FI6015 - Introducción a la Propagación de Ondas en Medios Desordenados
Departamento de Física
FCFM, Universidad de Chile
Semestre Otoño 2011
Profs: Felipe Barra y Nicolás Mujica — Entrega: Viernes 15 de abril, 14:30 hrs

Tarea 1

Problema 1
Repase el capitulo de ondas electromagnéticas y luego resuelva el siguiente problema:
Considere una onda monocromática polarizada circularmente $\vec{E} = E_0(\vec{e}_1 + i\vec{e}_2)\exp(i\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$ [$\vec{e}_1$ y $\vec{e}_2$ son vectores ortogonales a $\vec{k}$ y entre ellos] que incide oblicuamente sobre el borde plano de un material dielétrico de permitividad eléctrica conocida. La onda reflejada y refractada (transmitida) tienen polarizacin elíptica. Determine las componentes del campo eléctrico de ambas ondas [en términos del angulo de incidencia, de refracción y de E_0] y muestre que si la onda incide en el ángulo de Brewster (indique que es este ángulo) la onda reflejada tiene polarización lineal.

Problema 2
Un paquete de ondas aproximadamente monocromático en una dimensión tiene en un instante la forma $u(x,0) = f(x)e^{ik_0x}$. Para cada una de las formas dadas abajo, calcule el espectro $|A(k)|^2$ del paquete. Dibuje $|u(x,0)|^2$ y $|A(k)|^2$ y evalúe explicitamente las desviaciones *rms* Δx y Δk de los promedios y calcule el producto $\Delta x\Delta k$. Comente.

$$\begin{gathered} f(x) = Ne^{-\alpha x/2} \\ f(x) = Ne^{-\alpha^2x^2/4} \\ f(x) = \begin{cases} N(1-\alpha|x|) & \text{si} \quad \alpha|x| < 1 \\ 0 & \text{si} \quad \alpha|x| > 1 \end{cases} \\ f(x) = \begin{cases} N & \text{si} \quad |x| < a \\ 0 & \text{si} \quad |x| > a \end{cases} \end{gathered} \tag{1}$$

Nota 1: $A(k)$ es la transformada de Fourier de $u(x,0)$.

Nota 2: $\Delta x^2 = \int (x - \langle x\rangle)^2 |u(x,0)|^2 dx$, y análogo para Δk con $|A(k)|^2$.

Problema 3
A partir de la ecuación de conservación de momentum

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} = -\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k},$$

y de la definición de los tensores de flujo de momentum y de esfuerzos viscosos

$$\Pi_{ik} = P\delta_{ik} + \rho v_i v_k - \sigma'_{ik}, \qquad \sigma'_{ik} = \eta\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial v_l}{\partial x_l}\right) + \xi\delta_{ik}\frac{\partial v_l}{\partial x_l},$$

deduzca la ecuación de Navier Stokes para un fluido compresible.

Problema 4
Considere la ecuación de balance de energía

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= \int_V \frac{\partial \rho e}{\partial t} d^3\vec{r} + \oint_S \rho e \vec{v} \cdot d\vec{S} = \frac{dE_F}{dt} + \frac{dE_H}{dt} \\ &= \oint_S \sigma_{ik} v_i dS_k - \oint \vec{q} \cdot d\vec{S},\end{aligned}$$

donde e es la energía por unidad de masa ($\rho e = \rho|\vec{v}|^2/2 + \rho\varepsilon$), ε la energía interna por unidad de masa, y $\sigma_{ik} = P\delta_{ik} - \sigma'_{ik}$ es el tensor de esfuerzos. Los dos últimos térmimos de la ecuación corresponden al cambio de energía debido al trabajo de la fuerzas y al flujo de calor respectivamente. Usando la ley de Fourier de conducción de calor, $\vec{q} = -\kappa\vec{\nabla}T$, obtenga las ecuaciones de balance de energía interna por unidad de masa y de entropía por unidad de masa.

Problema 5
Considere la entropía total S de un volumen de fluido. Demuestre que la positividad de los coeficientes de transporte disipativos η, ξ y κ asegura la irreversibilidad, es decir $dS/dt \geqslant 0$.