = 1/2$ despejar L para un nivel q_0 de producto:

$$L = (q_0 - \sqrt{K})^2$$

Lo que graficado queda:

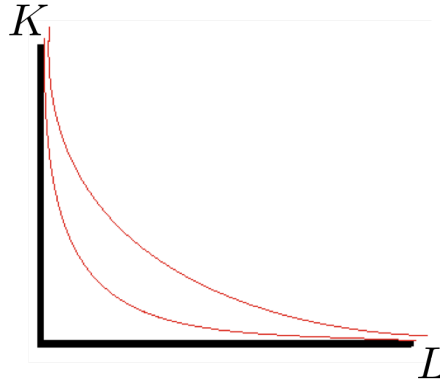


Figura 2: Isocuantas de producción con $\alpha = 1/2$.

Para calcular la TST , podemos utilizar la ecuación de L recién obtenida, pues sabemos que $TST = -\frac{\partial K}{\partial L}$. Entonces:

$$1/TST = -\frac{\partial((q_0 - \sqrt{K})^2)}{\partial K} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{K}}$$

Luego, $TST = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{L}}$.

f. La condición de óptimo es que $TST = w/r$, por lo que reemplazando la TST :

$$K = \left(\frac{w}{r}\right)^2 L$$

Reemplazando lo anterior en la función de producción, podemos despejar cada factor productivo como función de q :

$$F(K, L) = \sqrt{K} + \sqrt{L} = \frac{w}{r}\sqrt{L} + \sqrt{L} = \left(\frac{r+w}{r}\right)\sqrt{L} = q$$

$$\implies L(q) = q^2 \frac{r^2}{(r+w)^2}$$

y, entonces,

$$K(q) = q^2 \frac{w^2}{(r+w)^2}$$

Y con ello, reemplazamos en la función para los costos totales de la firma:

$$c^{LP}(q) = rK(q) + wL(q) = r\left(q^2 \frac{w^2}{(r+w)^2}\right) + w\left(q^2 \frac{r^2}{(r+w)^2}\right)$$

$$c^{LP}(q) = \frac{q^2 rw}{r+w}$$

g. La oferta de la firma se obtiene nuevamente usando la condición $p = CMg$ (notar que se pedía la oferta, no la cantidad producida por la firma en el largo plazo):

$$p = 2 \frac{qrw}{r+w}$$

h. Como primera cosa, se debe notar que si la firma está produciendo q con K_0 y L_0 en largo plazo, esto se hará de manera óptima.

Ahora bien, si estamos analizando una variación marginal en la cantidad producida, podemos ver que, si llamamos Δ_K a la variación en K necesaria para aumentar en Δ la producción dejando L_0 fijo), se deberá cumplir que

$$\Delta = PMg_K(K_0, L_0)\Delta_K$$

De donde podemos despejar: $\Delta_K = \frac{\Delta}{PMg_K(K_0, L_0)}$. Así, el costo de este incremento en la producción vía K será:

$$Costo_K = r\Delta_K = \frac{r\Delta}{PMg_K(K_0, L_0)}$$

Por otro lado, si hacemos el análisis análogo para el caso en que se mantiene K_0 fijo y se usa sólo L , el costo del incremento sería:

$$Costo_L = w\Delta_L = \frac{w\Delta}{PMg_L(K_0, L_0)}$$

Ahora bien, como la firma en el largo plazo habrá estado produciendo de manera eficiente, sabemos que se cumple:

$$\frac{w}{PMg_L(K_0, L_0)} = \frac{r}{PMg_K(K_0, L_0)}$$

De esto, es directo ver que los costos de usar sólo K o sólo L serán iguales y en el análisis marginal la firma estará indiferente entre ambas opciones.

A modo de intuición, si hacer uso de alguno de los 2 factores fuera más barato en el margen, entonces el plan de producción no estaría originalmente siendo óptimo, pues la última unidad producida bajo el plan original se habría podido producir usando más del insumo barato y menos del insumo caro.